

# Садржај

<b>1 Функције једне променљиве</b>	<b>7</b>
1.1 Основни појмови . . . . .	7
1.1.1 Једнакост функција . . . . .	8
1.1.2 Сложена функција . . . . .	9
1.1.3 Инверзна функција . . . . .	9
1.1.4 Парност функције . . . . .	10
1.1.5 Монотоност функције . . . . .	11
1.2 Елементарне функције . . . . .	12
1.2.1 Степене функције . . . . .	13
1.2.2 Експоненцијалне функције . . . . .	13
1.2.3 Логаритамске функције . . . . .	14
1.2.4 Тригонометријске функције . . . . .	15
1.2.5 Инверзне тригонометријске функције . . . . .	17
1.2.6 Полиноми . . . . .	22
1.2.7 Рационалне функције . . . . .	22
1.2.8 Хиперболичке функције . . . . .	23
1.2.9 Инверзне хиперболичке функције . . . . .	24
1.3 Граница вредност функције . . . . .	27
1.3.1 Дефиниција граничне вредности функције . . . . .	27
1.3.2 Операције са граничним вредностима функција . . . . .	29
1.3.3 Граничне вредности облика $0/0$ и $\infty/\infty$ . . . . .	32
1.3.4 Граничне вредност облика $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ , $x \rightarrow 0$ . . . . .	35
1.3.5 Гранична вредност облика $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$ , $x \rightarrow 0$ . . . . .	38
1.3.6 Граничне вредност облика $\infty - \infty$ . . . . .	41
1.3.7 Задаци за вежбу . . . . .	43
1.4 Непрекидност функције . . . . .	45
1.5 Извод функције . . . . .	47
1.5.1 Средња и тренутна брзина . . . . .	47

1.5.2	Дефиниција извода функције . . . . .	47
1.5.3	Леви и десни извод функције . . . . .	50
1.5.4	Извод збира, производа и количника . . . . .	51
1.5.5	Задаци за вежбу . . . . .	53
1.5.6	Извод сложене функције . . . . .	54
1.5.7	Задаци за вежбу . . . . .	57
1.5.8	Извод логаритамских и експоненцијалних функција	58
1.5.9	Задаци за вежбу . . . . .	60
1.5.10	Извод инверзне функције . . . . .	62
1.5.11	Извод инверзних тригонометријских функција . . . . .	63
1.5.12	Задаци за вежбу . . . . .	64
1.5.13	Извод хиперболичких функција . . . . .	65
1.5.14	Задаци за вежбу . . . . .	66
1.5.15	Таблица извода елементарних функција . . . . .	66
1.5.16	Мешовити задаци . . . . .	67
1.5.17	Други извод. Изводи вишег реда . . . . .	68
1.5.18	Задаци за вежбу . . . . .	70
1.5.19	Диференцијали . . . . .	70
1.5.20	Лопиталова правила . . . . .	71
1.5.21	Задаци за вежбу . . . . .	74
1.6	Примена извода и граничних вредности . . . . .	79
1.6.1	Геометријска интерпретација извода . . . . .	79
1.6.2	Монотоност и екстремне вредности функције . . . . .	80
1.6.3	Задаци за вежбу . . . . .	85
1.6.4	Конвексност и конкавност функције. Превојне тачке	87
1.6.5	Задаци за вежбу . . . . .	92
1.6.6	Асимптоте . . . . .	94
1.7	Испитивање тока и цртање графика функције . . . . .	98
1.7.1	Примене екстремних вредности . . . . .	114
1.7.2	Мешовити задаци за вежбу . . . . .	116
<b>2</b>	<b>Интеграли</b>	<b>119</b>
2.1	Неодређени интеграл . . . . .	119
2.1.1	Основна правила интеграције . . . . .	120
2.1.2	Задаци за вежбу . . . . .	123
2.1.3	Интеграција методом смена променљивих . . . . .	124
2.1.4	Задаци за вежбу . . . . .	130
2.1.5	Парцијална интеграција . . . . .	132
2.1.6	Задаци за вежбу . . . . .	137
2.1.7	Интеграција рационалних функција . . . . .	139

