Drage buduće koleginice i kolege,
dobrodošli u Niš,
najveći grad u Jugoistočnoj Srbiji!

Pred vama se nalazi tekst koji ima za cilj da vas upozna sa našim gradom, Fakultetom, Departmanom, studijskim programima i studentskim životom koji vas očekuje ukoliko se odlučite da od oktobra budete studenti na Departmanu za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu.

Niš, 2021. godine

Sadržaj

1

Predgovor

Niš je najveći grad jugoistočne Srbije, treći po veličini u Srbiji, i sedište Nišavskog okruga. Nalazi se na raskrsnici najvažnijih balkanskih i evropskih saobraćajnih pravaca. U Nišu se magistralni pravac, koji vodi sa severa, dolinom Morave iz pravca Beograda, račva na pravac ka jugu, dolinom Vardara prema Solunu i Atini, i pravac ka istoku, dolinom Nišave i Marice prema Sofiji, Istanbulu i dalje ka Bliskom Istoku. Ovi putni pravci bili su poznati još od najstarijih vremena kao pravci kretanja naroda, robe i vojski ("Via Militaris" u periodu Rima i Vizantije, "Carigradski drum" u srednjevekovnom periodu u doba Turaka).

Pored drumskih saobraćajnica, Niš sa Evropom i svetom povezuje i vazdušni saobraćaj. Aerodrom "Konstantin Veliki" je drugi aerodrom u Srbiji po broju primljenih putnika godišnje (posle Aerodroma "Nikola Tesla"). Ime je dobio po Konstantinu Velikom, rimskom imperatoru koji je rođen u Nišu 274. godine i kroz istoriju je poznat ne samo kao vladar i mudar vojskovođa, već i kao veliki vizionar i pobornik hrišćanstva. Njegove vizije rezultirale su "Milanskim ediktom", koji je donešen 313. godine, i kojim je prestao progon hrišćana u Rimskom carstvu.

Tu, na raskrsnici Evrope sa Malom Azijom i Crnomorskog područja sa Mediteranom, nalazi se grad koji je u današnje vreme važan privredni, univerzitetski, kulturni, verski i politički centar Srbije, grad koji je bogat kulturno-istorijskim spomenicima (Medijana, Niška tvrđava, Ćele-kula, Čegar, memorijalni park "Bubanj", logor "Crveni krst", itd.), turističkim atrakcijama (Niška Banja, Kamenički vis, Bojanine vode, Cerjanska pećina, itd.), ali i mestima za odmor i uživanje u samom gradu (Kazandžijsko sokače, Park Čair, Park Svetog Save, Obrenovićeva ulica).

Niš je grad u kome se tokom cele godine održavaju kulturne manifestacije, kao što su: festival glumačkih ostvarenja "Filmski susreti", festival ozbiljne muzike "Nimus" (Niške muzičke svečanosti), džez festival "Nišvil", muzički festival "Nisomnija", sajam knjiga u Nišu, međunarodni festival amaterskih horova "Horske svečanosti", festival dečije muzike "Majska pesma" i druge. Pored festivala, tu je i Narodno pozorište, Dom Vojske, dva bioskopa, brojne izložbe, kao i koncerti raznih muzičkih pravaca.

Pored kulturnih, Niš može da se pohvali i sportskim manifestacijama koje se organizuju, pre svega, u sportskom centru Čair. Sportski centar Čair raspolaže Stadionom Čair, Halom Čair i zatvorenim bazenom. Hala Čair je dvorana u kojoj često svoje mečeve kao domaćini igraju ženska i muška odbojkaška, rukometna i teniska reprezentacija Srbije. Pored toga, mečevi kupa Radivoja Koraća u košarci se najčešće igraju upravo ovde. Na otvorenom bazenu Čair je jula 2010. god. održan završni turnir Svetske lige u vaterpolu. U gradu postoji veliki broj sportskih i rekreativnih klubova, planinarsko društvo, konjički klubovi, fitnes centri, teretane, plesne škole.

Niš je takođe i jedan od pet univerzitetskih centara na teritoriji Republike Srbije. Univerzitet u Nišu osnovan je 15. juna 1965. godine. Njegovim osnivanjem zaokružuje se jedan značajan period u novijoj istoriji grada koji počinje 1960. godine formiranjem prvih niških fakulteta pod okriljem Univerziteta u Beogradu. Uz porast broja studenata, razvoj novih naučnih disciplina, ali i sve izraženije potrebe privrednih i društvenih delatnosti za školovanim kadrom, vremenom se Univerzitet u Nišu razvijao i danas u svom sastavu broji četrnaest fakulteta i oko 30 000 studenata.

U okviru Univerziteta u Nišu postoje tri studentska doma. Sobe su jednokrevetne, dvokrevetne ili trokrevetne. Svaka soba ima svoje kupatilo, priključak za telefon i besplatan internet. U svim studentskim domovima nalaze se TV sale, čitaonice i kantine. Pravo na smeštaj u studentskim domovima imaju svi studenti koji ispunjavaju uslove predviđene konkursom. Konkurs za smeštaj studenata za brucoše je početkom septembra meseca, a za ostale studente sredinom septembra ili početkom oktobra. Boravak u studentskim domovima obezbeđen je u toku akademske godine, a izuzetno je moguć i preko letnjeg raspusta.

