

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У НИШУ	ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ	
Тема дисертације: 23.7.20		
Број оцена: 14%		
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		

Презиме, име једног родитеља и име	Јовановић, Љубомир, Бојана
Датум и место рођења	20.03.1991, Врање

Основне студије

Универзитет	Универзитет у Нишу
Факултет	Природно-математички факултет у Нишу
Студијски програм	Математика
Звање	Математичар
Година уписа	2010
Година завршетка	2013
Просечна оцена	9.68

Магистарске студије

Универзитет	Универзитет у Нишу
Факултет	Природно-математички факултет у Нишу
Студијски програм	Математика
Звање	Магистар математичар
Година уписа	2013
Година завршетка	2015
Просечна оцена	9.88
Научна област	Математичке науке
Наслов завршног рада	Примена Poisson-ове случајне мере у теорији неживотног осигурања

Докторске студије

Универзитет	Универзитет у Нишу
Факултет	Природно-математички факултет у Нишу
Студијски програм	Математика
Година уписа	2016
Остварен број ЕСПБ бодова	165
Просечна оцена	9.93

НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације	Стохастички епидемиолошки модели и њихова анализа
Наслов теме докторске дисертације на енглеском језику	Stochastic epidemiological models and their analysis
Име и презиме ментора, звање	Јасмина Ђорђевић, редовни професор
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације	1162/3-01, 13.10.2021.

ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Број страна	203
Број поглавља	5
Број слика (шема, графика)	22
Број табела	9
Број прилога	

ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА **који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

Р. Бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	B. Jovanović, J. Đorđević, J. Manojlović, N. Šuvak, Analysis of stability and sensitivity of deterministic and stochastic models for the spread of the new corona virus SARS-CoV-2, Filomat 35:3, 2021, 1045–1063. (B. Jovanović, J. Đorđević, J. Manojlović, N. Šuvak. Corrigendum to „Analysis of Stability and Sensitivity of Deterministic and Stochastic Models for the Spread of the New Corona Virus SARS-CoV-2“ [Filomat 35:3 (2021), 1045–1063], Filomat, 2025, accepted.) У раду је проучаван детерминистички, као и стохастички епидемиолошки модел ширења вируса SARS-CoV-2. Разматран је СЕИПХАР модел који представља сложенију верзију СЕИР модела. Одређен је и анализиран је репродукциони број, а доказана је egzистенција и стабилност ендемског еквилибријума детерминистичког модела. Стохастички модел је добијен пертурбовањем стопе преноса болести вишедимензионалним адитивним белим шумом. Одређени су услови које задовољавају параметри модела под којима долази до изумирања и перзистентности вируса. Анализирана је сензитивност разматраног модела у односу на промену параметара модела и сви резултати су илустровани нумеричким симулацијама.	M22
2	J. Đorđević, B. Jovanović, Dynamical analysis of a stochastic delayed epidemic model with levy jumps and regime switching. Journal of the Franklin Institute 360 (2023) 1252–1283. (J. Đorđević, B. Jovanović. Corrigendum to „Dynamical analysis of a stochastic delayed epidemic model with Lévy jumps and regime switching“ [Journal of the Franklin Institute 360 (2023) 1252–1283], Journal of the Franklin Institute 362(6):107582, 2025.) У овом раду је конструисан стохастички епидемиолошки модел са кашњењем. Модел је заснован на претпоставци да се коефицијент преноса болести може моделirati Орнштајн-Уленбековим (Ornstein-Uhlenbeck) процесом. Поред тога, уведен је процес Левија (Lévy) да би се описали нагли и значајни утицаји животне средине и обојени или такозвани телеграфски шум који описује промену вредности параметара модела из једног у неко друго стање. За овако конструисан модел доказана је egzистенција глобалног позитивног решења, а затим су изведени услови под којима долази до искорењивања болести из популације, као и услови при којима она опстаје у окружењу.	M21
3	B. Jovanović. Dynamical analysis and stationary distribution of a stochastic delayed epidemic model with lévy jump. Mathematical Communications, 30, 2025, 1-25. У овом раду је анализиран стохастички епидемиолошки модел са кашњењем које има гама расподелу. Стохастички модел је конструисан под претпоставком да се непрекидни случајни утицаји животне средине могу описати Брауновим (Brown) кретањем, док се нагли и значајни утицаји, који се јављају ређе, моделирају Левијевим процесом. Изведени су довољни услови за искорењивање болести и њену перзистентност у средњем, као и услови за постојање стационарне расподеле. Теоријски резултати су илустровани нумеричким симулацијама.	M22
4	J. Đorđević, B. Jovanović, Optimal Control of a Stochastic SVIR Model with Logistic Growth and Saturated Incidence Function. In: Elsadany, A.A., Adel, W., Sabbar, Y. (eds) Biology and Sustainable Development Goals. Mathematics for Sustainable Developments. Springer, Singapore, 2025. Разматран је модел који укључује логистички раст популације и стопу преноса болести описану функцијом засићења, са применом оптималне контроле вакцинације, како у условима постојања ограничења, тако и без њих. Увођење оптималне контроле у епидемиолошке моделе омогућава идентификацију најефикасније стратегије за смањење броја инфицираних уз оптимизацију трошкова повезаних са вакцинацијом или терапијом, ради контроле прогресије болести. Добијени су услови за постојање оптималне контроле у оба разматрана случаја. Теоријски резултати су илустровани нумеричким симулацијама, кроз анализу ефеката и дефинисање оптималне стратегије вакцинације на примеру ширења вируса еболе.	

