

Pisanje matematičkih publikacija

*Dr Milan Bašić, profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu*



ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Kako (neki) pišu matematiku i publikacije?

- **Bernard Dixon** bivši editor časopisa *New Scientist* i *Medical Science Research*
“Uvek je bolje sjurite se pravo ka poenti, umesto započeti izlaganje istorijskim referencama ili ponavljajući banalnosti.”
- **Kenneth K. Landes**, *A Scrutiny of the Abstract II* (1966),
 - Dobitnik nagrade **Sidney Powers Memorial Award** (zlatna medalja za dostignuća u oblasti naftne geologije)
“Svi pisci mogu da nauče veštinu pripreme apstrakta (što nije lako) koji sadrži suštinske informacije o rezultatima.”



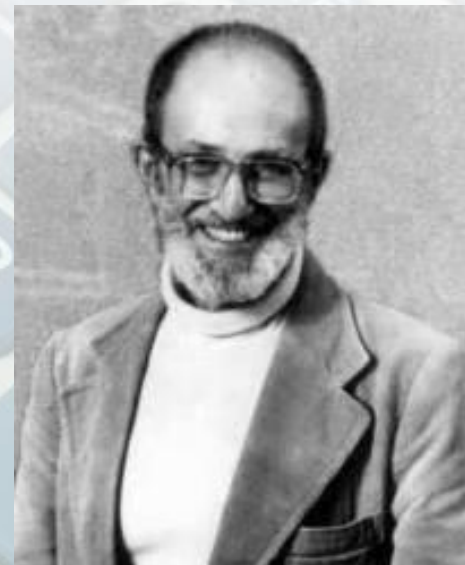
Paul Richard Halmos (1916-2006)

- Američki matematičar i filozof mađarskog porekla.
- Profesor na više američkih univerziteta, između ostalog radio u timu čuvenog matemačira i teoretičara računarstva **John von Neumann-a**.
- Poznat kao izuzetan predavač visokoškolske matematike. 1983. je dobio nagradu **Steele Prize** Američkog društva matematičara za izlaganje matematike. Neki njegovi klasici su:

How to read mathematics

How to write mathematics

How to speak mathematics.

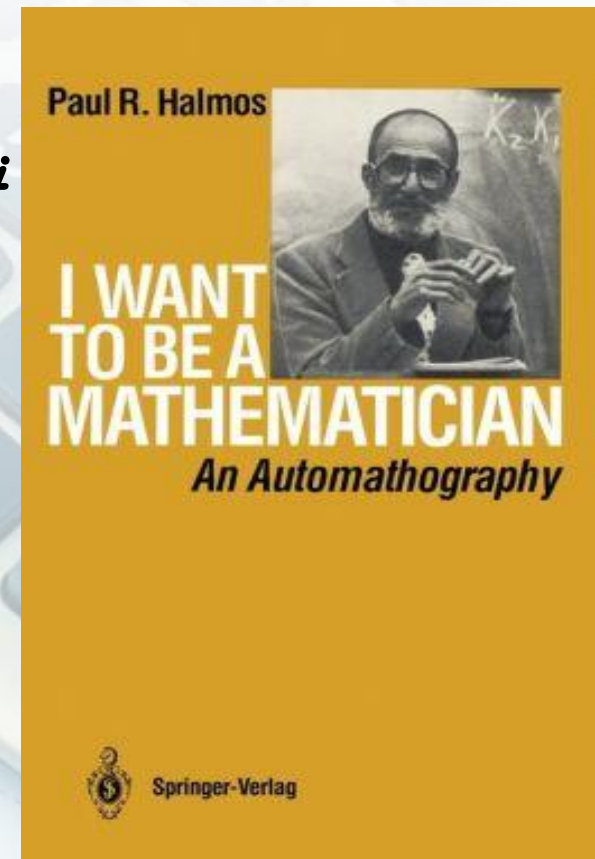


- U svojoj “automatografiji” *I Want to Be a Mathematician* (1985) tvrdi da je prvi uveo skraćenicu “iff” i Q.E.D. (**Halmos-simbol**) za kraj dokaza.
- 2005. zajedno sa svojom ženom ustanovio **Euler Book Prize** nagradu pod okriljem MAA za dostignuća koja popularišu matematiku.

Paul Richard Halmos (1916-2006)

*“Efektno izlaganje matematičkog materijala, kao i sposobnost da predavač bude shvatljiv je rano stečena ili urođena osobina...umetnost koja se ne može nučiti. Ne postoji **koristan recept** za dobro pisanje...*

*Budućim izlagačima i piscima (naročito onim **nadaženim**) mogu biti korisni saveti njihovih starijih kolega.”*



- “Saveti su vrlo često protivurečni i nezahvalno ih je davati.”

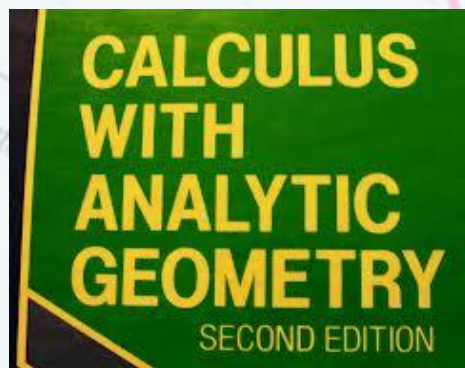
Kako obrazložiti ideju?

- Ne postoji recept za tako nešto
- Da bi naučna ideja imala veću šansu za uspehom mora biti:
 - dobro organizovana
 - jasno izložena (jezički koncizna)
 - pristupačna ljudima van branše
 - takva da istakne autorov entuzijazam
- Uspešnost saopštavanja naučnih ideja i rezultata meri se:
 - brojem čitaoca i brojem referenciranja na rad

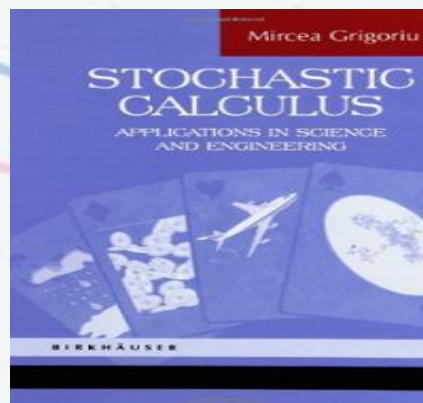


Reći nešto smisleno

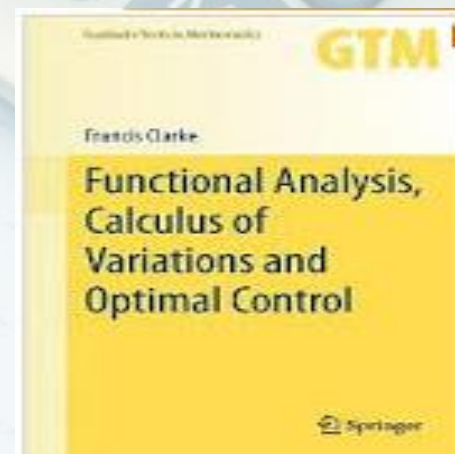
- Dva načina kako izlaganje (pismeno ili usmeno) postaje bespredmetno :
 - pisanje radi pisanja-nemanje ideje
 - rasplinjavanje-previše ideja (**Knjige o računu**)
- Uspeh lepo isplanirane teme ne zavisi od dužine publikacije:
 - radovi od pola strane
 - monumentalne studije od više hiljada strana
- Ako su ideje i rezultati dovoljno značajni šansa za uspehom teme je velika čak iako je konfuzno prezentovana (**Birkofov dokaz**)



Milan Bašić



PMF, novembar 23



Publika



Kome se obraćamo?