Studentski restorani pružaju kompletnu ishranu svim zainteresovanim studentima, pri čemu pravo na beneficiranu ishranu imaju svi studenti koji se finansiraju iz budžeta.

U okviru Univerziteta u Nišu postoji Zavod za zdravstvenu zaštitu studenata u kome rade lekari raznih specijalnosti. U njima se obavlja i redovni sistematski pregled studenata po rasporedu koji je uvek blagovremeno istaknut na oglasnim tablama ili sajtovima fakulteta.

Jedan od fakulteta na Univerzitetu u Nišu je *Prirodno-matematički fakultet*. Osnovan je septembra 1999. godine izdvajanjem pojedinih departmana sa Filozofskog fakulteta. Inače, rad na departmanima za matematiku, fiziku i hemiju se odvijao još od samog osnivanja Filozofskog fakulteta, tačnije od 1971. godine, što znači da u ovoj školskoj godini deo sadašnjeg Prirodno-matematičkog fakulteta ulazi u pedesetu godinu uspešnog nastavno-naučnog rada i postojanja.

Danas je šest departmana u sastavu Prirodno-matematičkog fakulteta:

- Departman za matematiku,
- Departman za računarske nauke,
- Departman za fiziku,
- Departman za hemiju,
- Departman za geografiju i
- Departman za biologiju i ekologiju.

2

Zašto studirati matematiku?

Matematika je jedna od najstarijih nauka čije je područje izučavanja vrlo teško precizno definisati, ali prostim jezikom može se reći da izučava količine, strukturu, prostor i promene. Sam naziv "matematika" potiče od starogrčke reči "mathema", koja znači učenje, nauka, što samo oslikava veliki ugled koji je matematika uživala u antičkim civilizacijama.

Matematika je nauka koja se vekovima razvijala, kako sa potrebom da se reše određeni problemi iz realnog sveta, tako i kao teorija koja je često iznenada nalazila neku neočekivanu, ali važnu primenu. Velika snaga i lepota matematike leži u njenoj mogućnosti da procesom apstrakcije složene konkretne probleme svede na matematički model, gde primenom strogog procesa zaključivanja (ponekad i primenom računara za određena složena izračunavanja) dolazi do tačnog ili dovoljno preciznog približnog rešenja. Matematika pruža moćan alat za rešavanje problema u svim prirodnim i tehničkim, ali i u velikom broju društvenih nauka, čineći matematičare nezamenjivim u razjašnjavanju i predviđanju mnogih fenomena spoljnog sveta.

Departman za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu je jedan od najstarijih departmana ovog fakulteta i postoji pola veka. Kroz osnovne, master i doktorske akademske studije na našem Departmanu, studentima se pruža mogućnost da izaberu svoju oblast interesovanja i steknu znanja primenljiva u najrazličitijim poslovima. Matematičari danas rade u osnovnim, srednjim i visokim školama, na fakultetima, naučnim institutima, u IT kompanijama, bankama, osiguravajućim društvima, institucijama za procenu i upravljanje rizikom, statističkim zavodima, velikim kompanijama, učestvujući u procesima odlučivanja i kontrole kvaliteta, berzama, kao i u razvojnim i istraživačkim centrima, u zemlji i inostranstvu.

2.1 Zašto Departman za matematiku na PMF-u u Nišu?

Prirodno-matematički fakultet u Nišu je akreditovana i renomirana državna obrazovno-naučna ustanova. Departman za matematiku je jedan od najstarijih departmana ovog fakulteta i postoji pola veka.

Nastavni proces na Departmanu za matematiku odvija se prema bolonjskim principima. Studenti se motivišu da, kroz domaće zadatke, kolokvijume i seminarske radove, aktivno učestvuju u nastavi. Na taj način mogu savladati značajan deo gradiva čime stiču pravo da na završnom ispitu budu oslobođeni tog dela. Kroz završne radove, uz nesebičnu pomoć nastavnika i saradnika departmana, studenti proveravaju i unapređuju svoje znanje. U isto vreme uče više o samom procesu istraživanja.

Prirodno-matematički fakultet ostvaruje saradnju sa univerzitetima, institutima i drugim fakultetima kako u zemlji tako i u inostranstvu. Takođe, fakultet učestvuje u međunarodnim programima kao što su: ERASMUS +, ERASMUS MUNDUS, CEEPUS, MEVLANA, TEMPUS, HORIZON 2020, IPA. Ova saradnja pruža mogućnost studentima da tokom studija duže ili kraće vreme provedu van matičnog fakulteta, a sve u cilju njihovog stručnog usavršavanja. Na ovaj način studenti se povezuju sa svojim kolegama iz zemlje i inostranstva tako da ne čudi podatak da su bivši studenti Departmana za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu uspešni i konkurentni na najrazličitijim zanimanjima u zemlji i inostranstvu, pogotovo u oblastima primene matematičkih znanja u industriji, aktuarstvu, programerskim firmama i bankama.