2.1.8	Задаци за вежбу . . . . .	143
2.1.9	Интеграција тригонометријских функција . . . . .	144
2.1.10	Задаци за вежбу . . . . .	148
2.1.11	Интеграција хиперболичких функција . . . . .	149
2.1.12	Задаци за вежбу . . . . .	151
2.2	Одређени интеграл . . . . .	152
2.2.1	Дефиниција одређеног интеграла . . . . .	152
2.2.2	Израчунавање одређеног интеграла по дефиницији	154
2.2.3	Особине одређеног интеграла . . . . .	157
2.2.4	Њутн-Лајбницова формула . . . . .	159
2.2.5	Смена променљивих у одређеном интегралу . . . . .	161
2.2.6	Задаци за вежбу . . . . .	164
2.2.7	Парцијална интеграција одређених интеграла . . . . .	165
2.2.8	Задаци за вежбу . . . . .	167
2.3	Несвојствени интеграли . . . . .	168
2.3.1	Интеграли са бесконачном границом . . . . .	168
2.3.2	Задаци за вежбу . . . . .	170
2.3.3	Интеграл прекидне функције . . . . .	171
2.3.4	Задаци за вежбу . . . . .	174
<b>3</b>	<b>Линеарна алгебра и аналитичка геометрија</b>	<b>175</b>
3.1	Вектори . . . . .	175
3.2	Сабирање вектора и множење вектора скаларом . . . . .	176
3.2.1	Представљање вектора у координатном систему . . . . .	179
3.2.2	Скаларни и векторски производ вектора . . . . .	181
3.2.3	Задаци за вежбу . . . . .	185
3.3	Детерминанте . . . . .	188
3.3.1	Основни појмови. Развијање детерминанте . . . . .	188
3.3.2	Детерминанте трећег реда . . . . .	189
3.3.3	Детерминанта реда $n$ . . . . .	191
3.3.4	Особине детерминанти . . . . .	192
3.3.5	Задаци за вежбу . . . . .	196
3.4	Системи линеарних једначина. Крамерова правила . . . . .	198
3.4.1	Задаци за вежбу . . . . .	202
3.5	Матрице . . . . .	203
3.5.1	Дефиниција и операције са матрицама . . . . .	203
3.5.2	Задаци за вежбу . . . . .	207
3.5.3	Инверзна матрица . . . . .	208
3.5.4	Задаци за вежбу . . . . .	212
3.6	Аналитичка геометрија у простору . . . . .	215

3.6.1	Растојање између две тачке . . . . .	215
3.6.2	Једначина равни . . . . .	215
3.6.3	Задаци за вежбу . . . . .	220
3.6.4	Права у простору . . . . .	221
3.6.5	Сфера и елипсоид . . . . .	223
3.6.6	Цилиндрична и конусна површ . . . . .	225
3.6.7	Задаци за вежбу . . . . .	228
<b>4</b>	<b>Функције више променљивих</b>	<b>229</b>
4.1	Уводни појмови . . . . .	229
4.2	Границна вредност функције . . . . .	231
4.2.1	Непрекидност . . . . .	232
4.3	Извод и диференцијал . . . . .	233
4.3.1	Парцијални изводи . . . . .	233
4.3.2	Диференцијали функција више променљивих . . . . .	234
4.4	Екстремне вредности функције двеју променљивих . . . . .	236
4.4.1	Задаци за вежбу . . . . .	237
4.5	Извод сложене функције . . . . .	238
4.6	Извод имплицитне функције . . . . .	239
<b>5</b>	<b>Двоструки и троструки интеграли</b>	<b>241</b>
5.1	Двоструки интеграли . . . . .	241
5.1.1	Смена променљивих у двоструком интегралу . . . . .	250
5.1.2	Задаци за вежбу . . . . .	253
5.2	Троструки интеграли . . . . .	256
5.2.1	Задаци за вежбу . . . . .	261
<b>6</b>	<b>Диференцијалне једначине</b>	<b>265</b>
6.1	Диференцијалне једначине првог реда. Уводни појмови . . . . .	265
6.2	Диференцијална једначина првог реда са раздвојеним променљивима . . . . .	266
6.3	Задаци за вежбу . . . . .	269
6.4	Хомогена диференцијална једначина првог реда . . . . .	271
6.5	Задаци за вежбу . . . . .	274
6.6	Линеарна диференцијална једначина . . . . .	275
6.7	Задаци за вежбу . . . . .	277
6.8	Бернулијева једначина . . . . .	278
6.9	Задаци за вежбу . . . . .	280
6.10	Диференцијалне једначине вишег реда . . . . .	280
6.11	Задаци за вежбу . . . . .	283