НАПОМЕНА: уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ДА **НЕ**

Кандидат је положио све испите на Докторским академским студијама Математика и има објављене научне радове из области и теме докторске дисертације у часописима категорија M21 (један рад) и M22 (два рада). Првопотписани је аутор једног од горе наведених радова који је објављен у часопису чији је издавач Универзитет у Нишу. Део резултата докторске дисертације још увек није публикован.

ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кратак опис појединих делова дисертације (до 500 речи)

У овој дисертацији су проучавани стохастички епидемиолошки модели у којима је случајност из окружења инкорпорирана на различите начине. Резултати су изложени у пет глава.

Прва глава је уводног карактера и у њој су наведени основни појмови и резултати теорије стохастичких процеса, стохастичких диференцијалних једначина, популационе динамике као и неке неједнакости које се користе у дисертацији.

У Глави 2 су анализирани стохастички модели преноса вируса Западног Нила, засновани на детерминистичким моделима који укључују једну или две популације домаћина и популацију вектора. Случајност је уведена преко независних Браунових кретања. Доказано је постојање и јединственост глобалног позитивног решења и изведени су услови за искорењивање и перзистентност болести. Добијени теоријски резултати су илустровани нумерички применом (Balance Implicit) нумеричке методе која очувава позитивност решења.

Трећа глава се бави моделима ширења вируса SARS-CoV-2 са више класа инфицираних. Испитана је динамика детерминистичког модела, израчунат основни репродукциони број и анализирано постојање и стабилност ендемског еквилибријума. За стохастичку верзију модела су изведени потребни и довољни услови за искорењивање и перзистентност болести и одређен је основни репродукциони број. Приказана је анализа осетљивости основног репродукционог броја детерминистичког и стохастичког модела на параметре модела. Поред тога, изведени су довољни услови за постојање стационарне расподеле стохастичког модела применом теорије Хасминског (Khasminskii).

Четврта глава је посвећена моделима који укључују вакцинацију. Прво се разматра модел са логистичким растом популације и стопом преноса болести описаном функцијом засићења, уз оптималну контролу вакцинације популације у присуству и одсуству ограничења. Значај увођења оптималне контроле у епидемиолошке моделе огледа се у идентификацији најефикасније стратегије међу доступним опцијама, уз минимизацију броја инфицираних особа и оптимизацију трошкова повезаних са применом терапија или вакцина, ради контроле прогресије болести. Изведени су потребни услови за постојање оптималне контроле у случају без и са ограничења, конструкцијом Хамилтонијана (Hamiltonian) и применом принципа максимума. Теоријски резултати су илустровани нумерички на примеру испитивања утицаја и дефинисања оптималне стратегије вакцинације у практичним сценаријима ширења болести еболе. У другом делу ове главе је анализирана динамика стохастичког модела са кашњењем у којем су непрекинуте флукуације из окружења моделоване Гаусовим (Gauss) белим шумом, док су изненадне али значајне флукуације описане Пуасоновим (Poisson) процесом. Изведени су довољни услови за искорењивање и перзистентност болести. Такође, постојање стационарне расподеле је показано применом теореме о међусобно искључивим вероватноћама за процесе Фелера (Feller). Теоријски резултати су илустровани на примеру ширења болести еболе.

У Глави 5 је анализиран епидемиолошки модел који укључује превентивне мере. Посебан фокус је стављен на конструкцију стохастичког модела који интегрише више врста случајности из окружења, чиме се постиже већи ниво реалистичности у поређењу са моделима код којих је случајност описана искључиво путем Гаусовог белог шума. У модел су, пре свега, укључене непрекидне флукуације из околине, под претпоставком да стопа трансмисије задовољава Орнштејн-Уленбеков процес. Такође, за моделирање изненадних и значајних утицаја околине примењен је Пуасонов процес, док је за описивање прелаза вредности параметара модела из једног стања у друго коришћен непрекидни ланац Маркова (Markov) са коначним бројем стања. На крају, период инкубације болести је интегрисан у модел кроз константно временско кашњење. За конструисани модел је доказана егзистенција глобалног позитивног решења, изведени су довољни услови за искорењивање, перзистентност болести и постојање стационарне расподеле. Показано је да овако конструисан стохастички модел има богатију динамичку структуру у односу на моделе који садрже само један тип случајности. Добијени теоријски резултати су илустровани нумерички.

ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Докторска дисертација у потпуности остварује постављене циљеве дефинисане у пријави. Ауторка је формулисала и/или анализирала више класа стохастичких епидемиолошких модела који инкорпорирају различите врсте случајности из окружења описане Гаусовим белим шумом, Пуасоновим процесом, Орнштејн-Уленбековим процесом, ланцем Маркова и временским кашњењем које има непрекидну расподелу. Доказани су кључни резултати као што су постојање и јединственост глобалног позитивног решења, изведени су услови за искорењивање и перзистентност болести система који су описани различитим типовима стохастичких диференцијалних једначина, као и постојање стационарне расподеле неких од њих. Примењена је метода оптималне контроле у циљу идентификације најефикасније стратегије вакцинације уз минимизацију броја инфицираних особа и оптимизацију трошкова за један од модела. Теоријски резултати су илустровани адекватним нумеричким симулацијама, што потврђује њихову применљивост. Истраживања су обухватила и анализу реалистичних сценарија као што су ширење вируса Западног Нила, SARS-CoV-2 и еболе. Добијени резултати указују на висок ниво научне релевантности и оригиналности, чиме су у потпуности реализовани циљеви истраживања постављени у оквиру докторске дисертације.

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Резултати докторске дисертације представљају значајан научни допринос области стохастичког моделирања у епидемиологији. Ауторка је развила и анализирала нове класе стохастичких епидемиолошких модела који укључују различите типове случајности (Гаусов бели шум, Орнштејн-Уленбеков процес, Пуасонове скокове, процесе Маркова), као и ефекте временског кашњења. Посебно је значајна интеграција више извора случајности у оквиру једног модела, чиме је постигнута већа реалистичност у опису ширења заразних болести. Добијени теоријски резултати, као што су услови за искорењивање и перзистентност болести, као и постојање стационарних расподела, проширују постојећа знања и применљиви су на реалне епидемиолошке проблеме. Значајно је и анализирање оптималне контроле за неке од модела, која омогућава идентификацију најефикасније стратегије вакцинације, уз минимизацију броја инфицираних особа и оптимизацију трошкова. Рад представља оригиналан и темељан научни допринос, са потенцијалом за даља истраживања и практичну примену.

Научни допринос и оригиналност резултата дисертације потврђени су кроз публикавање резултата у три научна рада: два у међународним часописима категорија M21 и M22 и један у домаћем часопису (у издању Универзитета у Нишу) категорије M22, као и једно поглавље књиге. Поред тога, ауторка је презентovala резултате истраживања на више интернационалних научних скупова.

Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Током израде докторске дисертације, кандидаткиња је, након стицања релевантног знања, показала самосталност у свим фазама израде дисертације укључујући теоријска истраживања, прикупљање и анализу података и писање научних радова. Добијени теоријски резултати су потврђени на реалним примерима ширења заразних болести, и преточени у научне радове од значаја.

ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

Докторска дисертација кандидаткиње Бојане Јовановић представља оригиналан и значајан допринос у области математичког моделирања заразних болести у стохастичком оквиру. Успешно су анализирани стохастички епидемиолошки модели који укључују различите врсте случајности и кашњења у ширењу и контроли зараза. Теоријски резултати су нумерички илустровани на реалним подацима. Извршена је провера оригиналности и потврђено је да докторска дисертација не садржи елементе плагијаризма. Комисија закључује да су испуњени сви услови предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета у Нишу и Статутом Природно-математичког факултета, те да дисертација под насловом „Стохастички епидемиолошки модели и њихова анализа” може бити предмет одбране.

КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовању Комисије

НСВ Број 817-01-6/25-7

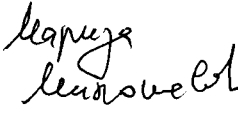
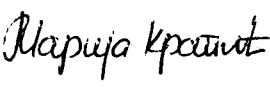
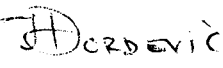
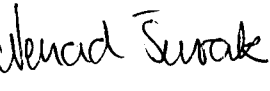
Датум именовања Комисије

07.07.2025.

Р. бр.

Име и презиме, звање

Потпис

1.	Проф. др Марија Милошевић, редовни професор НО Математика (Научна област)	Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	председник	
2.	Проф. др Марија Крстић, редовни професор НО Математика (Научна област)	Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	члан	
3.	Проф. др Јасмина Ђорђевић, редовни професор НО Математика (Научна област)	Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	ментор, члан	
4.	Проф. др Ненад Шувак, ванредни професор НО Математика (Научна област)	Универзитет Josipa Jurja Strossmayera у Осијеку, Факултет примјењене математике и информатике (Установа у којој је запослен)	члан	
5.	Доц. др Душан Ђорђевић, доцент НО Математика (Научна област)	Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу (Установа у којој је запослен)	члан	

Датум и место: