

ШКОЛА
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИХ
НАУКА 2023.

ИГРА ЖИВОТА

др Небојша Динчић
Департман за математику
ПМФ Ниш
nebojsa.dincic@pmf.edu.rs

2. децембар 2023.



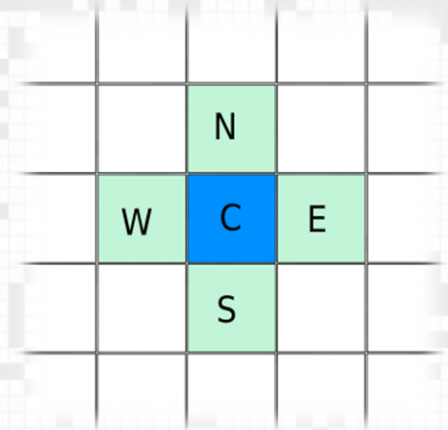
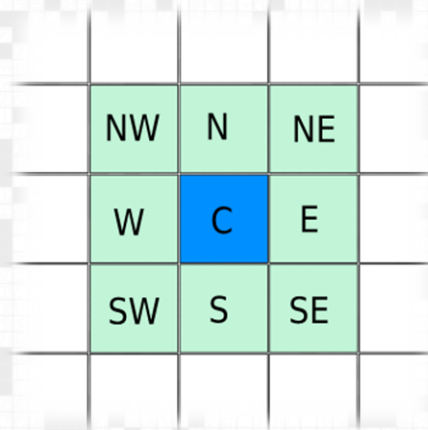
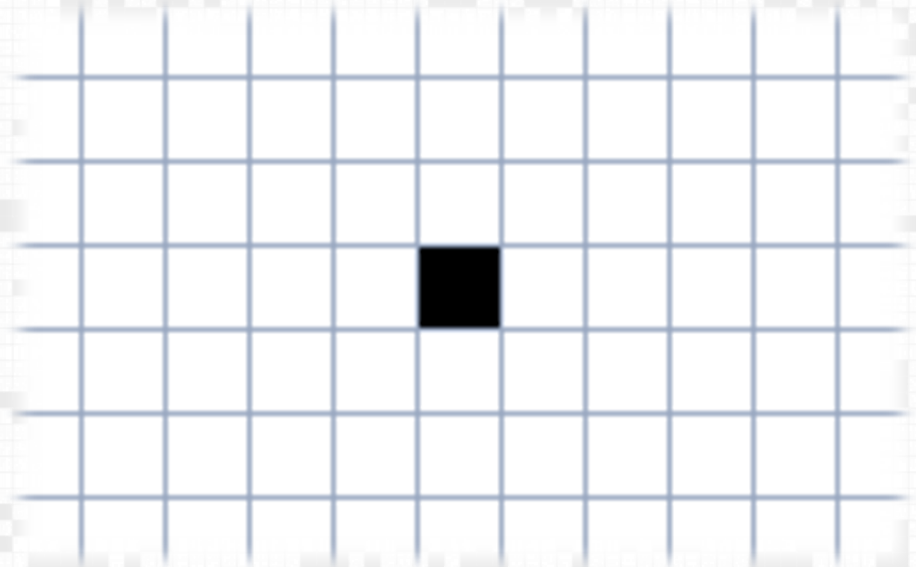
Игра живота

- Математичка игра са једноставним правилима
- Игра без играча, нема победе ни пораза
- Ћелијски аутомат
- Једном кад поставимо почетно стање...



Реквизити и терминологија

- Бесконачна дводимензионална ортогонална мрежа од квадратних ћелија.
- Свака ћелија може бити **жива** или **мртва**.
- **Суседи** неке ћелије су ћелије које се налазе изнад, испод, лево, десно и дијагонално од ње.

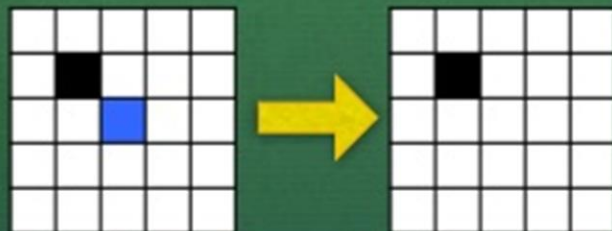


Правила игре

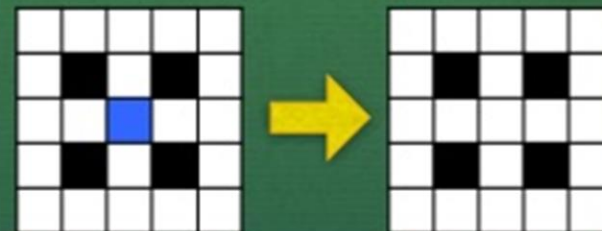
- Ако жива ћелија има мање од 2 жива суседа, умире (*ретка насељеност*)
- Жива ћелија са 2 или 3 жива суседа остаје жива (*опстанак*)
- Жива ћелија са више од 3 суседа умире (*пренасељеност*)
- Мртва ћелија која има тачно 3 жива суседа оживљава (*репродукција*)

ОСНОВНА ПРАВИЛА КОНВЕЈЕВЕ ИГРЕ ЖИВОТА

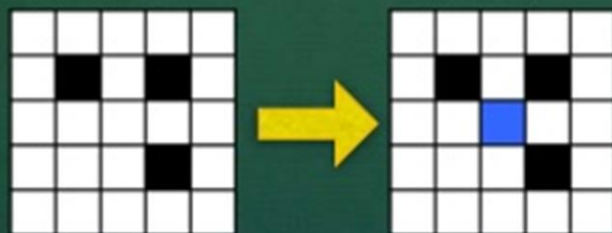
1. Жива ћелија умире ако има мање од 2 суседа (ретка насељеност/усамљеност)



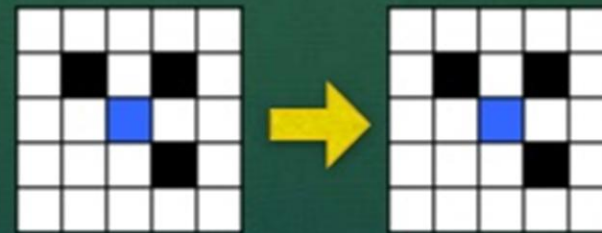
2. Жива ћелија умире ако има више од 3 суседа (пренасељеност)



3. Мртва ћелија која има 3 суседа оживљава (репродукција)



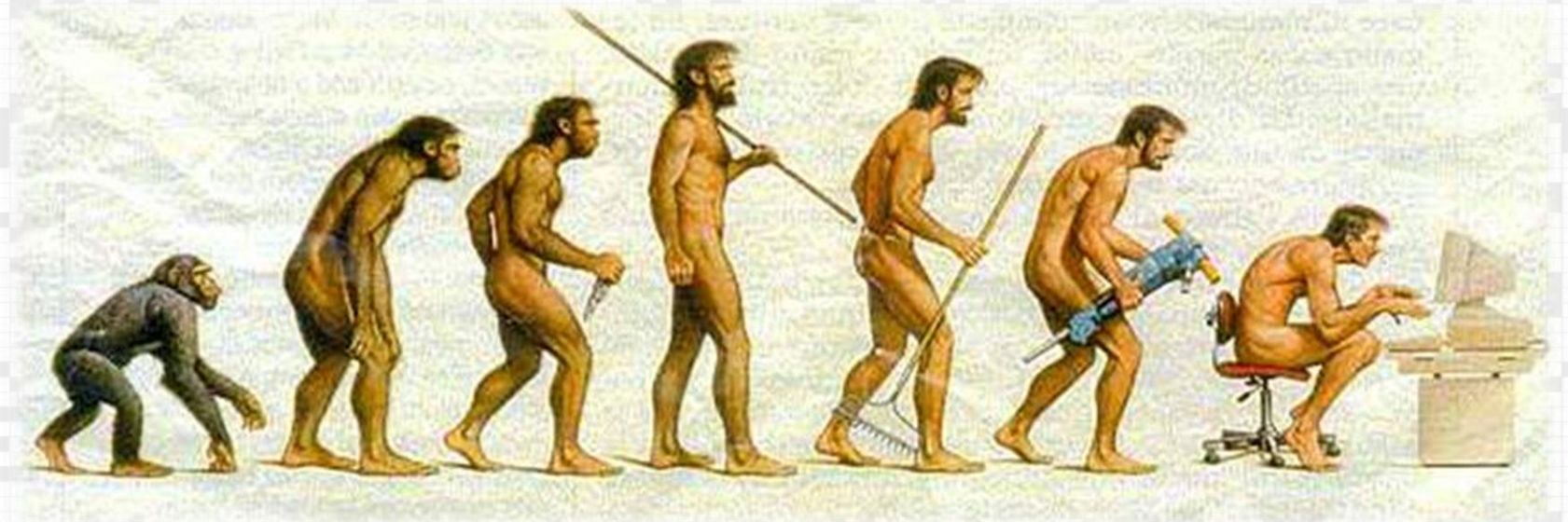
4. У супротном, нема промене (ни код живих ни код мртвих)



Још мало терминологије

- Полазни распоред живих и мртвих ћелија назива се **семе** (eng. seed)
- Време меримо у **генерацијама**, где је почетни распоред генерација нула.
- Прва генерација се ствара када се правила истовремено примене на сваку ћелију семена.
- Друга генерација се ствара кад се горња правила истовремено примене на сваку ћелију прве генерације, итд.
- Укупан број живих ћелија у датом тренутку је **популација**.

- Циљ је видети **шта се дешава кад се систем пусти да еволуира.**



Историја проблема

- 40-их година XX века, лабораторија Лос Аламос, Станислав Улам и Џон фон Нојман
- Покушај да се нађе **хипотетичка машина која би могла да прави своје копије**
- Сложена правила на правоугаоној мрежи
- 1970, Џон Хортон Конвеј

Зашто баш таква правила?

- Експериментално одређена
- Разлози:
 - Избегавање експлозивног раста
 - Постоје мали почетни распореди са непредвидивим исходом
 - Треба да постоји могућност за самоумножавање
 - Правила треба да буду што једноставнија, али да се оствари све наведено

Шта може да се деси?