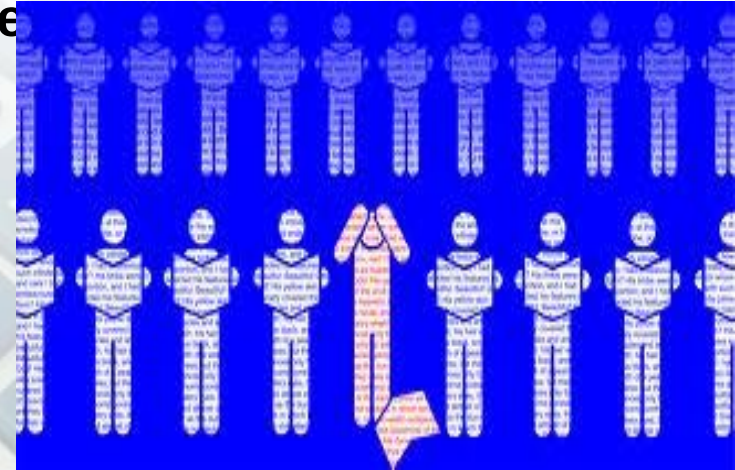
- **Pristup i širina pisanja zavisi od publike kojoj je namenjen: naučnoj, studentskoj,...Kome god da je namenjen jedino šta varira je:**

- ☐ količina motivacije
- ☐ stepen neformalnosti
- ☐ stepen detaljnosti
- ☐ učestalost ponavljanja pojmova

- **Pristup zavisi i od vrste naučne publike:**

- ☐ članak: nije potrebno dati jaku motivaciju, staviti rad u širi kontekst i uporediti novodobijene rezultate sa pređašnjim tj. na koje se oslonja ili ih nadograđuje,..
- ☐ pregledni: objasniti zašto je važna tema, dati motivaciju, kakva je veza sa drugim oblastima, objasniti posebnost perspektive na temu
- ☐ Jedna ista tema može biti obrađena na više načina. **Rezultati o Teplicovim matricama za inženjere obrađuju se u svetlu fizičarskih problema (odakle su i proistekle), dok matematička publika očekuje teorijske rezultate.**

- **Potrebno je identifikovati publiku, ali se obraćati i tipičnom (“imaginarnom”) čitaocu/slušaoцу (na primer početniku u pisanju teze, ekspertu,...)**



Biti prijateljski nastrojen

- Zapitajte se zašto bi uopšte “imaginarni” član publike čitao vašu publikaciju?
 - odgovor se lako nalazi ako publikacija ima **nit** (dobro je **usmerena**)
 - ukoliko nemate odgovor, **natrag u laboratoriju!!!**
- Postavljanjem u poziciju “imaginarnog” čitaoca (slušaoca), izlagač će moći lakše da **predoči** šta bi mogle biti njegove **poteškoće**.
- (SIAM Guidelines for authors, 1998): “*Intelektualna Ideja (motiv) mora biti jasna čitalaštvu i ne sme biti prikrivena notacijom, žargonom, tehničkim detaljima...*”

Ivars Peterson editor časopisa *Science News*:
*Formati većine radova izgledaju **neprijateljski nastrojeni** prema širokom spektru novih matematičkih ideja... Naslov, abstrakt i uvod kažu: “Stranci držite se podalje, rad je samo namenjen onima koji su u toku sa tematikom”*



- **Opasnost:** Stvarna publika može biti različita od percipirane.

Organizacija i struktura



Početna faza

■ Cilj: od hrpe rezultata stvoriti smislenu uobličenu celinu.

1) Rangirati rezultate prema značaju i identifikovati najznačajniji prema:

- Neočekivanosti i originalnosti
- Kvalitetu
- mestu u literaturi (u poređenju sa poznatim rezultatima)

■ Pomaže u stvaranju naslova i pisanju abstrakta

2) Razmisliti o dužini rada:

- Duži radovi: su teži za organizaciju
- Kraći radovi: moraju biti efektni i informativni
- Rad: temeljan, koncizan, čitljiv, zanimljiv,... (protivurečni zahtevi)

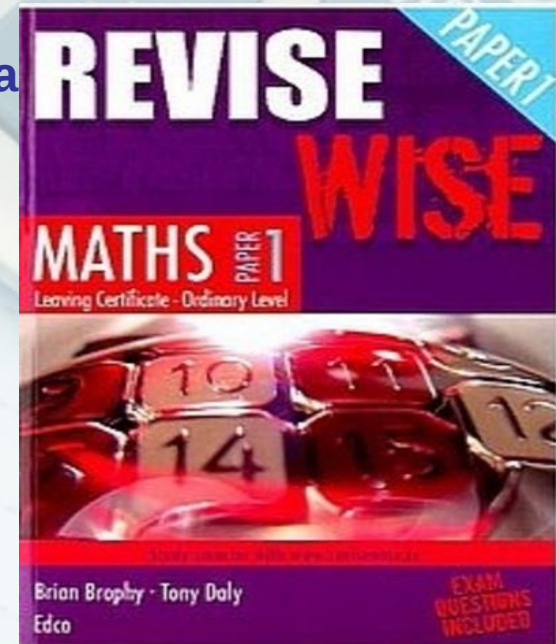
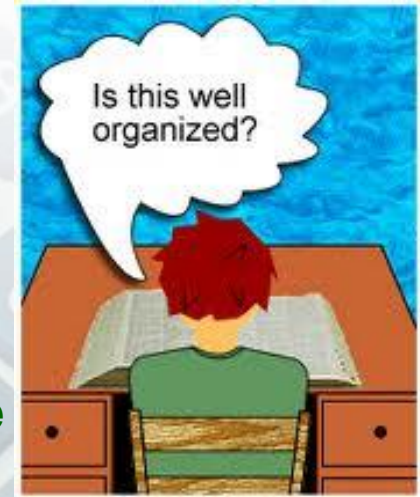
3) Potrebno je odlučiti na koji način se obrađuje tema i kako se prezentuju rezultati:

- Prezentovati opšti rezultat pa iz njega izvući specijane slučajeve (iako su oni zanimljiviji) ili ići obrnutim smerom