Na Departmanu za matematiku nastavni kadar se, pored nastavnog procesa, veoma uspešno bavi i naučnim radom. Visok kvalitet naučno-istraživačkog rada potvrđuje i veoma visok indeks citiranosti (SCI) istraživača zaposlenih na Departmanu za matematiku, kao i veliki broj radova objavljenih u vodećim međunarodnim i domaćim časopisima. Među profesorima na našem Departmanu je i eminentni profesor Prof. dr Vladimir Rakočević koji je takodje i dopisni član Srpske akademije nauka i umetnosti. Između ostalog, trebalo bi istaći da se na Stanfordovoj listi najuticajnijih naučnika na svetu za kalendarsku 2019. godinu nalaze i profesori našeg Departmana: Prof. dr Ljubiša Kočinac, Prof. dr Dragan Đorđević i Prof. dr Dijana Mosić. Nastavnici i saradnici departmana učestvuju na seminarima, naučnim i stručnim konferencijama u zemlji i inostranstvu, a i sami su organizatori značajnih naučnih skupova. Naučni rad nastavnika i saradnika u znatnoj meri prati izdavačka delatnost. Iz oblasti matematike Prirodno-matematički fakultet izdaje vrhunski međunarodni naučni časopis *Filomat*, kao i međunarodne naučne časopise: *Functional analysis, approximation and computation* i *Applied Mathematics and Computer Science*. Pored naučnih časopisa, Fakultet izdaje i časopis *Matematika i informatika*, koji se pre svega bavi promocijom matematike i informatike i u kojem studenti mogu da načine svoje prve korake u pisanju naučnih radova. U cilju podsticanja efikasnosti nastavnog rada, objavljuju se udžbenici, zbirke zadataka, kao i monografije.

Značajnu bazu naučnog i nastavnog rada predstavlja biblioteka sa bogatim i savremenim fondom literature. Biblioteka trenutno raspolaže sa oko 22 600 naslova. Među ovim naslovima je preko 7 000 knjiga, 400 diplomskih i master radova i oko 200 magistarskih teza i doktorskih disertacija iz matematike, kao i preko 350 časopisa sa više od 35 000 svezaka. Čitaonica biblioteke je na raspolaganju studentima svakog radnog dana od 8 do 19h. Pored biblioteke, u procesu učenja, studentima su na raspolaganju i tri računarske učionice sa besplatnim pristupom internetu. Studenti imaju mogućnost da se, preko *studentskog portala*, elektronski prijavljuju ispite, infromišu o rasporedu časova i ispita za predstojeće ispitne rokove, kao i da u svakom trenutku imaju uvid u podatke iz svog studentskog dosijea, kao što su: broj ostvarenih ESP bodova, upisani semestar, položeni i prijavljeni ispiti, itd.

Ukoliko ste radoznali, kreativni, maštoviti i volite matematiku, onda su studije matematike na Departmanu za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu pravi izbor za vas!

Imaćete priliku da vas stručni i savesni predavači i saradnici uvode u tajne matematičkih teorija. Upoznaćete neke od mnogobrojnih primena matematike. Steći ćete dovoljno (pred)znanja da možete nastaviti master studije na Departmanu za matematiku na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu ili na drugim fakultetima u zemlji i inostranstvu. U okviru master studija vam se pruža mogućnost da se usavršavate iz određenih oblasti matematike, ali i da se bavite primenama matematike u fizici, finansijama, biologiji, medicini i drugim društvenim i tehničkim naukama.

Za one najambicioznije, koji imaju talenta i žele da se bave naučnim radom, doktorske studije matematike su pravi izbor.

Pored doktorskih studija koje se odvijaju na Departmanu za matematiku, Prirodno-matematički fakultet u Nišu je jedan od osnivača *Doktorske škole matematike* koja se realizuje na nivou cele Srbije sa najeminentnijim predavačima iz naše zemlje i inostranstva.

2.2 Aktivnosti studenata

Pored obaveza vezanih za samu nastavu, na Prirodno-matematičkom fakultetu i Departmanu za matematiku pruža se i puno mogućnosti za putovanja, bavljenje sportom, naukom i organizaciju drugih nenastavnih aktivnosti.

Departman za matematiku učestvuje na festivalu "Nauk nije bauk". Ovaj festival okuplja zainteresovane iz svih oblasti nauke, i putem predavanja, izložbi i eksperimenata, kroz igru i zabavu, mladima približava misteriozni svet nauke.

U cilju popularizacije nauke, Prirodno-matematički fakultet i Departman za matematiku imaju i razvijenu saradnju sa Istraživačkom stanicom "Petnica", koja predstavlja jednu od najvećih institucija za neformalno obrazovanje u ovom delu Evrope. Naši studenti, saradnici i nastavnici angažovani su kao asistenti i predavači u ovoj instituciji. Na programima matematike, koji se organizuju nekoliko puta godišnje, oni kroz razne aktivnosti, a naročito kroz mentorski rad istraživačkih projekata, pomažu talentovanim srednjoškolcima u prvim koracima ka naučnom radu.

Na Departmanu za matematiku se svake godine, maja meseca, obeležava mesec matematike, uz prigodne aktivnosti i sa željom da se u ceo proces aktivno uključe kako studenti, tako i zainteresovani sugrađani. Takođe, Departman za matematiku je uključen i u realizaciju manifestacije "Noć istraživača", koja predstavlja "drugačiji izlazak petkom uveče", gde se u neformalnoj atmosferi, uz filmove i muziku, istraživački poziv iz akademskih klupa seli u svakodnevno okruženje.

Studenti Prirodno-matematičkog fakulteta su jako dobro organizovani. Naime, kroz Savez studenata i Studentski parlament uključuju se u rad organa samog fakulteta i štite prava i interese studenata u njima. Iz redova studenata Studentskog parlamenta biraju se Predsednik parlamenta i student prodekan. Studentski parlament se zalaže za kvalitetnu nastavu i uslove studiranja, zaštitu prava studenata, kvalitetno i pravovremeno informisanje studenata. Takođe, Studentski savez i Studentski parlament organizuju kulturna i sportska dešavanja, ostvaruju saradnju sa ostalim fakultetima i savezima studenata u zemlji i inostranstvu, organizuju humanitarne aktivnosti. Studentski parlament ima svoje predstavnike u Savetu fakulteta, Nastavno-naučnom veću fakulteta, Komisiji za obezbeđenje kvaliteta fakulteta i departmana, Studentskom parlamentu Univerziteta u Nišu, Univerzitetskom sportskom savezu.

Sportska sekcija Saveza studenata zadužena je za formiranje timova u košarci, fudbalu, rukometu, odbojci i drugim sportovima. Ovi timovi učestvuju na *Primatijadi*-susretu studenata Prirodno-matematičkih fakulteta Srbije, Crne Gore, Republike Srpske, Makedonije, Hrvatske i Bosne i Hercegovine, koja se svake godine organizuje na nekoj turistički atraktivnoj destinaciji u zemlji ili regionu. Pored ovog takmičenja, ekipe Prirodno-matematičkog fakulteta učestvuju na turnirima koji se organizuju na nivou Univerziteta u Nišu, na kojima učestvuju svi fakulteti. Više o organizaciji sportskih takmičenja može se naći na sajtu Univerzitetskog sportskog saveza Niša.

3

Kako do indeksa?

Put sticanja statusa studenta Departmana za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu, sastoji se iz nekoliko koraka:

- pripremna nastava (nije obavezna),
- prijavljivanje kandidata,
- polaganje prijemnog ispita i
- upis primljenih kandidata.

3.1 Pripremna nastava

Pripremna nastava se organizuje na Departmanu za matematiku svake godine od sredine marta do sredine juna meseca radi bolje pripreme kandidata za polaganje prijemnog ispita. Pripremnom nastavom su obuhvaćene one oblasti matematike koje se nalaze u programu rada gimnazija, iz kojih budući studenti dobijaju zadatke na prijemnom ispitu. To su:

- Rastavljanje polinoma na činioce. Deljivost polinoma. Racionalni algebarski izrazi,
- Stepenovanje i korenovanje,
- Kompleksni brojevi. Polinomi i kompleksni brojevi. Vijetove formule za polinome trećeg stepena. Stepenovanje i korenovanje kompleksnih brojeva,
- Kompozicija funkcija. Inverzna funkcija,
- Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija,
- Kvadratne jednačine - priroda rešenja (kvadratna funkcija, bikvadratne i simetrične jednačine, Vijetove formule za kvadratnu jednačinu i primene, kvadratne nejednačine, linearne i kvadratne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrednostima, iracionalne jednačine i nejednačine, sistemi kvadratnih jednačina sa dve nepoznate),
- Eksponencijalna funkcija,
- Logaritamska funkcija,
- Eksponencijalne jednačine i nejednačine,

- Logaritamske jednačine i nejednačine,
- Trigonometrija (trigonometrija pravouglog trougla, trigonometrijske funkcije ma kog ugla, trigonometrijske funkcije realnog broja, grafici trigonometrijskih funkcija, adicione formule, trigonometrijske jednačine i nejednačine, sinusna i kosinusna teorema),
- Površina i zapremina poliedara: prizme i piramide, zarubljene piramide,
- Površina i zapremina obrtnih tela: valjak, kupa, zarubljena kupa, lopta i delovi lopte,
- Analitička geometrija u ravni (rastojanje dve tačke, podela duži u datoj razmeri, sredina duži, površina trougla, razni oblici jednačine prave, međusobni odnos dve prave, ugao između dve prave, rastojanje tačke od prave, simetrala ugla između dve prave, kružnica, kružnica i prava, elipsa, elipsa i prava, hiperbola, hiperbola i prava, parabola, parabola i prava),
- Aritmetički i geometrijski niz,
- Matematička indukcija,
- Binomni obrazac.

Nastava se organizuje svake subote od 10 do 14h u nekoj od učionica na Prirodno-matematičkom fakultetu, osim u izuzetnim situacijama kada su zainteresovani kandidati blagovremeno obavešteni o načinu realizacije pripremne nastave. Ukoliko imate dodatnih pitanja u vezi sa pripremnom nastavom možete ih postaviti koordinatoru za pripremnu nastavu, profesorki dr Jovani Nikolov-Radenković putem e-maila *jovana.nikolov@pmf.edu.rs*.

3.2 Prijavljivanje kandidata

Za upis na prvu godinu osnovnih akademskih studija mogu konkurisati lica sa završenim srednjim obrazovanjem u četvorogodišnjem trajanju. Prijava kandidata se vrši na šalterima Službe za nastavu i studentska pitanja Fakulteta. Prilikom prijavljivanja na Konkurs za upis odgovarajaćih osnovnih akademskih studija, kandidat se opredeljuje za odgovarajući studijski program i dostavlja konkursom propisanu dokumentaciju.

3.2.1 Formiranje rang-liste

Rang-lista prijavljenih kandidata formira se za svaki studijski program posebno. Mesto kandidata na rang-listi određuje se na osnovu opšteg uspeha u srednjoj školi i rezultata ostvarenih na prijemnom ispitu.

Opšti uspeh kandidata u srednjoj školi računa se kao zbir prosečnih ocena iz svih predmeta u I, II, III i IV razredu, pomnožen brojem dva. Po ovom osnovu kandidat može steći najmanje 16, a najviše 40 poena. Prosečna ocena za svaki razred se računa zaokruživanjem na dve decimale.

3.3 Polaganje prijemnog ispita

Kandidat koji konkuriše za upis u prvu godinu osnovnih akademskih studija za studijski program matematika polaže prijemni ispit iz *matematike.* Prijemni ispit obuhvata gradivo predmeta matematika koje je izučavano u srednjoj školi u četvorogodišnjem trajanju, a oblasti su navedene u Poglavlju 3.1. Prijemni ispit kandidat polaže u pisanoj formi u prostorijama Fakulteta. Vreme i raspored polaganja prijemnog ispita se blagovremeno objavljuju na oglasnoj tabli i sajtu Fakulteta. Vreme trajanja prijemnog ispita je 150 minuta. Prijemni ispit se sastoji od deset zadataka, pri čemu svaki tačno urađen zadatak nosi maksimalno 6 poena, što znači da uspeh na prijemnom ispitu donosi kandidatu najviše 60 poena. Broj poena koji kandidat ostvaruje na prijemnom ispitu određuje se na osnovu tačnosti izrade testa na prijemnom ispitu.

U prvu godinu osnovnih akademskih studija može se, bez prijemnog ispita, upisati:

(a) lice koje ima stečeno visoko obrazovanje u trajanju od najmanje tri godine,

(b) kandidat koji je kao učenik srednje škole osvojio jednu od prve tri nagrade na adekvatnom republičkom takmičenju iz odgovarajuće oblasti koje organizuje resorno Ministarstvo, odnosno jednu od prve tri nagrade na adekvatnom međunarodnom takmičenju, iz odgovarajuće oblasti.

3.3.1 Ulaganje prigovora na konačnu rang-listu

Kandidat može uložiti prigovor dekanu na konačnu rang-listu. Prigovor se ulaže u pisanoj formi. Dekan je dužan da odgovori na svaki uloženi prigovor u pisanoj formi. Ako kandidat nije zadovoljan odgovorom dekana, ima prava da podnese žalbu na konačnu rang-listu

Savetu Fakulteta. Savet Fakulteta razmatra i odlučuje o eventualnim žalbama kandidata. Odluka Saveta Fakulteta je konačna. Vreme za podnošenje prigovora, žalbi, kao i za davanje odgovora u okviru ovog člana precizira dekan u skladu sa Konkursom. Po okončanju svih navedenih postupaka ističe se konačna rang-lista za svaki studijski program na sajtu i oglasnim tablama Fakulteta.

3.4 Upis primljenih kandidata

Mesto na konačnoj rang-listi i broj ukupno postignutih bodova određuje da li se kandidat može upisati na prvu godinu studija, kao i da li će biti finansiran iz budžeta ili će plaćati školarinu kao samofinansirajući student.

Kandidat može biti upisan na teret bužeta, ako se na konačnoj rang listi nalazi do broja odobrenog za upis sudenata na teret budžeta (koji je utvrđen konkursom za određeni studijski program), a ostvario je najmanje 51 bod. Kandidat može biti upisan kao samofinansirajući student ukoliko se na konačnoj rang-listi nalazi do broja odobrenog za upis samofinasirajućih studenata (koji je utvrđen konkursom za određeni studijski program), a ostvario je najmanje 31 bod.

Studenti pri upisu dobijaju i svoju *e-mail* adresu pomoću koje mogu lakše komunicirati sa predmetnim nastavnicima i saradnicima.

Ukoliko postoji mogućnost, dekan Fakulteta može doneti odluku o preraspoređivanju slobodnih budžetskih mesta sa jednog studijskog programa na drugi, a u skladu sa odobrenim kvotama. Dekan Fakulteta određuje dane za upis studenata u skladu sa konačnom rang-listom.

4

Pravila studiranja

Fakultet organizuje, a nastavnici i saradnici izvode nastavu na studijskim programima u toku školske godine koja počinje 1. oktobra i traje 12 kalendarskih meseci. Školska godina deli se na jesenji (prvi) i prolećni (drugi) semestar, od kojih svaki ima 15 nastavnih nedelja i 6 nedelja za konsultacije, pripremu i polaganje ispita. Nastava se organizuje i izvodi po semestrima, u skladu sa studijskim programom.

Studijski program je skup obaveznih i izbornih predmeta, sa okvirnim sadržajem, čijim se savladavanjem obezbeđuju neophodna znanja i veštine za sticanje diplome odgovarajućeg nivoa i vrste studija.

Fakultet može sa drugom visokoškolskom ustanovom u Srbiji, odnosno u inotranstvu, organizovati i izvoditi studijski program za sticanje zajedničke diplome.

Studije na Fakultetu organizuju se na srpskom jeziku. Na Doktorskoj školi matematike studije se izvode na srpskom ili engleskom jeziku.

4.1 Vrste i nivoi studija na Fakultetu

Obrazovna delatnost Fakulteta ostvaruje se kroz akademske studije na osnovu odobrenih, odnosno akreditovanih studijskih programa.

Studije su organizovane i izvode se kroz sva tri nivoa studija:

1. Studije prvog stepena su *osnovne akademske studije* koje obuhvataju predmete sa ukupno 180 ESP bodova.

2. Studije drugog stepena su *master akademske studije* koje obuhvataju predmete sa ukupno 120 ESP bodova.

3. Studije trećeg stepena su *doktorske akademske studije* koje obuhvataju predmete sa ukupno 180 ESP bodova, uz prethodno ostvaren obim studija od najmanje 300 ESP bodova na osnovnim i master akademskim studijama.

Ukupno angažovanje studenta se sastoji od aktivne nastave (predavanja i vežbe), samostalnog rada, kolokvijuma, ispita i izrade završnih radova.

4.2 Status studenata

Student Fakulteta je lice upisano na osnovne, master ili doktorske akademske studije na Fakultetu. Status studenta dokazuje se indeksom. Studenti Fakulteta imaju status studenta koji se finansira iz budžeta (*budžetski student*) ili studenta koji se sam finansira (*samofinansirajući student*).

Student koji u tekućoj školskoj godini ostvari najmanje 48 ESP bodova, propisanih zakonom, ima pravo da se u narednoj školskoj godini finansira iz budžeta ako se rangira u okviru ukupnog broja studenata čije se studije finansiraju iz budžeta. Student koji u poslednjoj godini studija ima status studenta koji se finansira iz budžeta, zadržava pravo da se finansira iz budžeta najduže godinu dana po isteku redovnog trajanja studija. Student koji u tekućoj školskoj godini ne ostvari određen broj ESP bodova, nastavlja studije u statusu samofinasirajućeg studenta. Studenti sa invaliditetom i studenti upisani po afirmativnoj meri koji u tekućoj školskoj godini ostvare najmanje 36 ESP bodova imaju pravo da se u narednoj školskoj godini finansiraju iz budžeta.

Student koji se finansira iz budžeta može u tom statusu da ima upisan samo jedan studijski program na istom nivou studija. Student može biti finansiran iz budžeta samo jedanput na istom stepenu studija, što se potvrđuje izjavom studenta.

Student koji se sam finansira opredeljuje se u skladu sa studijskim programom za onoliko predmeta koliko je potrebno da se ostvari najmanje 37 ESP bodova, osim ako mu je do završetka studija ostalo manje od 37 ESP bodova.

Strani državljanin može se upisati na studijski program pod istim uslovima kao i domaći državljanin. Strani državljanin plaća školarinu, osim ako međunarodnim sporazumom nije drugačije određeno. Strani državljanin može se upisati na studije ako je zdravstveno osiguran.

O pravima, obavezama i mirovanju studenata mozete naći više ovde.

5

Studijski programi na Departmanu za matematiku

Na Departmanu za Matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu nastava se odvija na sledećim nivoima studija:

1. Osnovne akademske studije Matematika,
2. Master akademske studije Matematika,
3. Doktorske akademske studije Matematika,
4. Doktorska škola matematike.

5.1 Osnovne akademske studije

Studijski program *Osnovne akademske studije Matematika* traje tri godine (šest semestara). Broj ESP bodova koji se ostvaruju pohađanjem nastave i polaganjem ispita na ovom studijskom programu je 180. Nastava se organizuje prema novom studijskom programu koji je akreditovan 2021. godine, kroz časove predavanja i vežbi. Predavanja izvode nastavnici, a vežbe nastavnici ili saradnici Fakulteta. Svi predmeti su jednosemestralni. Pored obaveznih, postoji i lista izbornih predmeta, što daje mogućnost studentima da samostalno kreiraju svoj obrazovni profil i usmere svoje dalje obrazovanje ka željenom modulu na master akademskim studijama. Od ukupnih 180 ESP bodova, student ostvaruje 144 ESP boda (ili 80%) u okviru obaveznih predmeta, dok 36 ESP bodova (20%) student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta.

Student ima mogućnost da ostvari 30 ESP bodova polaganjem predmeta sa bilo kog drugog akademskog studijskog programa osnovnih studija koji se realizuju na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu (Računarske nauke, Fizika, Hemija, Biologija, Geografija). Jedino ograničenje je da se studentu ne dozvoljava izbor sličnih predmeta po sadržaju (na primer, ne dozvoljava se da student bira i polaže predmet Matematika sa studijskog programa Hemija, i ne dozvoljava se da student bira i polaže predmet Primena računara u biologiji, sa studijskog programa Biologija). Posebna komisija razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem.

Dozvoljen je prelaz sa srodnog studijskog programa na osnovne akademske studije Matematika. Posebna komisija razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem, prema Pravilniku o ostvarivanju studija na osnovnim i diplomskim akademskim studijama Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu.

Polaganjem svih ispita na osnovnim akademskim studijama student ostvaruje 180 ESP bodova i stiče stručni naziv *"matematičar"*.