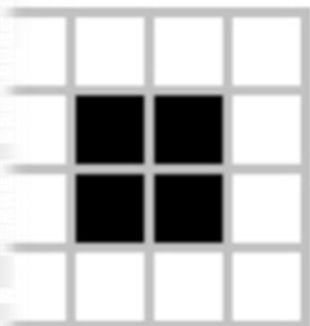
- “Мртва природа” – статична шара (познато бар 323)
- Осцилатор – шара која се понавља (познато бар 550)
- Летелица – шара која се “клиза” по табли (познато бар 137)
- Сложенији облици?

Једноставна мртва природа

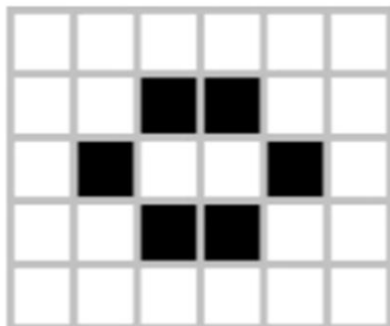
0	0	0	0	0	0
0	1	2	2	1	0
0	2	3	3	2	0
0	2	3	3	2	0
0	1	2	2	1	0
0	0	0	0	0	0
	блок				

Основни облици – мртва природа

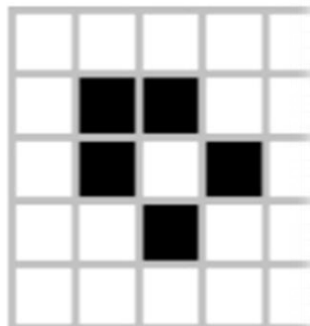
Still Lives



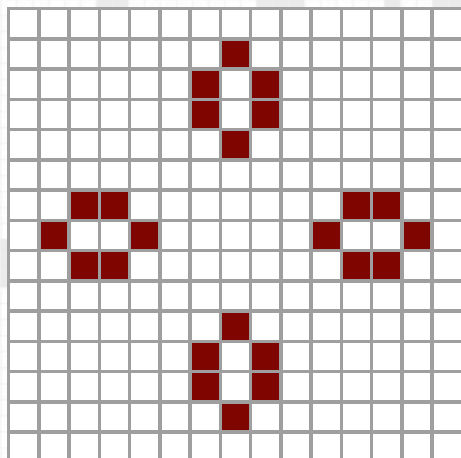
блок



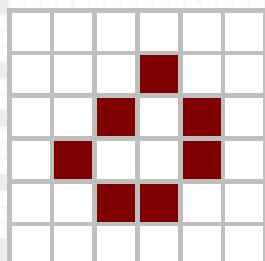
кошница



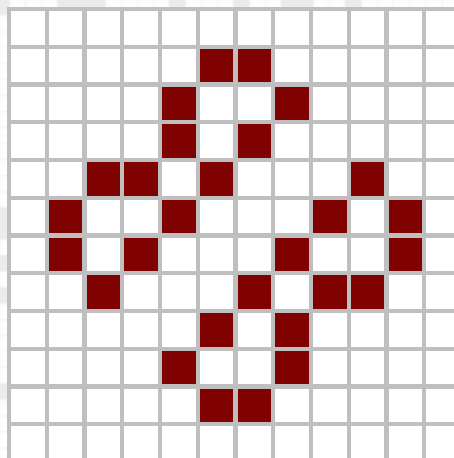
чамац



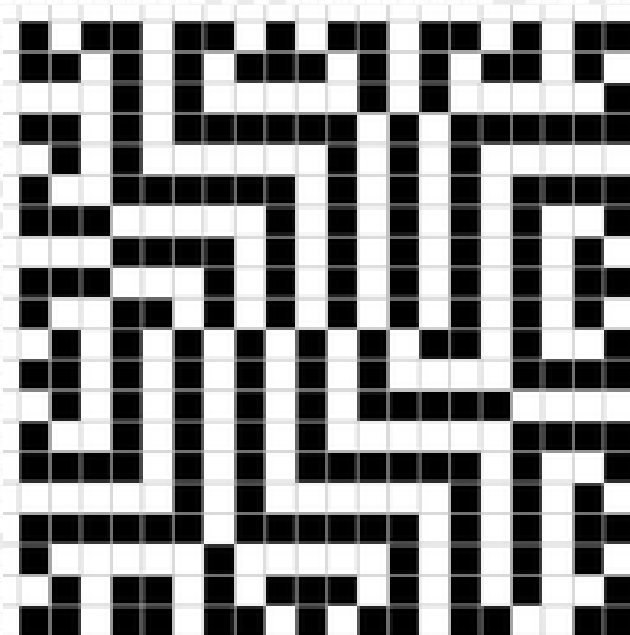
фарма меда



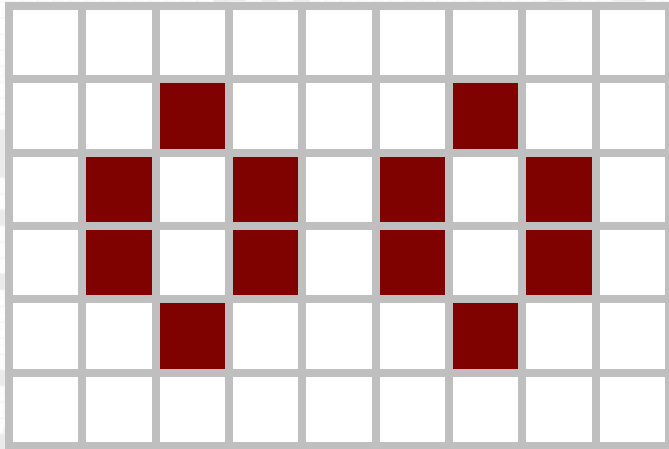
векна



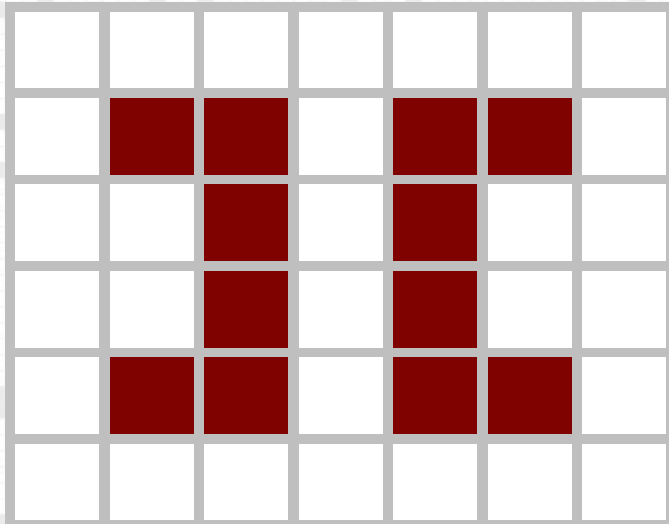
пекара



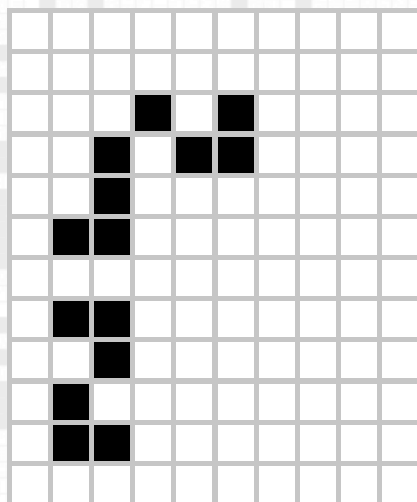
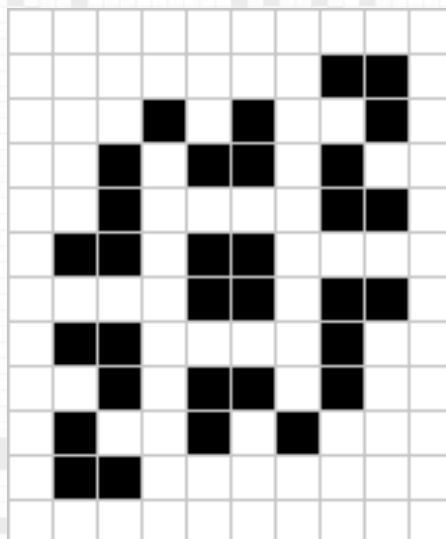
20x20 мртва природа,
максималне густине



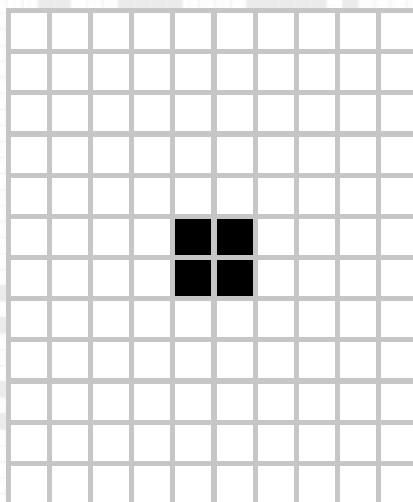
Псеудо (лажна) **мртва природа** је шара која се састоји од бар два острвца и која се може поделити на делове од којих је сваки мртва природа, и који не реагују међусобно.



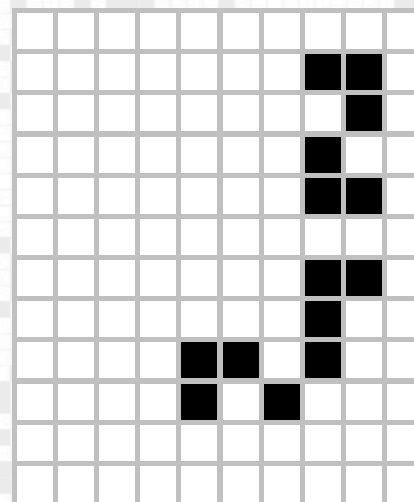
Строга мртва природа је или повезана (нема острвца), или се уклањањем бар једног острвца уништава стабилност шаре.



