

## ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

### ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног  
родитеља и име  
Датум и место рођења

Станимировић (Милан) Оливера  
01.09.1986.

### Основне студије

Универзитет  
Факултет  
Студијски програм  
Звање  
Година уписа  
Година завршетка  
Просечна оцена

Универзитет у Нишу  
Природно-математички факултет  
Математика  
Професор математике и рачунарства  
2005.  
2012.  
8,11 (осам, 11/100)

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У НИШУ

Примљено: 12.5.2026.

ОРГ. ЈЕД.	Број	Прилог	Вредност
01	938		

### Мастер студије, магистарске студије

Универзитет  
Факултет  
Студијски програм  
Звање  
Година уписа  
Година завршетка  
Просечна оцена  
Научна област  
Наслов завршног рада

Универзитет у Нишу  
Природно-математички факултет  
Математика-дипломске студије по наставном плану и програму пре доношења Закона о високом образовању еквивалентне са 300 ЕСПБ бодова  
Професор математике и рачунарства  
2005.  
2012.  
8,11 (осам, 11/100)  
Математичке науке  
Уопштени инверзи над комутативним прстенима

### Докторске студије

Универзитет  
Факултет  
Студијски програм  
Година уписа  
Остварен број ЕСПБ бодова  
Просечна оцена

Универзитет у Нишу  
Природно-математички факултет  
Математика  
2012.  
165  
10,00 (десет, 00/100)

### НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације  
Наслов теме докторске дисертације на енглеском језику  
Име и презиме ментора, звање  
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације

Уопштења језгарне-ЕП ортогоналности и особине језгарног-ЕП пре-уређења  
Generalizations of the core-EP orthogonality and properties of the core-EP pre-order  
Дијана Мосић, редовни професор  
817-01-1/26-10, одлука од 12.01.2026.

### ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Број страна  
Број поглавља  
Број слика (шема, графика)  
Број табела  
Број прилога

106  
7  
0  
0  
0

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА  
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	O. Stanimirović and D. Mosić, "One-sided core-EP orthogonal operators", <i>Linear Multilinear Algebra</i> , 2025, 73(13), 2917–2933. Концепти леве и десне језгарне-ЕП ортогоналности су представљени за операторе на Хилбертовом простору као једностране верзије језгарне-ЕП ортогоналности и уопштења леве и десне језгарне ортогоналности. Проучаване су особине леве и десне језгарне-ЕП ортогоналности као и операторске матричне форме лево и десно језгарно-ЕП ортогоналних оператора. Адитивне особине језгарног-ЕП инверза су истраживане у случајевима једностраних језгарних-ЕП ортогоналности. Као последице, приказани су нови резултати за леву и десну језгарну ортогоналност.	M21
2	O. Stanimirović and D. Mosić, "New properties of the core-EP pre-order", <i>Filomat</i> , 2025, 39(3), 743–754. Нове карактеризације језгарног-ЕП пре-уређења су доказане у овом раду. Затим су проучавани еквиваленти услови за закон директног редоследа за језгарни-ЕП инверз када важи језгарно-ЕП пре-уређење. Разматрани су услови под којима важи еквиваленција између закона директног и обрнутог редоследа за језгарни-ЕП инверз. Применом ових резултата, добијају се карактеризације за језгарно парцијално уређење и закон директног редоследа за језгарни инверз.	M21
3	O. Stanimirović, "The $m$ -weak group orthogonality for operators", <i>Nacet. J. Math. Stat</i> , 2026, 55(1), 17–27. Појам $m$ -слабо групне ортогоналности је дефинисан за операторе на Хилбертовом простору и проучаван помоћу $m$ -слабо групног инверза и представља уопштење појма језгарне-ЕП ортогоналности. Приказана је повезаност између $m$ -слабо групне бинарне релације и $m$ -слабо групне ортогоналности. Адитивне особине $m$ -слабо групног инверза су показане. Резултати везани за слабо групну ортогоналност следе као специјалан случај.	M21
4	O. Stanimirović and D. Mosić, "Core-EP orthogonal elements in a ring with involution", <i>J. Algebra Appl.</i> 2026, 25(10), 2650103. Језгарна-ЕП ортогоналност за елементе прстена са инволуцијом је истраживана као уопштење језгарне-ЕП ортогоналности дефинисане за операторе на Хилбертовом простору. Бројне карактеристике језгарно-ЕП ортогоналних елемената у прстену са инволуцијом су доказане. Помоћу језгарне-ЕП ортогоналности представљена је и строга језгарна-ЕП ортогоналност за елементе у прстену са инволуцијом. Поред уопштења постојећих резултата, доказани су многи нови резултати за језгарну-ЕП ортогоналност.	M22
5	O. Stanimirović and D. Mosić, "One-sided core-EP orthogonal elements in a ring with involution", <i>Int. Electron. J. Algebra</i> , 2026, accepted. Једностране језгарне-ЕП ортогоналности су проучаване за елементе прстена са инволуцијом као уопштења истих појмова представљених за операторе и језгарне-ЕП ортогоналности за елементе прстена са инволуцијом. Показани су нови резултати за једностране језгарне-ЕП ортогоналности, а као последице за једностране језгарне ортогоналности. Такође, истраживане су адитивне особине језгарног-ЕП инверза и Дрејзиновог инверза.	M23