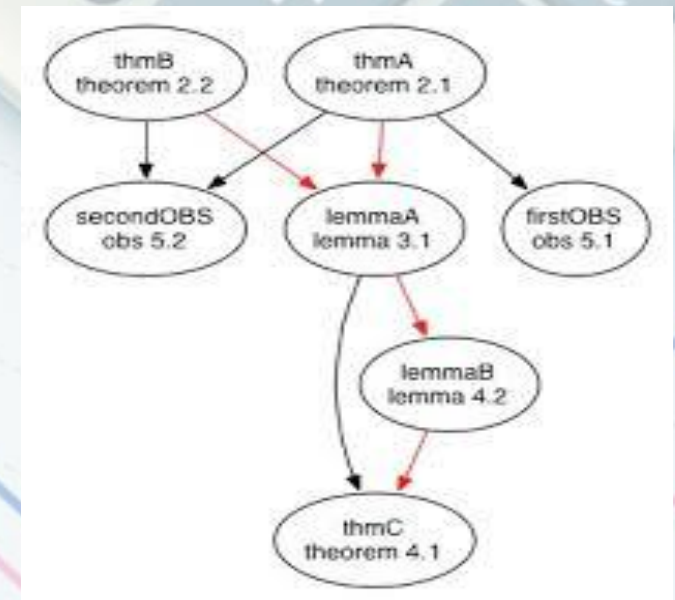
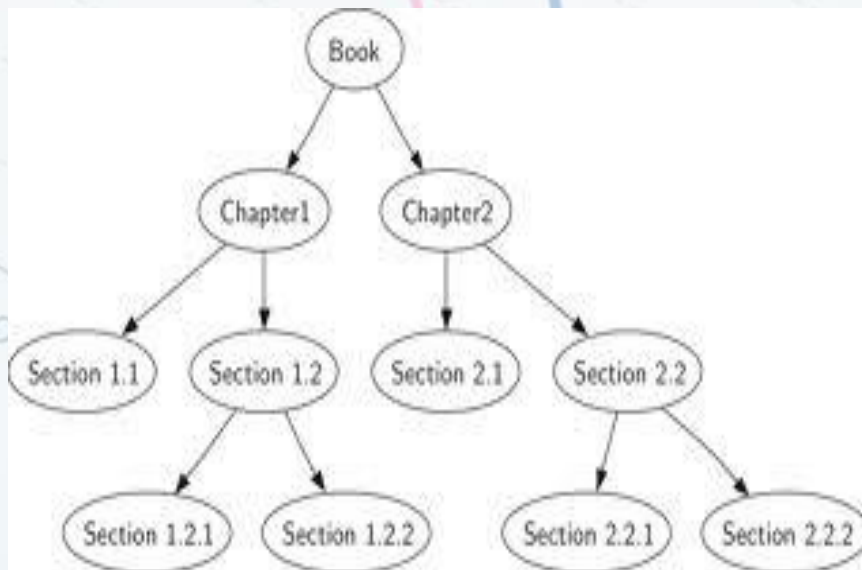
Naredne faze

- 1) Organizacija počinje od naslova publikacije, naslova poglavlja, naslova odeljaka (ako se piše članak)...
 - Naslov knjige: teorija mere
 - Naslovi poglavlja: skupovi, mera, funkcije, integrali
 - U kasnijim fazama odlučiti da li će se dodati poglavlje o teroiji verovatnoće
- 2) Odlučiti se šta treba izostaviti iz publikacije?
 - U idealnoj organizaciji za sve ima mesta i sve je na svom mestu
 - Ako rad sadrži isuviše detalja postaje naporan za čitanje-**od drveća se ne vidi šuma**
- 3) Rad organizovati oko glavnog rezultata:
 - to može biti neki primer ili kontraprimer koji bi bio ključan za sagledavanje šire teorije
 - **Zabluda je da suštinsko mesto u radu mora zauzeti dokaz!!!**

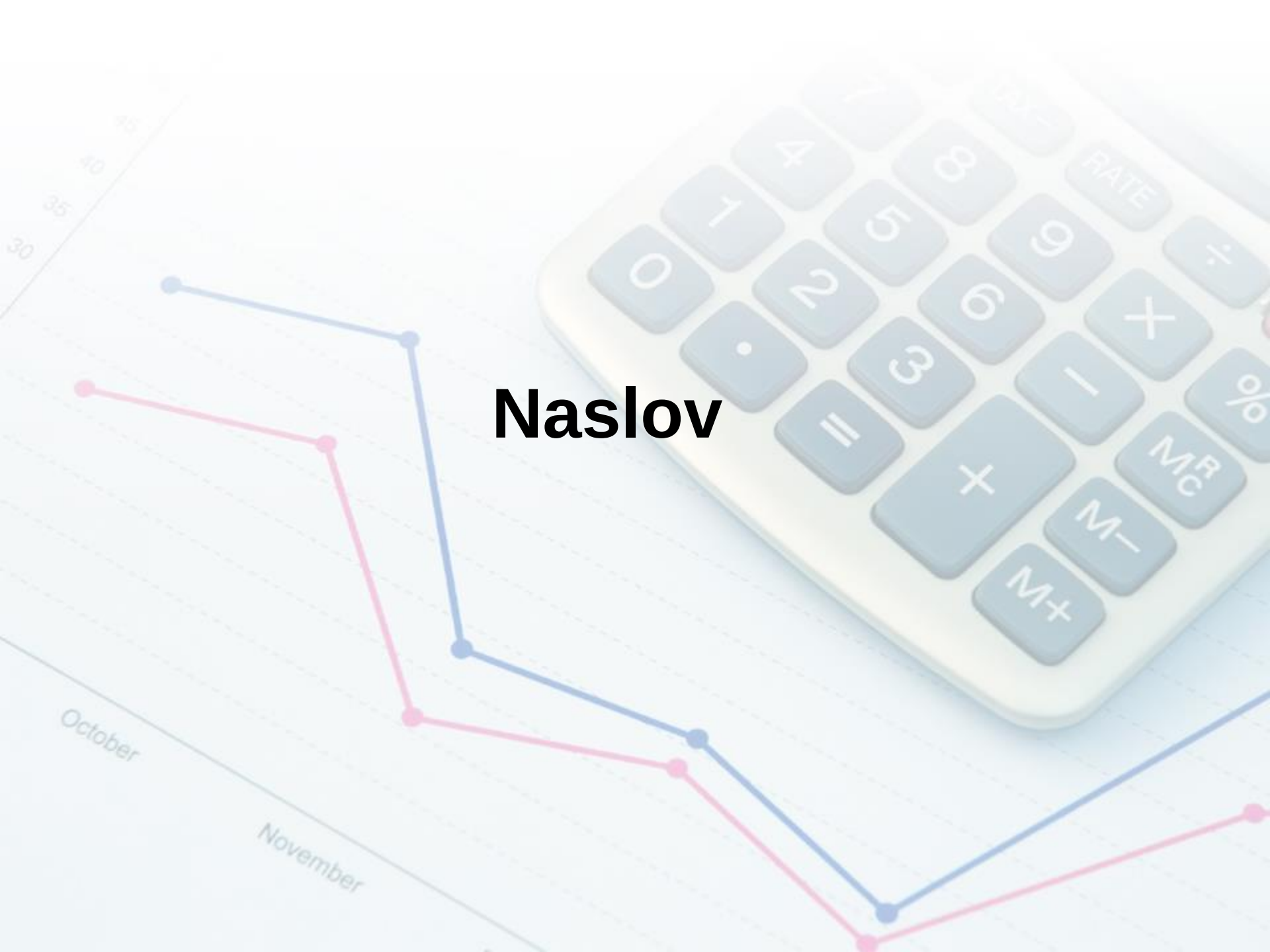


Struktura

- Rad dobija prve strukturne obrise kreiranjem naslova manjih celina: odeljaka, pododeljaka, podnaslova,...
- Dijagram organizacije teme je **graf** koji bi po pravilu trebalo biti **stablo**
- Za izabrani način organizacije teme, linearno urediti rezultate (tvrđenja, primere, rezultate izračunavanja, eksperimenata,...)



Naslov



Kraće, informativno, intrigantno,...

- **G.A. Kerkut** "Choosing a Title for a Paper" *Comparative Biochemistry and Physiology* 74A (1983): p. 1.:

“Na jednog čitaoca celog rada dodje 500 onih koji pročitaju samo naslov.”

- Naslov treba da predstavlja opis rada u jednoj rečenici
 - zajedno sa **sadržajem** i **listom referenci** prvo što zainteresuje čitaoca da krene sa daljim čitanjem (abstrakta)
 - treba biti dovoljno **intrigantan** da privuče pažnju čitaocu (recezentu)
- **P. Halmos**, “Celebrating 50 Years of Mathematics”:
 - Kritikovao Kelley-a da “*nije dobra ideja da se ceo rad stavi u naslov*”:

“A Decomposition of Compact Continua and Related Results on Fixed Sets under Continuous Mappings”



“Simple Links and Fixed Sets”

Dobro sročeno

- ***“How and how not to check Gaussian quadrature formula?”(1983)***
 - **“How to” u startu pobuđuje pažnju čitaoca**
- ***“Gaussian elimination is not optimal”(1969)***
 - **Odličan naslov: sažetak celog rada stao u jednoj rečenici**
- ***“How near is a stable matrix to an unstable matrix?”(1985)***
 - **Pitanje je direktno i privlačno**
- ***“ALGOL 68 with fewer tears”(1972)***
 - **Objavljuje se da je rad o programskom jeziku i podstiče čitaoca da ga demistifikuje**
- ***“Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix”(1978)***
 - **Klasičan rad iz numeričke analize sa pamtljivim naslovom**
- ***“Can you count on your calculator?”(1977)***
 - **Igra reči najčešće nije efektna u naslovu, ali je ovde izuzetak**

Dobro ili ne?

- 1) ***“Fingers or fists? (The choice of decimal and binary representation)”***
 - Analogija i aliteracija daju dopadljiv naslov
 - Da li je neophodno pojašnjenje?
 - 2) ***“Least Squares Approximation of a Symmetric Matrix?”***
 - Ne opisuje u potpunosti problem
- 
- 2) ***“The Symmetric Procrustes problem”***
 - Još manje informativan ukoliko čitalac nije upoznat sa ovim tipom problema, ali intrigantan
 - 3) ***“Characterization of circulant graphs having perfect state transfer”***
 - O kakvoj karakterizaciji je reč? Full characterization?
 - ***“Which weighted circulant graphs have perfect state transfer?”***
 - Forma pitanja je uvek zahvalna

Pravopis

- Ukoliko naslov nije kratak, **mora** biti prelomljen u najmanje dva reda

- Fraza ostaje se ne prelama u više redova
- Linija ne počinje “slabim” rečima kao što su veznici
- Linije su približno iste dužine

***“On Real Matrices with
Positive Definite Symmetric Component”***

***“Numerically Stable Parallel Algorithms
for interpolation”***

***“On Real Matrices with Positive
Definite Symmetric Component”***

***“Numerically Stable Parallel Algorithms for
interpolation”***

***“Explanation of the Coincidence of a Theorem Given by Mr Sylvester in
the December Number of This Journal, with One Stated by
Professor Donkin in the June Number of the Same” (1851)***

Lista autora

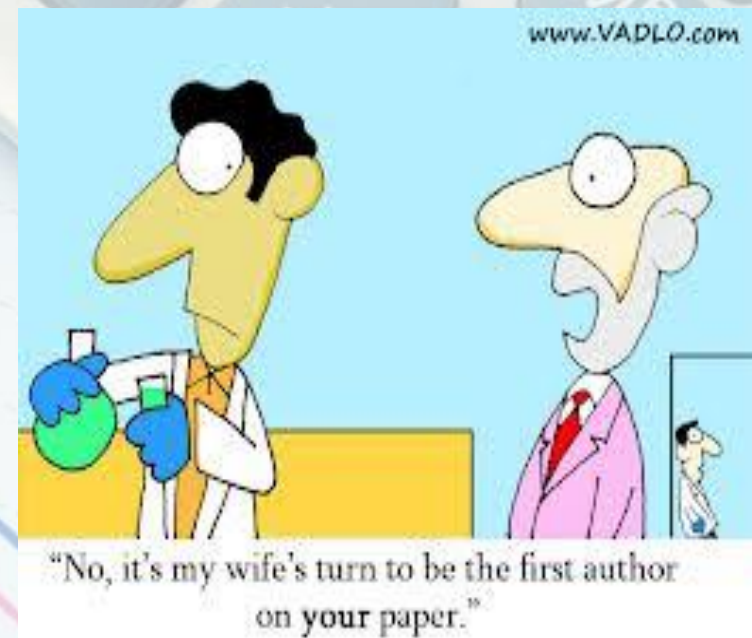


Ko će prvi?

- U *Mathematical Reviews* (online) bazi podataka AMS-a, koja sadrži kratke opise i vrednovanja radova iz matematike, statistike i računarskih nauka, se može naći podatak:
 - U 1940. je samo 10% radova bilo koautorskog tipa
 - 90-tih je ta brojka bila na 50%
- Sa povećanjem broja autora postavlja se pitanje redosleda potpisa na radu:
 - Prvi na listi je autor koji je uradio najveći deo posla
 - Prvi na listi može biti autor sa najvišim zvanjem (profesor, mentor, šef laboratorije,...)
 - U nekim disciplinama (primenjena fizika, astronomija,...) autor sa najvišim zvanjem je poslednji u nizu
 - Alfabetско potpisivanje
 - Alternirajuće potpisivanje ukoliko je u pitanju dugogodišnja saradnja.
 - Primenljivo i na više ljudi-ciklično potpisivanje

Ko će prvi?

- **Hennessy i Pattersont** pri citiranju svoje knjige "*Computer Architecture*" naizmenično menjaju redosled svojih imena
 - Ovakav pristup zbunjuje bibliotekare i čitaoce, jer se stiče utisak da postoje **dve knjige**
- Ime prvog autora najbitnije:
 - **radovi se pored naslova pamte (u bibliotekama i bazama) i citiraju najčešće po imenu prvog autora**
- Biti konzistentan u potpisivanju da bi se znalo da se radi o istom autoru
 - **Kinezi i Japanci (ali i Mađari...) se moraju odlučiti kojim će redosledom pisati ime i prezime**



The background of the slide is a composite image. On the right side, there is a close-up of a white calculator with grey buttons, showing various mathematical symbols like '+', '-', 'x', '/', and memory functions like 'M+', 'M-', 'MC', and 'MR'. On the left side, there is a line graph with a light blue grid. The y-axis has numerical labels 30, 35, 40, and 45. The x-axis has labels for 'October' and 'November'. Two lines are plotted: a blue line with circular markers and a pink line with circular markers. Both lines show a general downward trend from October to November, with the blue line starting higher and ending lower than the pink line.