+



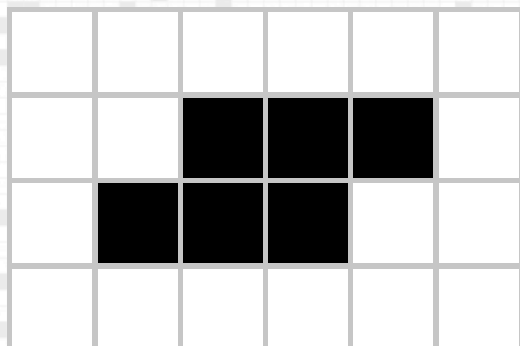
+



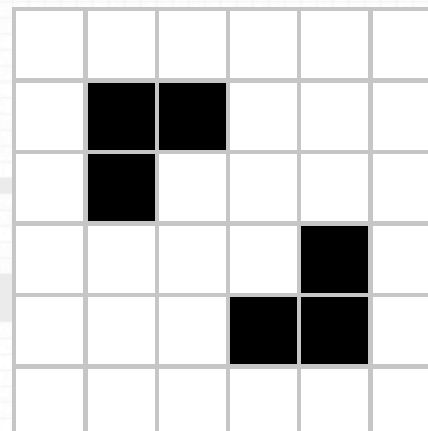
Једноставни осцилатор

0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0		0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	2	3	2	1	0		0	0	2	1	2	0	0	0
0	1	1	2	1	1	0		0	0	3	2	3	0	0	0
0	1	2	3	2	1	0		0	0	2	1	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0		0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0
мигавац (стање 1)								мигавац (стање 2)							

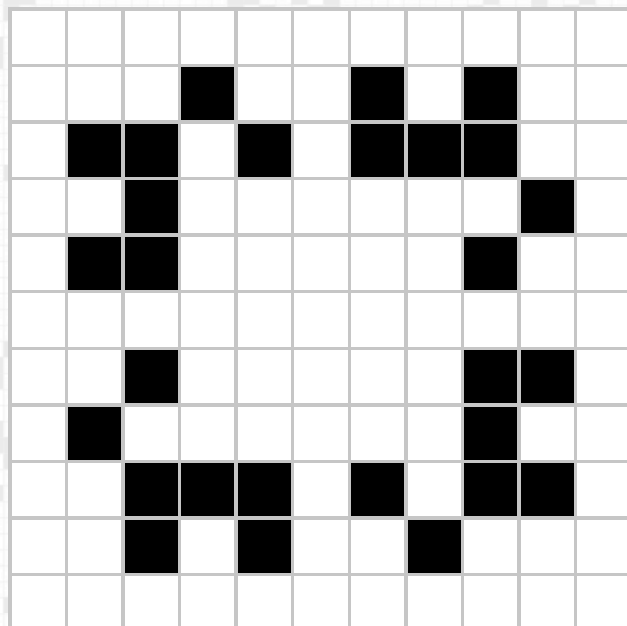
Осцилатор је шара која је предак сама себи, тј. која се понавља после одређеног броја генерација.



жаба крастача



СВЕТИОНИК



галаксија

Једноставна летелица

-Једрилица (Ричард Гај, 1970.)

0	1	1	1	0	0	0
0	1	1	2	1	0	0
1	3	5	3	2	0	0
1	1	3	2	2	0	0
1	2	3	2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
Glider (1)						

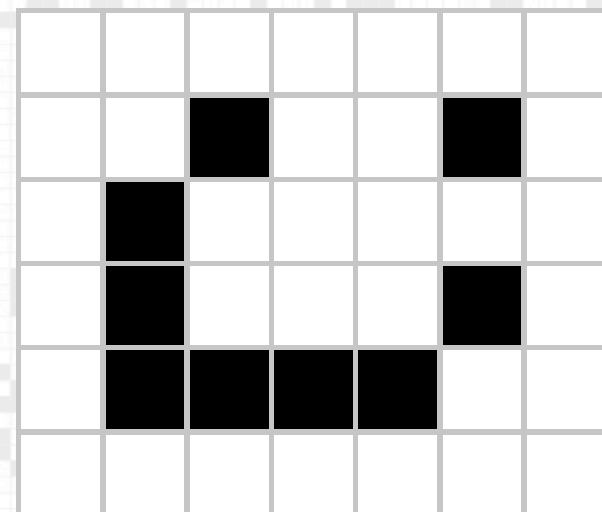
0	0	0	0	0	0	0
1	1	2	2	1	0	0
1	1	4	2	2	0	0
1	3	4	3	2	0	0
0	2	2	3	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
Glider (2)						

0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
1	1	3	1	2	0	0
1	1	5	3	3	0	0
1	2	3	2	2	0	0
0	1	2	2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
Glider(3)						

0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	1	1	3	2	1	0
0	2	4	4	2	1	0
0	1	2	2	3	1	0
0	1	2	2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
Glider(4)						

0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	2	1	0
0	1	3	5	3	2	0
0	1	1	3	2	2	0
0	1	2	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0
Glider (5, or 1 translated)						

Летелице су коначне шаре које се понављају без измене после извесног броја генерација, померене за извесну ненула величину.



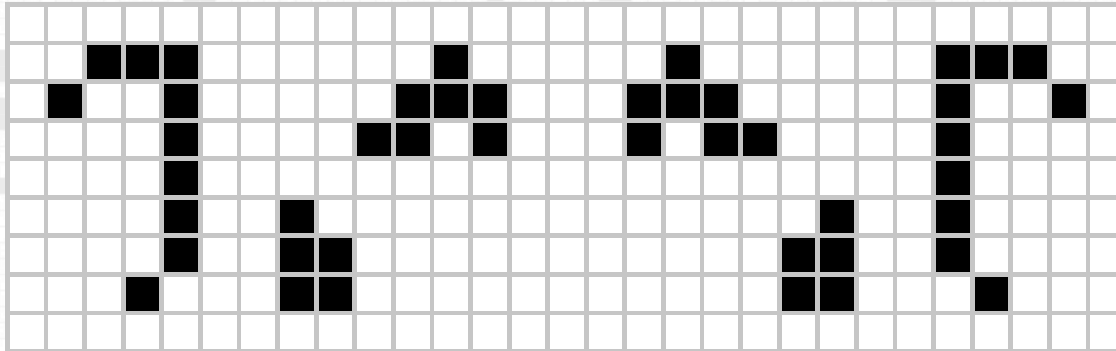
лаки свемирски брод

Брзина кретања

- **“Брзина светлости”** (c) је максимална достижна брзина покретног објекта, брзина простирања од једне ћелије (вертикално, хоризонтално, дијагонално) по генерацији.
- Једрилици су потребне 4 генерације да се помери једну ћелију дијагонално – брзина је $c/4$
- Лаки свемирски брод се креће једну ћелију ортогонално сваке друге генерације – брзина $c/2$
- **Теорема 1:** Ниједан објекат се не може кретати дијагонално брже од $c/4$.
- **Теорема 2:** Ниједан објекат се не може кретати ортогонално брже од $c/2$.

Пуфер

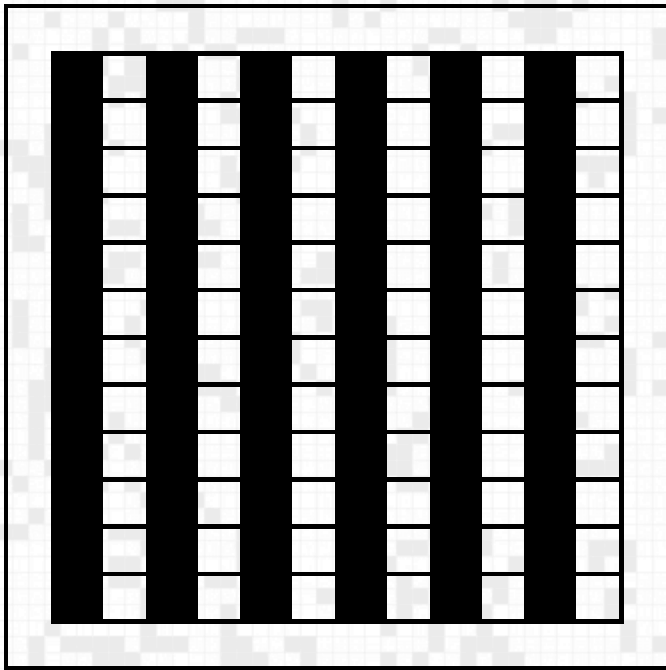
- **Пуфер** је шара која се креће као летелица, али оставља "отпад" иза себе.
- Бил Госпер, 1971.



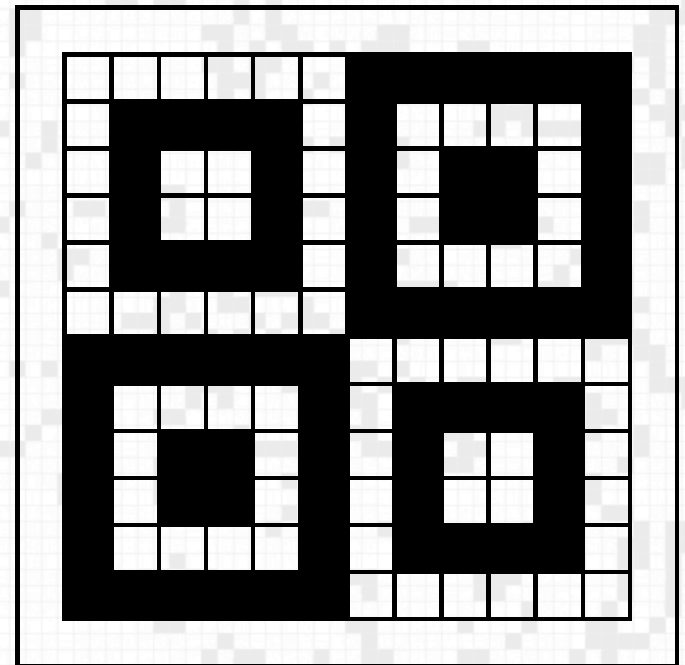
<https://playgameoflife.com/lexicon/puffer>

Агар

- **Агар** је назив за шару која може да периодично у времену и простору покрије целу раван.