Ovaj studijski program omogućava veliku mobilnost studenata na srodne studijske programe u Srbiji i u svetu. Raspored predmeta na studijskom programu, po godinama, je sledeći:

R. br.	**Naziv predmeta**	**S**	**ESPB**
	PRVA GODINA		
1	Matematička logika i teorija skupova	I	6
2	Matematička analiza 1	I	8
3	Linearna algebra	I	8
4	Teorija brojeva i polinoma	I	7
5	Matematička analiza 2	II	8
6	Analitička geometrija	II	7
7	Elementarna matematika 1	II	7
8	Izborni predmet 1	II	9
	DRUGA GODINA		
9	Uvod u algebarske strukture	III	8
10	Matematička analiza 3	III	8
11	Uvod u numeričku analizu	III	7
12	Izborni predmet 2	III	7
13	Matematička analiza 4	IV	8
14	Teorija mera i integrala	IV	7
15	Uvod u verovatnoću	IV	8
16	Izborni predmet 3	IV	7
	TREĆA GODINA		
17	Uvod u kompleksnu analizu	V	7
18	Uvod u matematičku statistiku	V	7
19	Uvod u topologiju	V	8
20	Geometrija	V	8
21	Funkcionalna analiza	VI	7
22	Uvod u diferencijalne jednačine	VI	7
23	Izborni predmet 4	VI	6
24	Izborni predmet 5	VI	7
25	Stručna praksa	VI	3
		Ukupno ESP bodova	**180**

Više informacija o samim predmetima, kako obaveznim, tako i izbornim, može se naći na sajtu Departmana za matematiku.

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet iz liste ponuđenih. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Fakultet je u obavezi da organizuje nastavu iz svakog izbornog predmeta, bez obzira na broj prijavljenih studenata. Spisak izbornih predmeta, na ovom studijskom programu, nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	**S**	**ESPB**
Izborni predmet 1			
8	Programiranje 1	II	9
	Programiranje 2		
Izborni predmet 2			
12	Konačno dimenzionalni vektorski prostori	III	7
	Elementarna matematika 2		
Izborni predmet 3			
16	Elementarna geometrija	IV	7
	Metrički prostori i Riman-Stiltjesov integral		
	Finansijska matematika		
Izborni predmet 4			
23	Istorija i filozofija matematike	VI	6
	Engleski jezik B1		
Izborni predmet 5			
24	Statističko modeliranje	VI	7
	Metode nacrtne geometrije		
	Programski paketi u nastavi matematike		

5.2 Master akademske studije

Studijski program *Master akademske studije Matematika* traje dve godine (četiri semestra). Broj ESP bodova, koji se ostvaruju pohađanjem nastave i polaganjem ispita na ovom studijskom programu je 120. Nastava se organizuje prema novom studijskom programu koji je akreditovan 2021. godine, kroz časove predavanja i vežbi. Sam studijski program je zamišljen tako da omogući studentu da kroz obavezne i izborne predmete, sam kreira svoj obrazovni profil prema sopstvenim interesovanjima.

Svi predmeti su jednosemestralni. Student je u obavezi da položi sve predmete predvidjene studijskim programom, kao i da uradi stručnu praksu, studijski istraživački rad, i odbrani završni rad (master rad).

Student ima mogućnost da ostvari 20 ESP bodova (u okviru kvote ESP bodova namenjenih izbornim predmetima) polaganjem predmeta sa bilo kog drugog studijskog programa master akademskih studija koje se realizuju na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu. Jedino ograničenje je da se studentu ne dozvoljava izbor sličnih predmeta po sadržaju. Posebna komisija razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem.

Studijski istraživački rad predstavlja individualni rad studenta, pod nadzorom mentora za izradu master rada. Predviđeno je da mentor postavlja studentu problem iz određene oblasti matematike (problemi u matematici ili drugim naukama, stručni problemi u industirji i drugim društvenim delatnostima, i slično). Mentor usmerava studenta na neophodnu literaturu, daje sugestije i drži konsultativnu nastavu u vezi postavljenog problema. Student je dužan da izuči postavljeni problem, i poveže dostupne podatke u logičku celinu.

Master rad podrazumeva sistematizaciju znanja studenta u jednoj od oblasti matematike ili njenih primena u drugim naukama, industriji i društvenim delatnostima. Izradom i odbranom master rada student dokazuje da je u potpunosti usvojio principe matematičkog razmišljanja, i da je u stanju da prezentuje znanje iz primena matematike drugim licima, nedovoljno stručnim za matematiku.

Polaganjem svih ispita i odbranom master rada, student ostvaruje 120 ESP bodova i stiče stručni naziv *"master matematičar"*.

Dozvoljen je prelaz sa srodnog studijskog programa na master akademske studije Matematika. Veće Departmana za matematiku razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem.

Na master akademskim studijama iz matematike, student se opredeljuje za jedan od četiri modula:

1. Opšta matematika,
2. Profesor matematike,
3. Primenjena matematika,
4. Verovatnoća, statistika i finansijska matematika.

U nastavku navodimo tabele sa obaveznim i izbornim predmetima za svaki od modula. Više informacija o samim predmetima, sadržajima, literaturi, nastavnicima i saradnicima na predmetima, mogu se naći na sajtu Departmana za matematiku.