**Apstrakt, ključne reči i
predmet klasifikacije**

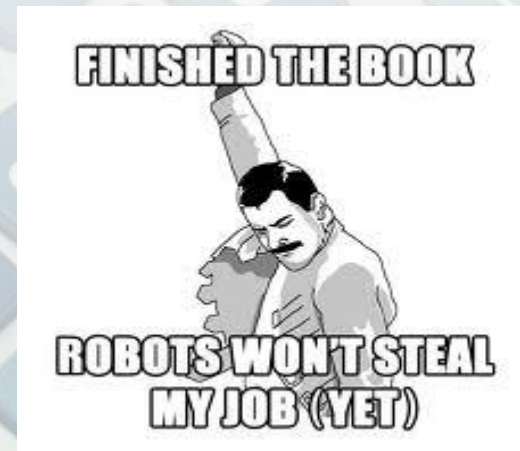
Par sugestija...

- Abstrakt predstavlja **sažetak celog rada** i njegova uloga je **da zainteresuje čitaoca da pročita ceo rad**
- Predstavlja mini-rad napisan u najviše jednom paragrafu sa 200-300 reči
- Mora biti **čitljiv**, dovoljno **informativan** (o rezultatima rada) i **razumljiv** bez dodatnog pozivanja na rad
- Izbegavati matematičke formule, tehnički žargon ili obilje simbola
 - Između ostalog može doći do petoškoća pri procesu publikacije.
- U apstraktu koristi samo pune nazive radova pri njihovom citiranju
 - “An algorithm given by Boyd [*Linear Algebra and Appl.*, 9:95-101, 1974] is extended...”
- Apstrakt treba da sadrži određene zaključake u radu
 - “A numerical comparison of these methods is presented...”-nikakav zaključak o poređenju rezultata nije iznet (neinformativnost)
- Neki časopisi ne dopuštaju “we”, umesto toga pasiv i upotreba “it”
 - Halmos: “*Najjasnije rečenice u matematičkom tekstu su faktografske*”

“Generički apstrakt”?

■ Nekoliko načina kako započeti apstrakt:

- “The aim of this paper is to bring together two areas in which”
- “We prove that in some families of compacta there are no universal elements...”
- “It is also shown that ...”
- “Some relevant counterexamples are indicated.”
- “It is of interest to know whether ...”
- “We are interested in finding ...”
- “It is natural to try to relate ... to”



- **David Louis Swartz** je u svom članku “How to be a published mathematician without trying harder than necessary” (1986) dao primer apstrakta ukoliko je nedostatak inspiracije prisutan:

After a crisp, cogent analysis of the problem, the author brilliantly cuts to the hart of the question with incisive simplification. These soon reduce the original complex problem edifice to a mouldering pile of dusty rubble.

Ključne reči i predmet klasifikacije

- Ključne reči treba birati tako da one budu dovoljno **specifične da nagoveste sadržaj rada**
 - bitne za pronalaženje rada komjuterskom pretragom
 - olakšavaju posao editoru da pronađe recezente
- Većina časopisa traži da im autor klasifikuje rad po naučnoj oblasti koristeći *AMS Mathematics Subject Classification*:
 - Oblasti matematike su podeljene u 61 sekciju i označene brojevima od 0 do 94, koje su dalje podeljene u podsekcije označene slovima engleskog alfabeta
 - <http://media.leidenuniv.nl/legacy/ams-mathematics-subject-classification-w%26i.pdf>
 - brojem 65 je označena oblast Numeričke analize i ima 106 podsekcija;
 - 650F05 je označena sekcija za metode rešavanja linearnih jednačina
 - Postoje i druge klasifikacione šeme, na primer za računarske nauke: *Computing Review Classification System*
- Ovaj stadijum pisanja rada zgodan je za pravljenje liste simbola svih matematičkih simbola koji će se pojaviti u publikaciji
 - Halmos: "Zabluda je da je autoru na raspolaganju beskonačno mnogo njih"

	62J	Linear inference, regression	
	62K	Design of experiments	
	62L	Sequential methods	
	62M	Inference from stochastic processes	
	62N	Survival analysis and censored data	
	62P	Applications	47 -
	62Q	Statistical tables	
65		Numerical analysis	48 -
	65A	Tables	
	65B	Acceleration of convergence	
	65C	Numerical simulation	
	65D	Numerical approximation and computational geometry	50 -
	65E	Numerical methods in complex analysis (potential theory, etc.)	
	65F	Numerical linear algebra	
	65G	Error analysis and interval analysis	
	65H	Nonlinear algebraic or transcendental equations	
	65J	Numerical analysis in abstract spaces	
	65K	Mathematical programming, optimization and variational techniques	
	65L	Ordinary differential equations	
	65M	Partial differential equations, initial value and time-dependent initial-boundary value problems	
	65N	Partial differential equations, boundary value problems	
	65P	Numerical problems in dynamical systems	
	65Q	Difference and functional equations, recurrence relations	
	65S	Graphical methods	
	65T	Numerical methods in Fourier analysis	
	65Y	Computer aspects of numerical algorithms	
	65Z	Applications to physics	
68		Computer science	52 -
	68M	Computer system organization	
	68N	Software	
	68P	Theory of data	

Uvod



Uvod uvoda

- Prva rečenica uvoda treba da sadrži neku **suštinsku informaciju** o razmatranom **problemu**. Uvod treba **lagano** da uvede čitaoca u razradu.
 - Verovatno najgori način za otpočinjanje uvoda je navođenje **liste oznaka** i definicija pojmova:
 - “Let G be an abelian group and H be a subgroup of G ... Let $F_{m \times n}$ be the linear space of all $m \times n$ matrices over complex field C . We use A^* to denote...”
 - Bolji način: “This work was intended as an attempt to motivate (at motivating)”
 - Halmos: “...*Time što će se neki pojam neformalno pomenuti nekoliko odeljaka unapred pre njegove formalne definicije, daje se veća motivacija čitaocu, pri čemu on stiže širi uvid od neumoljive formalnosti...*”
- Uvod se može započeti definicijom ako je ona neophodna da se navede problem i otpočne analiza:
 - Let A be a positive definite matrix of order n with eigenvalues $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ corresponding to orthonormal system of eigenvectors $x_1, x_2, \dots, x_n$. In some applications, one must obtain an estimate μ_1 without going to the expense of computing the complete eigensystem of A . A simple technique that is applicable to a variety of problems is the power method.

Struktura uvoda

- Uvod bi trebalo po pravilu da bude relativno kratak deo rada od oko nekoliko stotina reči i da sadrži:
 - definiciju problema
 - prezetaciju progressa po pitanju razmatranog problema koji postigli drugi autori
 - plan i metod rešavanja problema, poređenje rezultata i poentiranje
 - ostavljanje poente za razradu ili kraj rada rizikuje se da čitalac izgubi interesovanje pre nego što stigne do nje
- Nekoliko načina kako započeti rečenice u uvodu:
 - "We will touch only a few aspects of the theory."
 - "We will restrict our attention (the discussion/ourselves) to ..."
 - "Our theorem provides a natural and intrinsic characterization of ..."
 - "Our viewpoint sheds some new light on ..."
 - "One may ask whether this is still true if ..."
 - "This question is at present far from being solved."
 - "The paper is organized as follows...Section 4 deals with (discusses) the case..."

Pravo u srce



- Uvod je efikasniji ako se bez traćenja reči definiše problem i motiviše njegova analiza. Ovo vodi čitaoca u “srce” rada:

□ “The preparation of this note was prompted by the appearance, in the chemistry literature of a 16-digit table of a Gaussian quadrature formula for integration with measure $d\mu(t) = \exp(-t^3/3)dt$ ($t > 0$), a table, which we suspected is accurate to only 1-2 decimal digits. How does one go about convincing a chemist, or anybody else for that matter, that his Gaussian quadrature formula is seriously defective?”

- Nekada je efektivnije obrisati par uvodnih rečenica koje se odnose na neki opšti opis problema i kao takve su obično neinteresantne. **Brisati ih!**

“Polynomials are widely used as approximating functions in many areas of mathematics and they can be expressed in various bases. We consider how to choose the basis to minimize the error of evaluation in floating point arithmetic.”

“In which basis should we express a polynomial to minimize the error of evaluation in floating point arithmetic?”

Račun(ar)ski eksperimenti



Eksperimentisati pažljivo

- Kompjuterska izračunavnja treba izvesti kad god je potrebno:
 - steći bolji uvid u metod i upoređivati različite medote
 - dokazati teorijske hipoteze ili testirati perforamanse algoritma (softvera)
- U nekim časopisima naročito iz oblasti numeričke analize editori zahtevaju komjuterske eksperimente (na primer JCAM)
- Kad se izvršeni eksperiment opisuje treba navesti što više detalja u vezi implementacije (na primer u **apendiksu**), sve u cilju omogućavanja **lake interpretacije rezultata** i neometanog **ponavljanje eksperimenta**:
 - mašinska preciznost, tip slučajnih brojeva (normalizovani ili uniformni) programski jezik, tip kompajlera,...
 - Ako se prikazuje rezultat aproksimacije ili konvergencije niza najčešće je bolje prikazati **grešku u normalizovanoj formi** od prikazivanja samih vrednosti.
- Jedna od glavnih poteškoća koje se mogu javiti u dizajniranju eksperimenta je testiranje tj. **traženje reprezentativnog uzorka** primera koji će pokriti što širu klasu slučajeva
- Pri kreiranju zaključka posle izvedenog eksperimenta treba biti obazriv:
 - ako se iz podataka ne može izvesti generalni zaključak, onda formulacija treba ići u pravcu pripremanja terena za dodatnim ispitivanjima

[Journals & books](#)[Online tools](#)[Authors, editors & reviewers](#)[About Elsevier](#)

Journal of Computational and Applied Mathematics

The *Journal of Computational and Applied Mathematics* publishes original papers of high scientific value in all areas of **computational and applied mathematics**. The main interest of the Journal is in papers that describe and analyze new **computational techniques** for solving **scientific or engineering** problems. Also the improved analysis, including the effectiveness and applicability, of existing methods and algorithms is of importance. The computational efficiency (e.g. the convergence, stability, accuracy, ...) should be proved and illustrated by nontrivial numerical examples. Papers describing only variants of existing methods, without adding significant new computational properties are not of interest.

The Journal also publishes short communications and comments of at most 4 journal pages.

Beleženje podataka

- Tabela mora biti čitljiva i što jednostavnija (što manje nepotrebnih podataka):
 - izbeći nepotrebna ponavljanja (izvući zajednički "imenitelj" u heder kolone kao što su merne jedinice,...)
 - preporučuje se ređanje vrednosti po kolonama, pre nego po vrstama (naročito ako se tabela koristi za poređenje vrednosti)
 - Ako je tabela suviše visoka onda je razbiti u više vertikalnih tabela
- Ne upisivati u tabelu brojeve u fiksnom zarezu sa većim brojem značajnih cifara ako to nije neophodno
 - ako se meri procesorsko vreme u sekundama, onda nije potrebno zakruživati ga na 6 decimala
 - ali ako se beleži aproksimaciona greška Rimanove formule za distribuciju prostih brojeva onda se mora prikazati veliki broj cifara
- Ukoliko se prikazuje obiman skup podataka tada je bolje prikazati ih u dodatku (appendix) ili grafikonom
 - ako se prikaz podataka ipak vrši tabelom staviti referencu tabele na vidljivo mesto u tekstu i staviti odgovarajući komentar o delu tabele na koji čitalac treba obratiti pažnju

Table 6.1. Timings for a parallel algorithm.

# processors	Time	Speedup
$p = 1$	28.352197 secs	—
$p = 4$	7.218812 secs	3.9275
$p = 8$	3.634951 secs	7.7999
$p = 16$	1.929347 secs	14.6952

Table 6.2. Timings for a parallel algorithm.

No. of processors	Time (secs)	Speedup
1	28.4	—
4	7.2	4.0
8	3.6	7.8
16	1.9	14.7

Table 6.4. Approximations to $\pi(x)$.

x	$\pi(x)$	$x/\ln x$	$L(x)$	Riemann's formula
10^3	168	144.8	176.6	168.36
10^6	78498	72382.4	78626.5	78527.40
10^9	50847534	48254942.4	50849233.9	50847455.43

Zaključak



Ponavljanje (ni)je majka znanja?

- Zaključak ne treba da (**a to se često čini!**):
 - **ponavlja doslovce** rečenice iz ranijih sekcija (najčešće uvoda)
 - *“We show that X’s result can be extended to a larger class...”*
- Zaključak treba da:
 - sagleda rezultata rada iz drugog ugla
 - da diskusiju o dometima ponuđenih metoda, rešenja,...
 - ponudi ideje i da predloge za dalja istraživanja
- Biti oprezan sa pozivanjima na neobjavljene radove:
 - Primer slavnog rada Watson & Crick, *“Molecular structure of nucleic acids: A structure of DNA”*, Nature, 1953. 25 April.:



*“...Full details of the structure, including conditions assumed in building it, together with a set of co-ordinates for the atoms, **will be published elsewhere...**”*

- **Obećanje ispunjeno: rad objavljen 31. maja 1953.!**

Daje se na znanje

- Naglasiti svaki vid finansijske podrške (projekat, stipendija, sponzorstvo)
 - “This reasrch was supported by...”
 - “The author wishes to thank the University of ..., where the paper was written for the invitation and hospitality”
- Neki časopisi (kao što su SIAM-ovi) zahtevaju da se ova vrsta komentara piše na prvoj strani u fusnoti
 - Ako nije eksplicitno navedeno suprotno onda se otvara nova sekcija pod nazivom **Acknowledgement** (alternativno se speluje **acknowledgment**)
- Običaj (**obaveza**) je zahvaliti se svakom ko je pročitao rad i dao značajne komentare koji su poboljšali njegov kvalitet:
 - “I would like to thank...” → “I thank...”
 - Izbegavati zahvalnice tipa: “I thank X for pointing out an error in the proof of Theorem Y”, jer se na ovaj način sugerise da teorema nije korektna
 - Ako je ipak neophodno zahvaliti se na ovaj način staviti “in a earlier attempt of proof”
- Anonimnom recezentu se ne bi trebalo zahvaljivati za “njegove” (**možda njene**) sugestije iako je to vrlo često slučaj:
 - “I thank the anonymous referees, particularly Dr. J. R. Ockendon for...”
 - “I would like to thank to the unknown referees...”



Citiranje, reference, plagijarizam



Literatura

- Lista referenci definiše kojoj oblasti pripada rad i služi kao pokazatelj toga da li je autor upoznat sa prethodnim rezultatima iz dotične oblasti
 - Citirati radove koji sadrže **relevantne rezultate** koji su u vezi sa temom rada
 - Nikako ne citirati radove **efekta radi** (da bi se fascinirao čitalac), jer se ovim pristupom stiče utisak da autor **nema samopouzdanja** oko onog o čemu piše
- Stil pisanje referenci zavisi od izdavača i časopisa (SIAM, IMA, Elsevier, Springer-Verlag):
 - Pri pravljenju liste referenci najčešće se zahtevaju skraćenice za nazive časopisa
 - Uobičajeno je da je lista referenci uređena alfabetski, mada postoje i časopisi gde n-ti citirani rad predstavlja n-tu referencu u listi

SIAM journals: J. H. WILKINSON, *Error analysis of floating-point computation*, Numer. Math., 2 (1960), pp. 319–340.

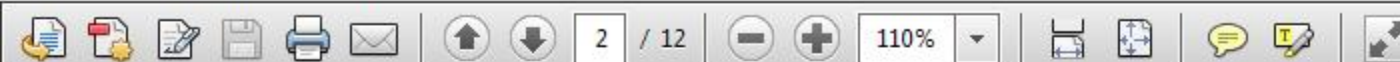
IMA journals: WILKINSON, J. H. 1960 Error analysis of floating-point computation. *Numer. Math.* **2**, 319–340.

Elsevier journals: J. H. Wilkinson, Error analysis of floating-point computation, *Numer. Math.* 2:319–340 (1960).

Springer-Verlag journals: Wilkinson, J. H. (1960): Error analysis of floating-point computation. *Numer. Math.* **2**, 319–340.

Citiranje ili plagiranje?

- Postoje dve vrste citiranja: brojevima i korišćenjem imena autora + godinom publikovanja rada (harvardski sistem):
 - “This results agree with an existing study of Smith (1990).”
 - Ukoliko treba citirati dva rada istog autora izašla iste godine onda se dodaju slova godini Smith (1990a) i Smith (1990b)
- Po pravilu se referenca stavlja na kraju rečenice:
 - “This method was found [17] to be unstable...”
- Višestruke reference treba poredati u rastući poredak, ali ako se želi naglasiti istorijski progres rezultata tada se ispred broja dodaje i ime i godina:
 - “variations have been developed by Smith (1974) [13], Hall (1981) [2] and Jones (1985) [7]”
- Plagiranje (**kao i samoplagiranje!!**) je najveći greh u akademskom istraživanju
 - Ako se koristi nečiji rezultat, obavezno treba navesti i ime autora (“as Smith observed”) ili staviti navodnike ako se preuzima deo teksta
 - Plagiranje je uticalo na mnoge karijere naučnika o čemu su pisale prestižne svetske novine kao *New York Times*



Manuscript

[Click here to view linked References](#)

Extremal graph characterization from the bounds of the spectral radius of weighted graphs

Kinkar Ch. Das*

Department of Mathematics,

Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Republic of Korea

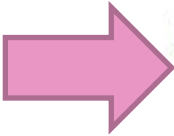
August 13, 2009

Abstract

We consider weighted graphs, where the edge weights are positive definite matrices. The eigenvalues of a graph are the eigenvalues of its adjacency matrix. We obtain a lower bound and an upper bound on the spectral radius of the adjacency matrix of weighted graphs and characterize graphs for which the bounds are attained.

Keywords: Weighted graph, Adjacency matrix, Spectral radius, Upper bound, Lower bound



- [9] K. C. Das and R. B. Bapat, A sharp upper bound on the largest Laplacian eigenvalue of weighted graphs, *Linear Algebra Appl.* **409** (2005), 153-165.
-  [10] K. C. Das and R. B. Bapat, A sharp upper bound on the spectral radius of weighted graphs, *Discrete Math.* **308** (2008), 3180-3186.
- [11] K. C. Das and P. Kumar, Bounds on the greatest eigenvalue of graphs, *Indian Journal of pure and applied math.* **34** (6) (2003), 917-925.
- [12] K. C. Das and P. Kumar, Some new bounds on the spectral radius of graphs, *Discrete Mathematics* **281** (2004), 149-161.
- [13] O. Favaron, M. Mahéo and J.-F. Saclé, Some eigenvalue properties in graphs (conjectures of Graffiti-II), *Discrete Mathematics* **111** (1993), 197-220.
- [14] Y. Hong, Bounds of eigenvalues of graphs, *Discrete Mathematics* **123** (1993), 65-74.
- [15] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, New York, 1985.
- [16] R. P. Stanley, A bound on the spectral radius of graphs with e edges, *Linear Algebra Appl.* **67** (1987), 267-269.



Available online at www.sciencedirect.com



ScienceDirect

Discrete Mathematics 308 (2008) 3180–3186

DISCRETE
MATHEMATICS

www.elsevier.com/locate/disc

A sharp upper bound on the spectral radius of weighted graphs[☆]

Kinkar Ch. Das^a, R.B. Bapat^b

^a*Combinatorial and Computational Mathematics Center, Mathematics, Pohang University of Science and Technology,
Pohang 790-784, South Korea*

^b*Indian Statistical Institute, New Delhi 110016, India*

Received 10 March 2006; received in revised form 19 May 2007; accepted 24 June 2007

Available online 10 August 2007

Abstract

We consider weighted graphs, where the edge weights are positive definite matrices. The eigenvalues of a graph are the eigenvalues of its adjacency matrix. We obtain an upper bound on the spectral radius of the adjacency matrix and characterize graphs for which the bound is attained.

© 2007 Elsevier B.V. All rights reserved.

Keywords: Weighted graph; Adjacency matrix; Spectral radius; Upper bound

1. Introduction

We consider simple graphs, that is, graphs which have no loops or parallel edges. Thus a graph $G = (V, E)$ consists of a finite set of vertices, V , and a set of edges, E , each of whose elements is an unordered pair of distinct vertices. We generally take $V = \{1, 2, \dots, n\}$. We will assume familiarity with basic graph-theoretic notions, see, for example, [2,3].

A weighted graph is a graph, each edge of which has been assigned a square matrix, called the weight of the edge. All the weight matrices will be assumed to be of the same order and will be assumed to be positive definite. In this paper, by “weighted graph” we will mean a “weighted graph with each of its edges bearing a positive definite matrix

In this section we find an upper bound on the spectral radius of the adjacency matrix of weighted graphs and characterize the graphs for which the spectral radius is equal to the upper bound.

Theorem 4.1. *Let G be a simple connected weighted graph. Then*

$$|\rho_1| \leq \max_{i \in V} \left\{ \sqrt{\sum_{j: j \in N_i} \rho_1(w_{i,j}) \sum_{k: k \in N_j} \rho_1(w_{j,k})} \right\} \quad (8)$$

where $w_{i,j}$ is the positive definite weight matrix of order p of the edge $ij \in E(G)$. Moreover equality holds in (8) if and only if

- (i) G is a weight-regular graph or G is a weight-semiregular bipartite graph;
- (ii) $w_{i,j}$ have a common eigenvector corresponding to the largest eigenvalue $\rho_1(w_{i,j})$ for all i, j .