зебрина шара



сецкан црни лук

- Није лако предвидети у шта еволуира
- Права линија различите дужине
 - $n=1,2$ нестаје
 - $n=3$ блинкер
 - $n=4$ кошница после 2 корака
 - $n=5$ семафор после 6 корака
 - $n=6$ нестаје после 12 корака
 - $n=7$ "фарма меда"
 - $n=8$ 4 блока и 4 кошнице
 - $n=9$ два семафора
 - $n=10$ пентадекатлон, животни циклус 15

- $n=11$ два блинкера
- $n=12$ две кошнице
- $n=13$ два блинкера
- $n=14, 15$ ишчежава
- $n=16, 17$ четири блока
- $n=18, 19$ ишчежава
- $n=20$ два блока

Испитивање је најпре било ручно, користећи папир, таблу за игру Го и сл, и овако су откривени најједноставнији статични ("мртва природа") и понављајући облици ("осцилатори").

- Конвеј је открио да **R-pentomino** не може да се стабилизује у мало генерација (чак 1103)
- Конвеј је најпре веровао да ниједна шара не може произвести бесконачно много ћелија
- Понудио је награду од 50 долара (~400 данас) сваком ко нађе контрапример пре краја 1970.
- Награду је добио тим са МИТ-а који је водио Госпер
- Нађено је у међувремену много примера (нпр. guns и puffer trains).

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	1	3	3	2	1	0	0	0
0	0	1	3	4	4	0	0	0	0
0	0	1	3	2	2	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (1)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	2	3	2	1	0	0	0
0	0	2	2	3	1	1	0	0	0
0	0	3	4	6	3	1	0	0	0
0	0	2	2	2	1	0	0	0	0
0	0	1	1	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (2)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	3	2	2	0	0	0	0
0	1	2	3	3	3	1	0	0	0
0	1	2	5	5	2	1	0	0	0
0	1	2	2	2	2	1	0	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (3)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0	0	0
0	0	2	3	4	3	1	0	0	0
0	1	3	4	5	3	2	0	0	0
0	1	2	5	6	3	2	0	0	0
0	1	2	2	2	2	1	0	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (4)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	2	1	1	0	0	0
0	1	2	1	3	1	2	0	0	0
0	2	2	3	4	2	3	0	0	0
0	2	2	4	4	2	2	0	0	0
0	1	2	2	2	2	1	0	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (5)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	2	3	2	3	2	1	0	0
0	2	2	3	4	3	2	1	0	0
0	2	2	5	5	3	3	1	0	0
0	1	2	2	2	2	1	0	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (6)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	2	3	2	1	0	0	0
0	1	3	3	4	3	3	1	0	0
0	2	3	4	6	5	4	1	0	0
0	2	3	5	5	4	3	1	0	0
0	1	2	2	2	3	2	1	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (7)

0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	2	3	2	3	2	1	0	0
0	1	2	3	3	2	1	0	0	0
0	3	3	4	2	3	3	1	0	0
0	2	2	4	3	3	1	0	0	0
0	1	2	2	2	3	2	1	0	0
0	0	1	2	3	2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (8)

0	0	1	2	3	2	1	0	0	0
0	1	3	4	6	3	2	1	0	0
1	3	4	5	6	5	4	1	0	0
1	3	4	6	6	5	3	1	0	0
1	3	3	5	5	5	4	1	0	0
0	1	2	4	5	4	2	1	0	0
0	0	1	3	3	3	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (9)

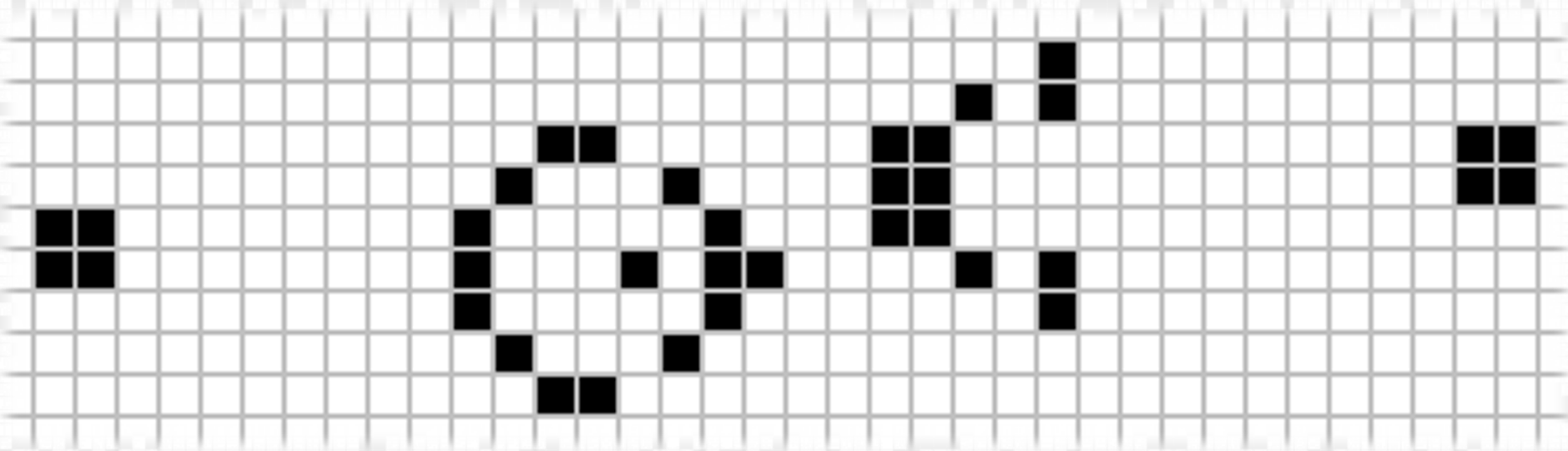
0	1	1	2	1	2	1	0	0	0
1	2	1	2	2	1	1	0	0	0
2	2	3	1	1	2	2	1	0	0
3	3	0	6	6	1	0	1	0	0
2	2	2	5	0	1	1	1	0	0
1	2	3	3	3	2	1	0	0	0
0	0	1	1	2	1	0	0	0	0
0	0	1	2	3	2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

R-Pentomino (10)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	2	1	0	0	0	0	0	0
3	2	3	1	0	0	0	0	0	0
3	3	5	2	0	0	0	0	0	0
3	2	2	4	2	1	0	0	0	0
1	3	3	4	2	2	0	0	0	0
0	1	2	5	3	3	0	0	0	0
0	0	1	2	1	2	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0

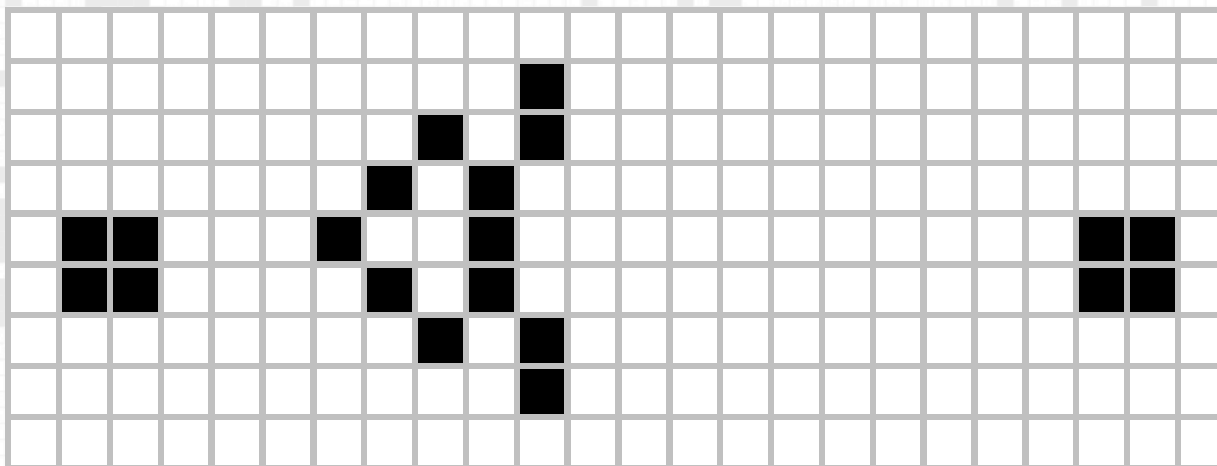
R-Pentomino (11)