**НАПОМЕНА:** уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа

**ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

НЕ

Кандидаткиња Оливера Станимировић испуњава све услове предвиђене Законом о високом образовању, статутима Универзитета у Нишу и Природно-математичког факултета у Нишу и правилницима о докторским студијама Универзитета у Нишу и Природно-математичког факултета у Нишу за оцену и одбрану докторске дисертације. Положила је све испите предвиђене студијским програмом и остварила 165 ЕСПБ бодова. Објавила је 5 радова (3 рада у међународним часописима категорије M21, један рад у међународном часопису категорије M22 и један рад у међународном часопису категорије M23) и сви радови су из области теме докторске дисертације.

**ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Кратак опис појединих делова дисертације (до 500 речи)

Докторска дисертација кандидаткиње Оливере Станимировић написана је на 106 страна, садржи 7 поглавља од којих је свако подељено на одељке и 99 референци.

У првом, уводном поглављу дат је кратак преглед дисертације. Такође, дате су дефиниције и основне особине уопштених инверза оператора и уопштених инверза елемената у прстену.

Једностране језгарне ортогоналности су познате за матрице индекса 1, а у другом поглављу ове дисертације су истражени концепти једностраних ортогоналности за Дрејзин инвертибилне операторе произвољног индекса. Уопштени су концепт једностраних језгарних ортогоналности и језгарне-ЕП ортогоналности и дефинисане су лева и десна језгарна-ЕП ортогоналност. Приказане су особине леве и десне језгарне-ЕП ортогоналности и операторске матричне форме лево и десно језгарно-ЕП ортогоналних оператора. Једностране језгарне-ЕП ортогоналности су

коришћене у проучавању адитивних особина језгарног-ЕП инверза. Нови резултати везани за леву и десну језгарну ортогоналност следе као последице претходно описаних резултата.

Треће поглавље садржи истраживање концепта језгарне-ЕП ортогоналности за елементе у прстену са инволуцијом. Различите особине језгарно-ЕП ортогоналних елемената су доказане у прстену са инволуцијом, а такође су представљени и њихови матрични облици. За пар језгарно-ЕП ортогоналних елемената, предложени су еквивалентни услови за језгарну-ЕП адитивност. Помоћу језгарне-ЕП ортогоналности, истражена је и проучавана строга језгарна-ЕП ортогоналност за елементе прстена са инволуцијом. Према томе, уопштени су неки резултати за операторе и дат је низ нових резултата.

У четвртном поглављу су најпре дате нове карактеристике језгарног-ЕП пре-уређење користећи одговарајуће само-адјунговане операторе. Затим су доказани еквивалентни услови за закон директног редоследа за језгарни-ЕП инверз под условом да важи језгарно-ЕП пре-уређење. Представљени су услови за еквиваленцију између закона директног и обрнутог редоследа за језгарни-ЕП инверз. Као последице, добијају се карактеризације за језгарно парцијално уређење и закон директног редоследа за језгарни инверз.

Користећи  $m$ -слабо групни инверз,  $m$ -слабо групна ортогоналност је дефинисана за операторе на Хилбертовом простору у петом поглављу. Овај концепт представља уопштење појма језгарне-ЕП ортогоналности. Различите особине  $m$ -слабо групно ортогоналних оператора су приказане. Веза између  $m$ -слабо групне бинарне релације и  $m$ -слабо групне ортогоналности је дата, као и особине адитивности за  $m$ -слабо групни инверз. Резултати везани за слабо групну ортогоналност следе као посебан случај резултата овог поглавља.

Једностране језгарне-ЕП ортогоналности су проучаване у шестом поглављу за елементе прстена са инволуцијом. На овај начин, уопштени су концепти једностраних језгарних-ЕП ортогоналности за операторе и језгарне-ЕП ортогоналности за елементе прстена са инволуцијом. Многе нове особине су доказане за једностране језгарне-ЕП ортогоналности и као последице за једностране језгарне ортогоналности. Проучаване су и адитивне особине језгарног-ЕП инверза и Дрејзиновог инверза.

