

Sadržaj

1	UVOD	15
1.1	Šta je matematika	15
1.2	Kratka istorija rane matematike	16
1.3	Filosofija matematike	19
1.4	Matematika i fizika	20
1.5	Podsećanje na teoriju brojeva	20
2	MATEMATIČKA LOGIKA I TEORIJA SKUPOVA	23
2.1	Iskazni račun	24
2.1.1	Logičke operacije	25
2.1.2	Iskazne formule	28
2.1.3	Osobine iskaznih operacija	29
2.1.4	Logičke zagonetke	32
2.2	Predikatski račun	33
2.2.1	Kako prevesti rečenice govornog jezika na logičke izraze i obratno	36
2.3	Pravila zaključivanja i dokazi	36
2.4	Dokazivanje	38
2.4.1	Značaj hipoteza i otvorenih problema	42

2.5	Osnovi teorije skupova	43
2.5.1	Skupovne operacije	46
2.5.2	Osobine skupovnih operacija	49
3	RELACIJE I FUNKCIJE	51
3.1	Dekartov proizvod skupova	51
3.2	Relacije	54
3.2.1	Neke osobine binarnih relacija	59
3.3	Relacije ekvivalencije	62
3.4	Relacije poretka	65
3.5	Funkcije	73
3.5.1	Osobine funkcija	76
3.5.2	Permutacione funkcije	84
3.5.3	Neke jednostavne funkcije koje se sreću u fizici	85
3.6	Ekvipotentnost skupova i kardinalnost	86
4	ALGEBARSKJE STRUKTURE	93
4.1	Linearne i kvadratne jednačine	94
4.2	Algebarske strukture sa jednom operacijom	96
4.2.1	Polugrupe	100
4.2.2	Kvazigrupe	101
4.3	Grupe	102
4.4	Homomorfizmi i izomorfizmi	108
4.4.1	Podgrupe	110
4.5	Algebarske strukture sa dve operacije	113
5	POLJE REALNIH BROJEVA	119
5.1	Polje realnih brojeva	119
5.1.1	Važniji podskupovi skupa realnih brojeva	122
5.1.2	Realni brojevi i decimalni zapis	126
5.1.3	Realni brojevi u fizici	126
5.2	Metod matematičke indukcije	127
5.3	Binomna teorema	131
5.4	Apsolutna vrednost broja	135

5.5	Posledice aksiome supremuma	138
5.6	Arhimedova aksioma i njene posledice	140
5.7	Kantorov princip umetnutih segmenata	143
5.8	Proširenje skupa realnih brojeva	145
6	KOMPLEKSNI BROJEVI	147
6.1	Polje $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$	147
6.2	Polje kompleksnih brojeva	149
6.2.1	Operacije sa kompleksnim brojevima u algebarskoj formi	152
6.3	Trigonometrijski oblik kompleksnog broja	155
6.3.1	Množenje i deljenje kompleksnih brojeva	157
6.3.2	Stepenovanje kompleksnih brojeva	158
6.3.3	Korenovanje kompleksnih brojeva	159
6.3.4	Eksponecijalni oblik kompleksnog broja	161
6.3.5	Kompleksni brojevi u fizici	164
7	POLINOMI	165
7.1	Polinomi	165
7.2	Deljivost polinoma	168
7.2.1	Bezuov stav	170
7.2.2	Hornerova šema	170
7.3	Osnovna teorema algebre	172
7.3.1	Vijetova pravila	174
7.4	Polinomi sa realnim koeficijentima	175
7.5	Polinomi sa celobrojnim koeficijentima	177
7.6	Racionalne funkcije	178
8	VEKTORSKI PROSTORI	183
8.1	Aksiome vektorskog prostora	183
8.1.1	Osobine vektorskih prostora	186
8.2	Linearna zavisnost i nezavisnost vektora	187
8.3	Baza i dimenzija vektorskog prostora	190
8.4	Potprostori vektorskog prostora	192

8.5	Geometrijski vektori	196
9	MATRICE I DETERMINANTE	201
9.1	Matrice	201
9.2	Linearni operatori	205
9.3	Matrica linearnog operatora	212
9.4	Operacije sa matricama operatora	215
9.4.1	Množenje matrica	216
9.5	Determinante	220
9.6	Rang matrice	228
9.7	Inverz matrice	231
9.8	Transformacija pri promeni baze	234
9.8.1	Promena baze vektorskog prostora	234
9.8.2	Promena koordinata vektora pri promeni baze	235
9.8.3	Transformacija matrice linearnog operatora pri promeni baze	236
9.9	Dijagonalizacija linearnog operatora	238
9.10	Neke matrice važne u fizici	242
9.10.1	Paulijeve matrice	242
9.10.2	Matrične grupe	242
10	SISTEMI LINEARNIH JEDNAČINA	245
10.1	Sistemi linearnih jednačina	245
10.2	Rešavanje sistema kao matrične jednačine	247
10.3	Gausov postupak eliminacije	247
10.4	Teorema Kroneker-Kapeli	251
10.5	Teorema Kramera	253
10.6	Homogeni sistemi linearnih jednačina	257
11	ANALITIČKA GEOMETRIJA	259
11.1	Skalarna projekcija vektora na osu	260
11.2	Prostorni koordinatni sistem	261
11.3	Skalarni proizvod vektora	263

11.4	Vektorski proizvod vektora	266
11.5	Mešoviti proizvod vektora	269
11.5.1	Dvojni proizvod vektora	271
11.6	Jednačina ravni u prostoru	272
11.7	Jednačina prave u prostoru	278
12	APPENDIX - VAŽNIJE KRIVE I POVRŠI	281
12.1	Konusni preseći	283
12.1.1	Još neke krive	286
12.2	Klasifikacija krivih drugog reda	288
12.3	Površni drugog reda	291
12.3.1	Elipsoid	291
12.3.2	Hiperboloid	293
12.3.3	Paraboloid	294
12.3.4	Rotacione površi - primer torusa	295
	LITERATURA	298