Госперов пиштољ који испаљује једрилице



https://playgameoflife.com/lexicon/Gosper_glider_gun

Пчела матица

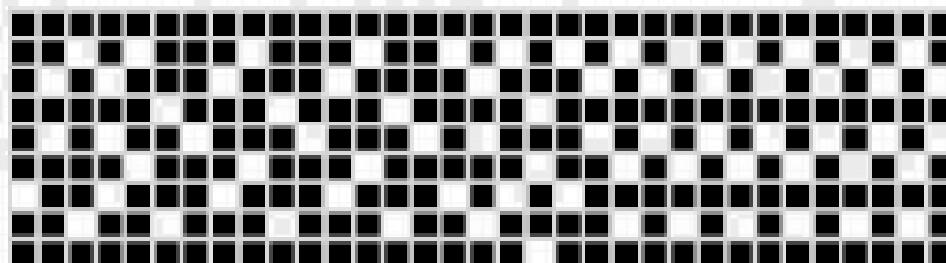
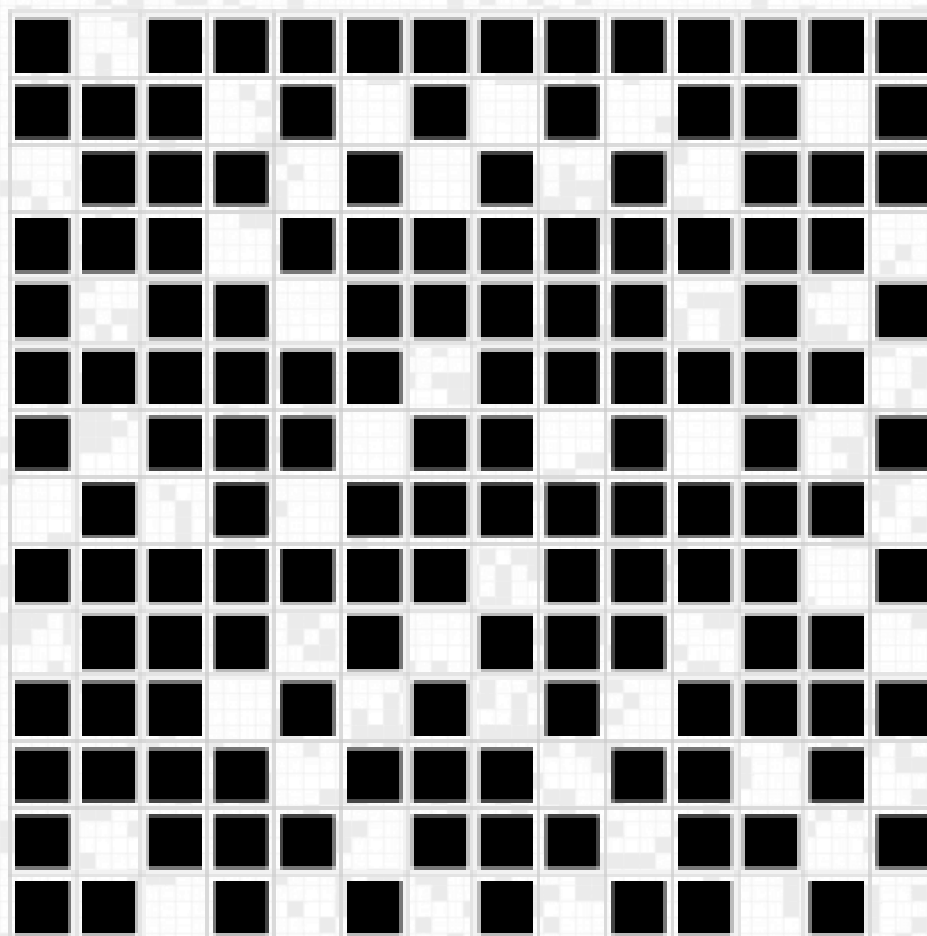


Ово је осцилатор периода 30, где се матрица креће напред-назад између стабилизујућих блокова.

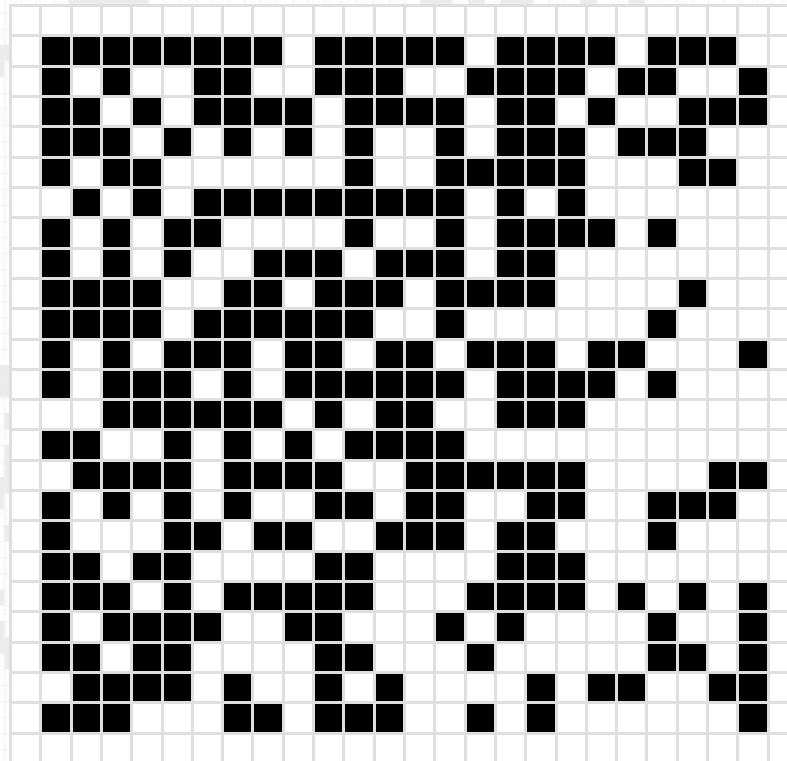
https://playgameoflife.com/lexicon/queen_bee_shuttle

Рајски врт

- Шара за коју не постоји шара од које би настала назива се **рајски врт** - Garden of Eden (из очигледних библијских разлога).
- Она може бити почетно стање, али се никако другачије не може добити.
- Ниједна није била позната до 1971.
- Сада знамо бар три.



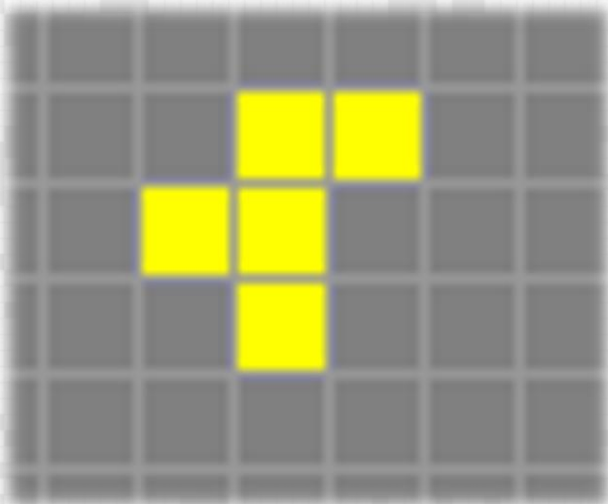
- Конвеј, *Lifeline*, vol. 6, 1972: Да ли постоји шара која има "оца", али не и "деду"?
- Награда 50 долара
- Мај 2016, корисник *mtve* освојио трећу награду на такмичењу Pattern of the Year које организује форум на ConwayLife.com



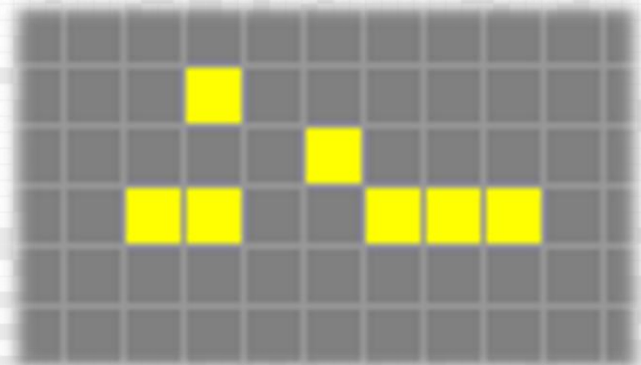
Метузалеми

Сваки мали узорак који се стабилизује после **МНОГО** времена.

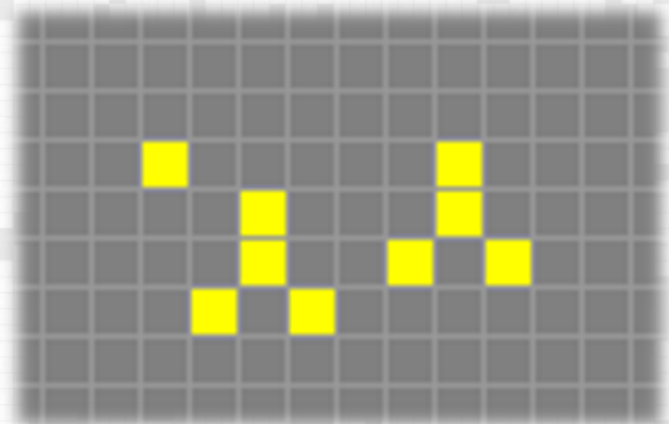
R-pentomino
(1103 генерација)



Жир (5206 ген.)



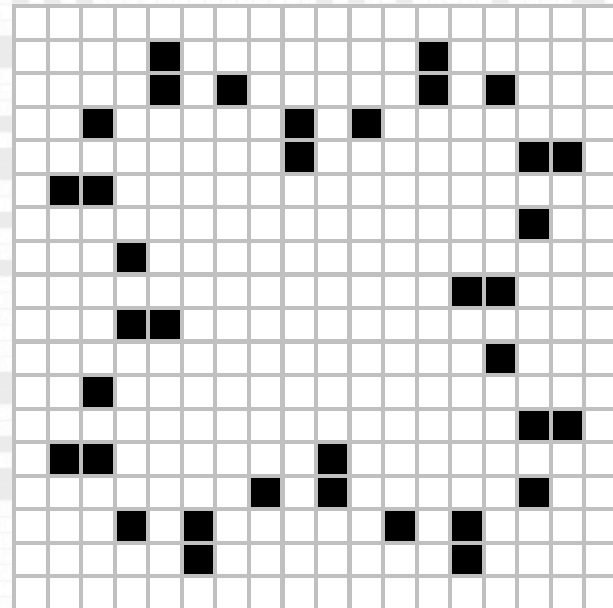
Зечеви (17332 ген.)



Феникси

У свакој генерацији све ћелије умиру, али никад не умире целина. Летелица не може бити феникс, и сваки коначан феникс еволуира у осцилатор.