Proof: Let $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1^T, \tilde{x}_2^T, \dots, \tilde{x}_n^T)^T$ be an eigenvector corresponding to eigenvalue ρ_1 ($|\rho_1|$ is the spectral radius) of $A(G)$. We assume that $\tilde{x}_{i_0}$ is the vector component of $\tilde{\mathbf{X}}$ such that $\tilde{x}_{i_0}^T \tilde{x}_{i_0} = \max_{k \in V} \{\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k\}$. Since $\tilde{\mathbf{X}}$ is nonzero, so is $\tilde{x}_{i_0}$. The (i, j) -th element of $A(G)$ is $w_{i,j}$ if $ij \in E(G)$, and 0 otherwise. We have

$$A(G)\tilde{\mathbf{X}} = \rho_1 \tilde{\mathbf{X}}. \quad (9)$$

4

From the i_0 -th equation of (9), we have

$$\begin{aligned} \rho_1 \tilde{x}_{i_0} &= \sum_{k: k \in N_{i_0}} w_{i_0,k} \tilde{x}_k, \\ \text{i.e., } |\rho_1| \tilde{x}_{i_0}^T \tilde{x}_{i_0} &= \left| \sum_{k: k \in N_{i_0}} \tilde{x}_{i_0}^T w_{i_0,k} \tilde{x}_k \right| \\ &< \sum_{k: k \in N_{i_0}} |\tilde{x}_{i_0}^T w_{i_0,k} \tilde{x}_k| \end{aligned} \quad (10)$$

Signature field(s) detected. Open Sign

3182

K.Ch. Das, R.B. Bapat / Discrete Mathematics 308 (2008) 3180–3186

Theorem 2.4. *Let G be a weighted graph which is simple, connected and let ρ_1 be the largest eigenvalue (in modulus) of G , so that $|\rho_1|$ is the spectral radius of G . Then*

$$|\rho_1| \leq \max_{i \sim j} \left\{ \sqrt{\sum_{k: k \sim i} \rho_1(w_{i,k}) \sum_{k: k \sim j} \rho_1(w_{j,k})} \right\}, \quad (3)$$

where $w_{i,j}$ is the positive definite weight matrix of order p of the edge ij . Moreover equality holds in (3) if and only if

- (i) G is a weight-regular graph or G is a weight-semiregular bipartite graph;
- (ii) $w_{i,j}$ have a common eigenvector corresponding to the largest eigenvalue $\rho_1(w_{i,j})$ for all i, j .

Proof. Let $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1^T, \tilde{x}_2^T, \dots, \tilde{x}_n^T)^T$ be an eigenvector corresponding to eigenvalue ρ_1 ($|\rho_1|$ is the spectral radius) of $A(G)$. We assume that $\tilde{x}_i$ is the vector component of $\tilde{\mathbf{X}}$ such that $\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i = \max_{k \in V} \{\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k\}$. Since $\tilde{\mathbf{X}}$ is nonzero, so is $\tilde{x}_i$.

Let $\tilde{x}_j^T \tilde{x}_j = \max_{k: k \sim i} \{\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k\}$, so that

$$\tilde{x}_j^T \tilde{x}_j \geq \tilde{x}_k^T \tilde{x}_k \quad \text{for all } k, k \sim i. \quad (4)$$

The (i, j) th block of $A(G)$ is $w_{i,j}$ if $i \sim j$ and 0 otherwise. We have

$$A(G)\tilde{\mathbf{X}} = \rho_1 \tilde{\mathbf{X}}. \quad (5)$$

From the i th equation of (5), we have

$$\rho_1 \tilde{x}_i = \sum_{k: k \sim i} w_{i,k} \tilde{x}_k, \quad \text{i.e., } \rho_1 \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i = \sum_{k: k \sim i} \tilde{x}_i^T w_{i,k} \tilde{x}_k,$$

i.e.,

$$|\rho_1| \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i \leq \sum_{k: k \sim i} |\tilde{x}_i^T w_{i,k} \tilde{x}_k| \quad (\text{taking modulus on both sides}) \quad (6)$$

$$\leq \sum_{k: k \sim i} \rho_1(w_{i,k}) \sqrt{\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i} \sqrt{\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k} \quad \text{by (1)} \quad (7)$$

$$\leq \sqrt{\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i} \sqrt{\tilde{x}_j^T \tilde{x}_j} \sum_{k: k \sim i} \rho_1(w_{i,k}) \quad \text{by (4)}. \quad (8)$$

From the j th equation of (5), we have

$$\rho_1 \tilde{x}_j = \sum_{k: k \sim j} w_{j,k} \tilde{x}_k, \quad \text{i.e., } \rho_1 \tilde{x}_j^T \tilde{x}_j = \sum_{k: k \sim j} \tilde{x}_j^T w_{j,k} \tilde{x}_k,$$

i.e.,

$$|\rho_1| \tilde{x}_j^T \tilde{x}_j \leq \sum_{k: k \sim j} |\tilde{x}_j^T w_{j,k} \tilde{x}_k| \quad (\text{taking modulus on both sides}) \quad (9)$$



Contents lists available at ScienceDirect

Applied Mathematics and Computation

journal homepage: www.elsevier.com/locate/amc



Extremal graph characterization from the bounds of the spectral radius of weighted graphs

Kinkar Ch. Das

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Republic of Korea

ARTICLE INFO

Keywords:

Weighted graph
Adjacency matrix
Spectral radius
Upper bound
Lower bound

ABSTRACT

We consider weighted graphs, where the edge weights are positive definite matrices. The eigenvalues of a graph are the eigenvalues of its adjacency matrix. We obtain a lower bound and an upper bound on the spectral radius of the adjacency matrix of weighted graphs and characterize graphs for which the bounds are attained.

© 2011 Elsevier Inc. All rights reserved.



Šta je još korisno znati?

- Šta je dobra, kvalitetna matematika i da li se može definisati?
- O matematičkim tehnikama i stretagijama za rešavanje problema..
- Kako se piše i kako se prezentuje matematika?
- Kako se koristi engleski jezik kada on nije maternji?
- Objavljivanje radova
 - biranje časopisa, slanje
 - komunikacija sa urednikom
 - pregled rada od strane recezenta
 - Kako recenzirati rad?....
- Pisanje i odbrana teze
- Pravljenje prezentacije
 - Pravljanje slajdova
 - Koliko slajdova je potrebno?
- Izlaganje prezentacije
- Pripremanje i dizajniranje postera



Zahvaljujem na pažnji

A dynamic photograph of two soccer players in black jerseys celebrating a goal. The player on the left is in the foreground, with his mouth open in a shout and his right arm extended. The player on the right is slightly behind him, also shouting with his mouth open. Both players are wearing black jerseys with white stripes on the sleeves and a crest on the chest. The background is dark and out of focus, suggesting a stadium at night.

**JA CAM
BEPOBAAO!!!**