Седмо поглавље представља закључна разматрања и у њему су дати предлози за будућа истраживања.

На крају дисертације дат је преглед коришћене литературе од 99 библиографских јединица које су омогућиле кандидату детаљан увид у резултате области истраживања.

## **ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

**Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)**

Сви циљеве из пријаве теме докторске дисертације су остварени. Поред тога, у дисертацији се појављују и нови резултати који нису били обухваћени у пријави теме али су наставак истраживања из области теме дисертације. Ти резултати су представљени у шестом поглављу а такође и прихваћени за публикавање у међународном часопису.

Циљеви научног истраживања ове дисертације се огледају у уопштењу појмова једностраних језгарних ортогоналности и језгарне-ЕП ортогоналности за операторе и елементе прстена са инволуцијом. Дефинисане су и окарактерисане лева и десна језгарна-ЕП ортогоналност и  $m$ -слабо групна ортогоналност. Показане су релације новедефинисаних типова ортогоналности са постојећим концептима ортогоналности. Представљени концепти ортогоналности су коришћени у изучавању особина адитивности и пре-уређења. Доказане су и нове особине језгарног-ЕП пре-уређења, као и услови под којима језгарно-ЕП уређење имплицира законе обрнутог и директног редоследа за језгарни-ЕП инверз и Дрејзинов инверз. Остварено је уопштење постојећих резултата као и њихова допуна.

**Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)**

Резултати докторске дисертације дају значајан научни допринос у истраживању нових појмова ортогоналности и уопштењу постојећих појмова ортогоналности за операторе и елементе прстена са инволуцијом. Значај нових појмова ортогоналности је у изучавању особина адитивности и пре-уређења. Поред тога што су уопштени многи раније доказани резултати, као последице су приказани бројни нови резултати за познате концепте ортогоналности. Научни допринос постигнутих резултата не затвара даље проучавање посматраних проблема па су због тога у дисертацији наведене смернице за будућа истраживања.

Верификација научног доприноса и оригиналност резултата докторске дисертације огледају се и у чињеници да су резултати из дисертације публиковани у 5 радова у међународно признатим часописима, од којих су 3 рада у часописима категорије M21, 1 рад у часопису категорије M22 и 1 рад у часопису категорије M23.

**Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)**

Кандидаткиња Оливера Станимировић показала је висок ниво самосталности током писања научних радова и током израде дисертације. Написала је и објавила и један самостални рад.

## **ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)**

На основу детаљног прегледа предложене докторске дисертације и свега изложеног, Комисија закључује следеће:  
- Очекивани резултати ове докторске дисертације се односе на уопштења постојећих појмова ортогоналности на нове појмове ортогоналности за операторе и елементе прстена са инволуцијом. Кандидат је остварио све очекиване резултате. Показана су уопштења постојећих резултата као и њихова допуна.

- Дисертација представља оригинални и самостални рад кандидата. На то указује и резултат анализе процената подударности, који износи 25%, при чему највећи део чине појединачне речи, уводна терминологија и ознаке, као и литература.

- Написана је прегледно и у складу са упутствима Природно-математичког факултета у Нишу и Универзитета у

Нишу.

- Садржај дисертације у потпуности одговара називу исте и у складу је са постављеним циљевима.

- Презентовани резултати су значајни за научну заједницу о чему сведоче публиковани радови у међународним часописима категорија M21, M22 и M23.

На основу свега овог, Комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Нишу и Научно-стручном већу за природно-математичке науке Универзитета у Нишу да усвоји извештај о оцени урађене докторске дисертације „Уопштења језгарне-ЕП ортогоналности и особине језгарног-ЕП пре-уређења” кандидаткиње Оливере Станимировић и одобри њену одбрану.

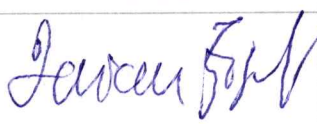


### КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовању Комисије

817 - 01 - 5 / 26 - 12

Датум именовања Комисије

11. 05. 2026.

Р. бр.	Име и презиме, звање		Потпис
1.	др Драган Ђорђевић, редовни професор	председник	
	Математика (Научна област)	Природно-математички факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	
2.	др Драган Ракић, ванредни професор	члан	
	Математика и информатика (Научна област)	Машински факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	
3.	др Дијана Мосић, редовни професор	ментор, члан	
	Математика (Научна област)	Природно-математички факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	

Датум и место:

12. 05. 2026., Ниш.....