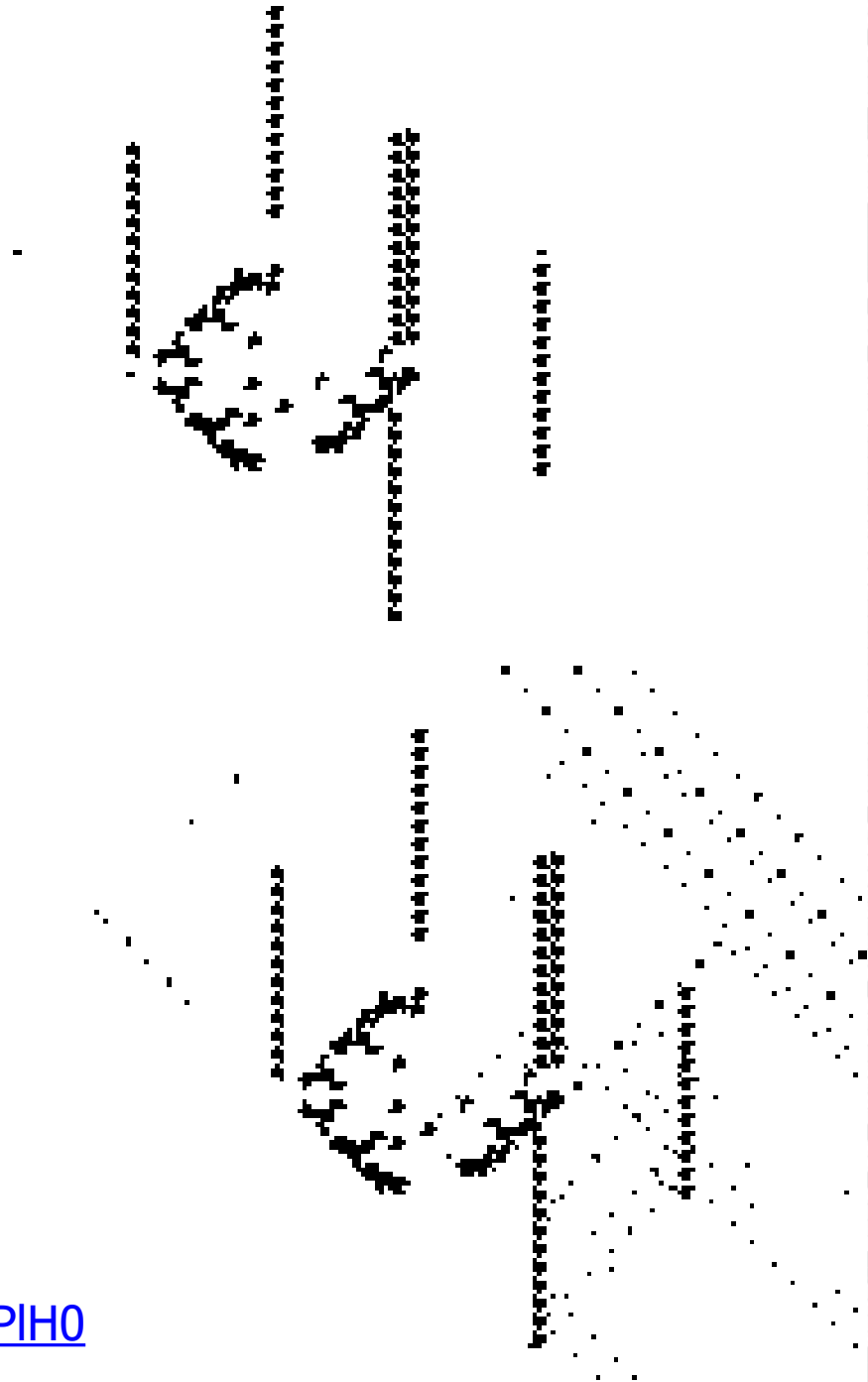
Осцилатор периода 2
(МИТ, 1971.) - најмањи



Самоумножавање?

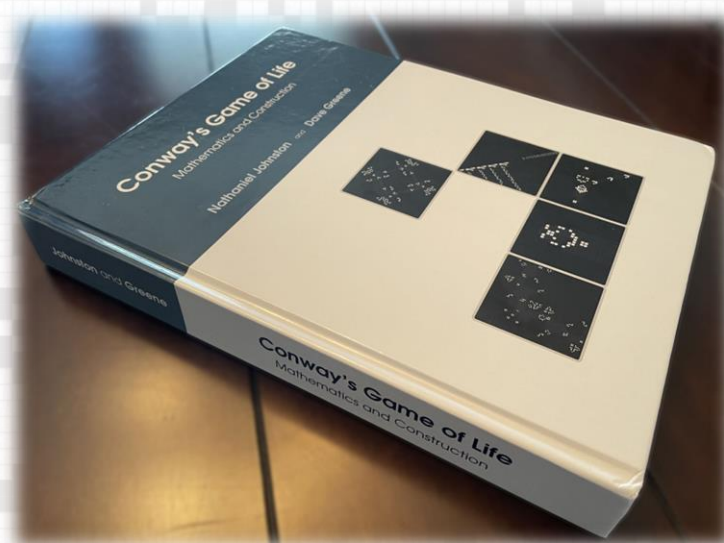
- **2010. Вејд – Близанци**
- Помера се 5120 ћелија вертикално и 1024 хоризонтално на сваких 33 699 586 генерација.
- Трака сачињена од једрилица непрекидно иде између половина, упућујући сваку да избрише родитеља и конструише потомка.
- Oblique spaceship

<https://www.youtube.com/watch?v=A8B5MbHPIH0>



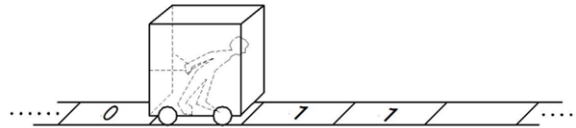
Самоумножавање!

- **2013. Дејв Грин,** линеарни пропагатор
- Без сумње први репликатор.
- Проблеми са тачном дефиницијом репликатора.
- Огромна шара (ако би ћелија била 1 mm, цео облик је широк око 15 km)



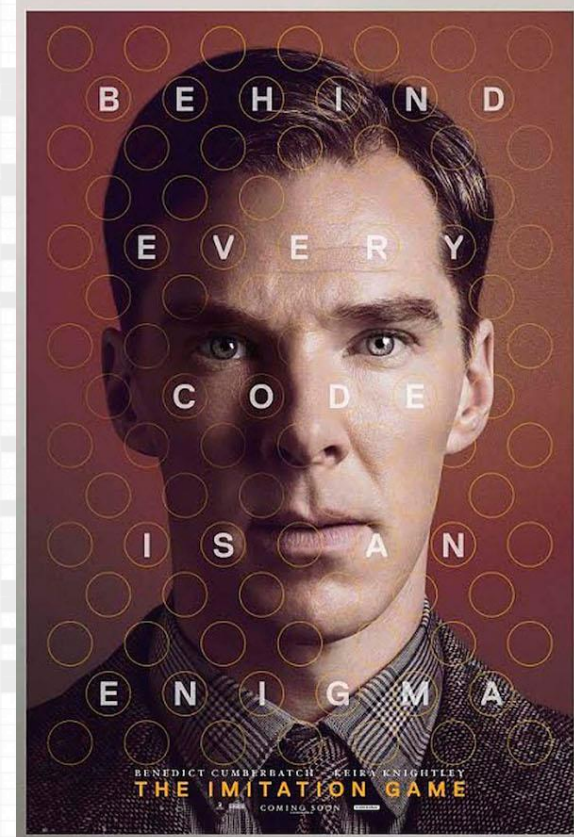
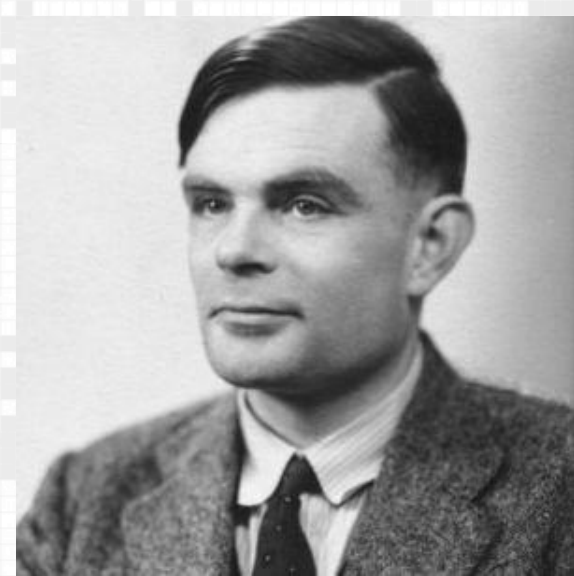
Универзална Тјурингова машина

- Универзална Турингова машина је апстрактна “машина” која манипулише симболима на траци у складу са таблицом са правилима.
- Упркос једноставности, за било који компјутерски алгоритам може се направити Тјурингова машина која може симулирати логику тог алгоритма.
- **Теоријски, Игра живота је моћна колико и произвољан рачунар са неограниченом меморијом и без временских ограничења.**



Алан Тјуринг

- Alan Mathison Turing (1912-1954)
- Славни енглески информатичар, математичар, логичар, криптоаналитичар и теоријски биолог
- Током 2. светског рата радио у британском центру за разбијање кодова
- Велики допринос у декодирању немачке "Енигме"
- Филм Игра кодова (The Imitation Game), 2014.

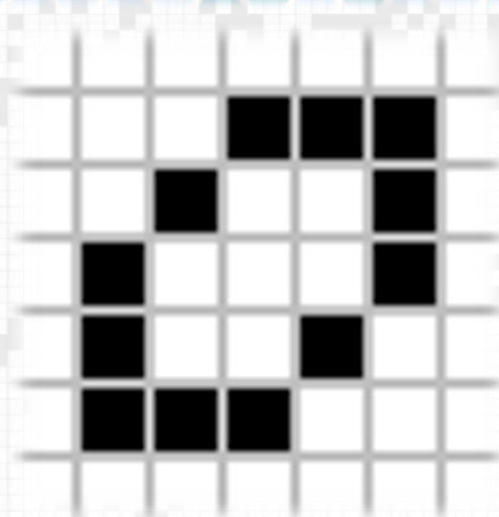
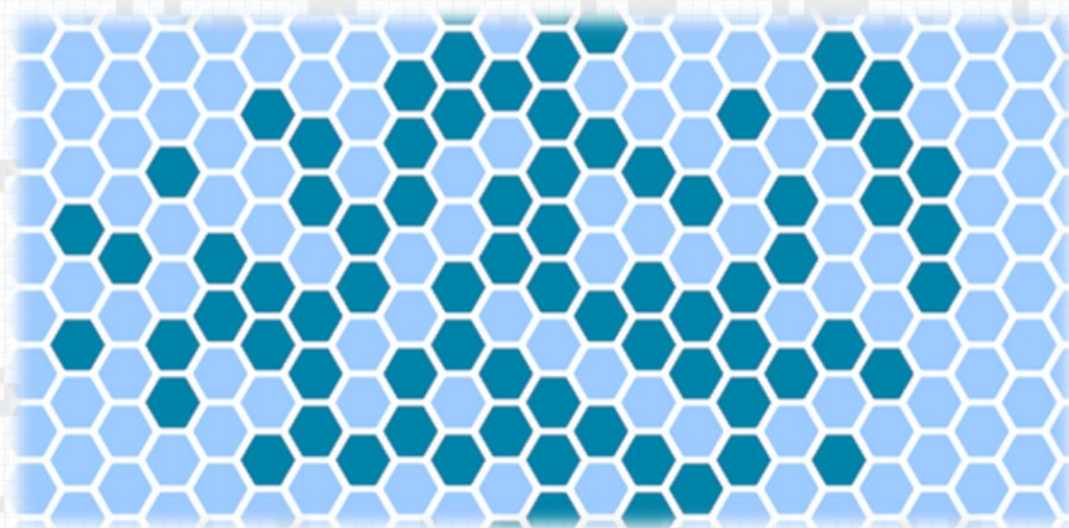


Рачунар користећи игру живота?!

- Nicolas Loizeau, 2016.
- Имплементација осмобитног рачунара у Игри живота!
- Састоји се од 1.571.767 ћелија, може се сместити у правоугаоник 311.607×303.995 .
- Осам променљивих, 13 наредби
- Један циклус има период 2,003,880 генерација
- <https://www.nicolasloizeau.com/gol-computer>

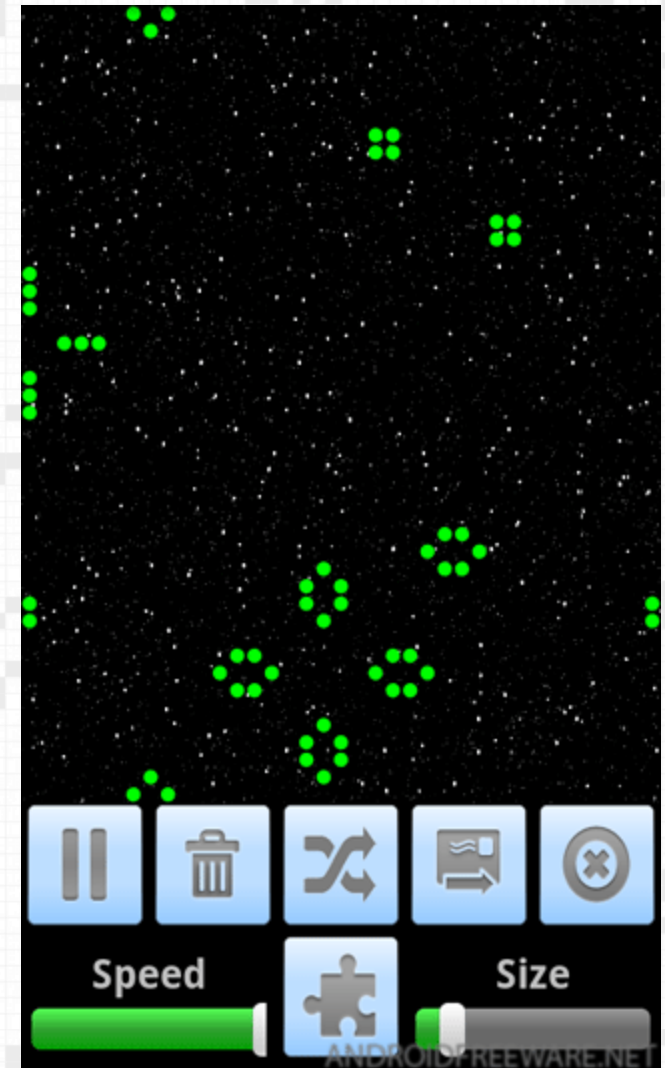
Уопштења

- Промена правила (Highlife) или мреже (Hexlife)
- Код Highlife ћелија се рађа ако има 3 или 6 живих суседа, а опстаје ако има 2 или 3 жива суседа.
- **Умножавање** - репликатори



Софтвер

- <https://playgameoflife.com>
- Golly - golly.sourceforge.net/
Win/Mac/Linux/Android/iPlay
- Xlife
- The Game Of Life
- Firefly, on Play Store (Android)





John Conway's
Game of Life

- www.bitstorm.org/gameoflife/lexicon/#ba
- <https://playgameoflife.com/lexicon>

лексикон

- www.bitstorm.org/gameoflife/
- <https://playgameoflife.com>

симулација

Шта је живот?

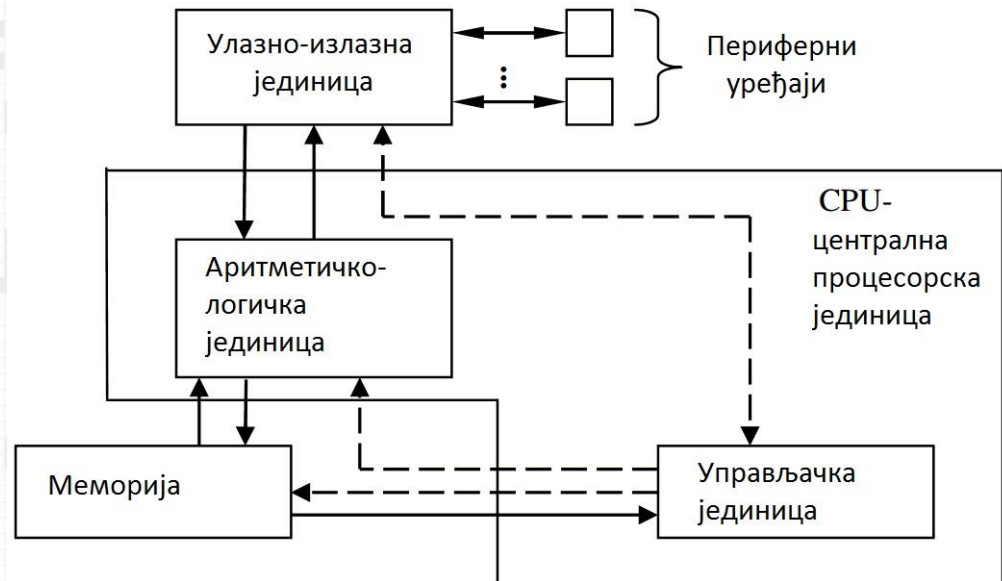
- Бар 123 дефиниција!
- Живот је информатички и метаболички садржај унутар система мембрана.
- Живо биће одликује низ способности: да се храни, креће, размножава, има метаболизам...
- Живот је самоодрживи хемијски систем способан за дарвиновску еволуцију. (НАСА, за потребе егзобиологије, на предлог Карла Сагана)

- Организам је жив ако се, барем једном током свог постојања, развија, расте, док не постане способан за размножавање; ако због тога складишти и троши енергију и одбацује отпад; ако је у стању да се креће или бар изазове ток својих унутрашњих течности.

- Пет кључних способности:
 1. размножавање,
 2. метаболизам,
 3. варијације
 4. одвојеност од окружења,
 5. међуделовање 1-4
- Вируси?
- Мазга или мрави радилице (не размножавају се)?
- Рачунарски вируси?
- Фабрике и аутомобили ("метаболизам")?
- А "Игра живота"?

Џон фон Нојман

- Neumann János Lajos (1903-1957)
- Мађарско-амерички математичар, физичар, изумитељ, информатичар и **полимат**.
- Важан допринос заснивању квантне механике.
- Учесће у Пројекту Менхетн током 2. светског рата
- фон Нојманова архитектура рачунара (рачунар са ускладиштеним програмом)

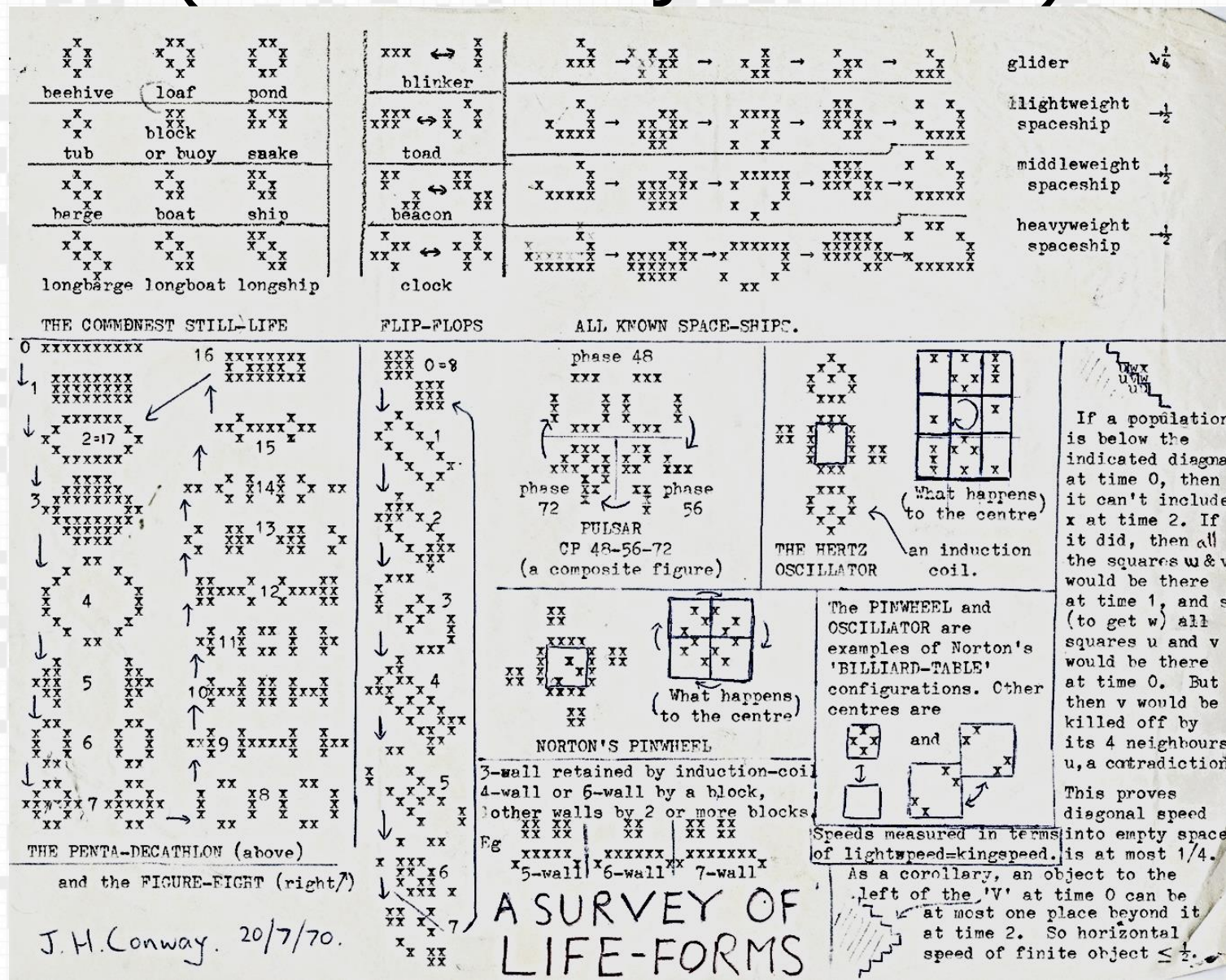


Џон Конвеј

- John Horton Conway (1937-2020)
- енглески математичар, члан Краљевског друштва
- 1986. наследио катедру фон Нојмана на Принстону
- професор емеритус на универзитету Принстон у Њу Џерзију, САД



Преглед облика живота, (писмо Конвеја из 1970.)



Конвеј игра "Игру живота", 1974.



GENIUS AT PLAY

[illegible]

SIOBHAN ROBERTS

AUTHOR OF *KING OF INFINITE SPACE*

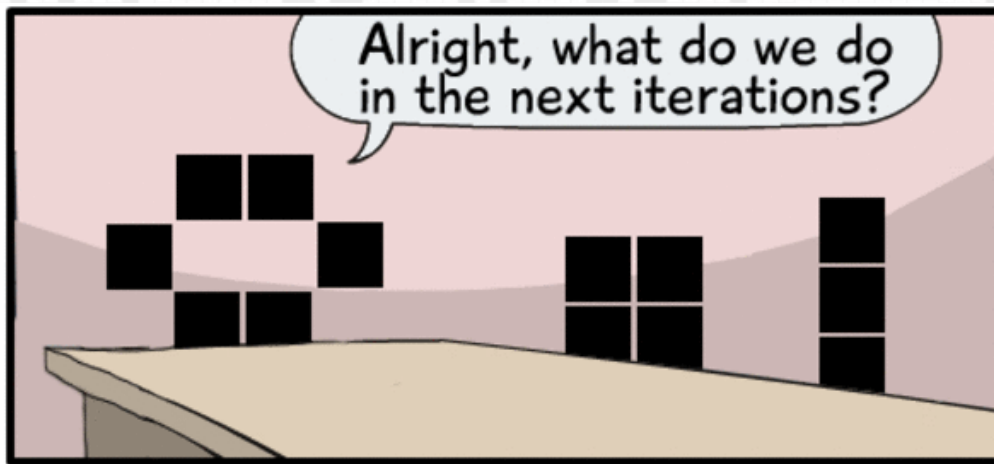
Конвеј о Игри живота

"Well, I used to say, and I'm still inclined to say occasionally, that I hate it, I hate the Game of Life. I don't really, at least I don't anymore. The reason why I felt like that was that, whenever my name was mentioned with respect to some mathematics, it was always the Game of Life. And I don't think the Game of Life is very very interesting. I don't think it was worth all that, I've done lots of other mathematical things. So I found the Game of Life was overshadowing much more important things and I did not like it. Now, well, I'm getting old, my capacity for hatred is getting less, I suppose. And it was an achievement. I'm quite proud of it. I just don't want to talk about it all the time."

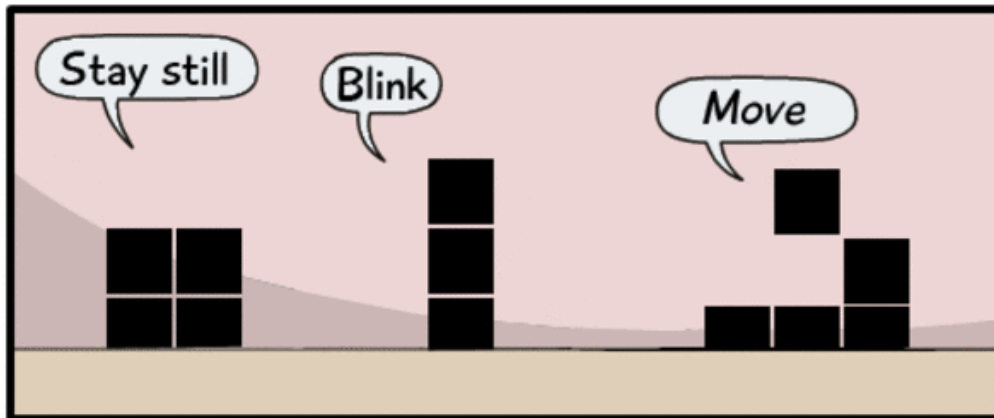
"Говорио сам, и још увек сам склон да повремено кажем, како мрзим Игру живота. Не више. Разлог зашто сам се тако осећао је то што кадгод се моје име помињало у вези са математиком, увек је то у вези Игре живота. Не мислим да је Игра живота нешто много занимљиво. Не мислим да је била вредна свега тога, урадио сам много других ствари у математици. Приметио сам да је Игра живота бацала у сенку много важније ствари које сам урадио, и зато је нисам волео. Сада када сам остарио, моја способност мржње постаје све мања, претпостављам. Игра живота је била велико достигнуће на које сам прилично поносан, али не желим да причам све време о томе."

Да ли знате?

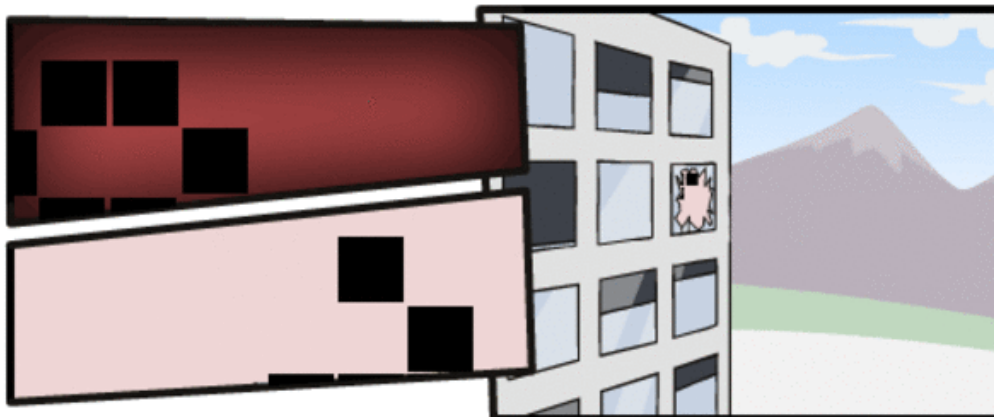
- Највећи занимљив конструисани облик је гусеница (из 2004.), са преко 11 милиона живих ћелија.
- Засад нису познати осцилатори реда 19, 23, 34, 38 и 41
- Најдуговечнији "Метузалем" је живео више од 40.000 генерација
- Постоји више од 6,5 милиона различитих строгих мртвих природа са не више од 24 ћелија
- Прва летелица која се креће у произвољном смеру откривена је тек 2010.
- 1970-1989. није откривена ниједна нова летелица.
- Први самоконструишући облик, Gemini, тек 2010.



- Добро, шта радимо у следећим итерацијама?



- Не померам се!
- Треперим!
- Крећем се!

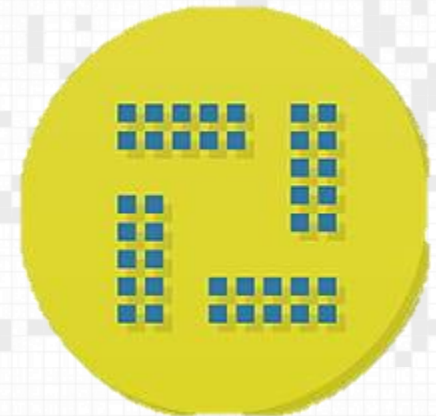
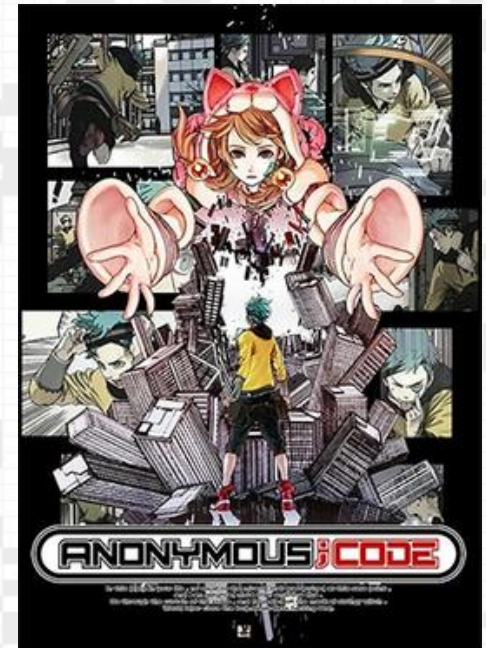


Примене

- Сложеност и непредвидивост из простих правила.
- Изучавање Игре живота може довести до открића у другим областима математике и науке
- Понашање ћелија или неких животиња (нпр. колонија мрава)
- Проблеми са застојима у саобраћају
- Можда ћемо наћи решење за рачунарске вирусе...
- ... али и болести које погађају човечанство.
- Изучавање галаксија (и још много тога) ће бити много лакше ако машине буду могле да се самореплицирају

Поп-култура

- Игра живота је важан део заплета визуелне новеле *Anonymous;Code*
- Тетоважа главне јунакиње, која изгледа као лого програма Golly, игра веома важну улогу.



Литература

- mathworld.wolfram.com/GameofLife.html
- bitstorm.org/gameoflife/
- paleotechnologist.net/?p=451
- math.com/students/wonders/life/life.html
- <https://www.conwaylife.com>