5.2.1 Opšta matematika

Modul *Opšta matematika* je prirodni nastavak osnovnih akademskih studija Matematika. Svrha ovog modula je obrazovanje matematičara koji su osposobljeni za dalji naučno-istraživački rad, a takođe i za rad u privrednim subjektima. Ovim modulom formira se kadar iz čijih se redova regrutuju istraživači i saradnici na fakultetima, naučnim institutima, razvojnim i istraživačkim centrima i drugim institucijama i preduzećima. Savladavanjem ovog modula studenti dalje razvijaju matematički način razmišljanja, strogost i sistematičnost u razmišljanju, zaključivanju i postupanju, sposobnost brze adaptacije na nove uslove i okolnosti, sposobnost brzog uočavanja i rešavanja problema. Na taj način obrazuju se moderni stručnjaci koji su osposobljeni da u budućnosti budu nosioci daljeg naučnog razvoja, a takođe i deo razvojnih projekata u privrednim subjektima.

Modul Opšta matematika predviđa 9 obaveznih i 5 izbornih predmeta. Od ukupnih 120 ESP bodova, student ostvaruje 68 ESP bodova u okviru obaveznih predmeta, 37 ESPB bodova student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta, 3 ESP boda student ostvaruje stručnom praksom, 4 ESP boda ostvaruje studijskim istraživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada. Ukupno se studentu nude 24 različita predmeta. Raspored predmeta na studijskom programu:

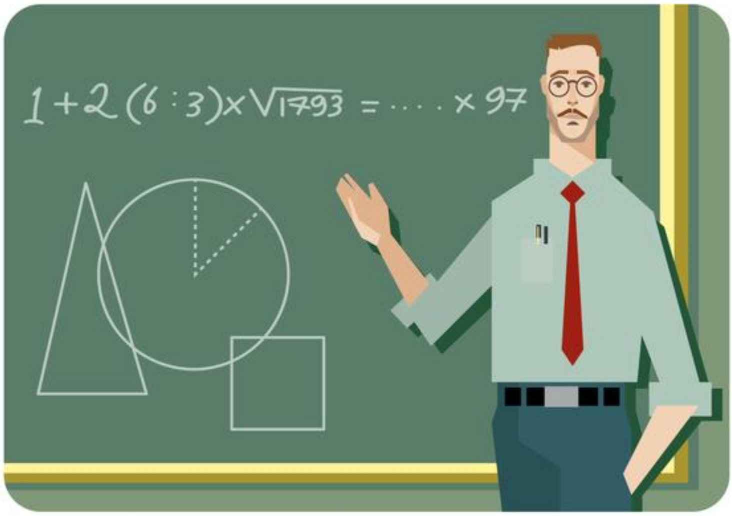
R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Teorija verovatnoća	I	8
2	Diferencijalne jednačine i dinamički sistemi	I	8
3	Teorija operatora	I	7
4	Izborni predmet 1	I	7
5	Algebarske strukture	II	8
6	Neeuklidske geometrije	II	7
7	Parcijalne diferencijalne jednačine	II	8
8	Kompleksna analiza	II	7
DRUGA GODINA			
9	Diferencijalna geometrija	III	8
10	Algebarska topologija	III	7
11	Izborni predmet 2	III	8
12	Izborni predmet 3	III	7
13	Izborni predmet 4	IV	8
14	Izborni predmet 5	IV	7
15	Stručna praksa	IV	3
16	Studijski istraživački rad	IV	4
17	Master rad		8
Ukupno ESP bodova			**120**

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet iz liste ponuđenih. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
4	Osnovi Furijeove analize	I	7
	Teorija fiksne tačke i primene		
	Matematička statistika		
Izborni predmet 2			
11	Matematička logika	III	8
	Mera i integracija		
	Numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina		
Izborni predmet 3			
12	Teorija skupova	III	7
	Banahove algebre i spektri		
	Spektralna teorija grafova		
Izborni predmet 4			
13	Stohastički procesi	IV	8
	Uopšteni inverzi		
	Tenzorski račun		
Izborni predmet 5			
14	Mere nekompaktnosti i primene	IV	7
	Kombinatorika		
	Stohastička analiza		
	Teorija igara		

5.2.2 Profesor matematike

Svrha modula *Profesor matematike* je obrazovanje nastavnog kadra koji će imati odgovarajuće stručne kompetencije, ali odgovarajuće pedagoške veštine. Ovim modulom obrazuju se budući profesori matematike u osnovnim i srednjim školama koji će primenjivati savremene metodičke principe u pripremanju i izvođenju nastave matematike u osnovnim i srednjim školama, kao i tehnike obrazovne tehnologije u cilju modernizacije i povećanja kvaliteta nastave matematike.



Modul Profesor matematike predviđa 10 obaveznih predmeta i 5 izbornih predmeta. Od ukupnih 120 ESPB bodova, student ostvaruje 66 ESP bodova u okviru obaveznih predmeta, 33 ESPB boda student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta, 6 ESP bodova ostvaruje školskim praksama, 3 ESP boda ostvaruje stručnom praksom, 4 ESP boda ostvaruje studijskim istraživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada. Ukupno se studentu nudi 20 različita predmeta. Raspored predmeta na studijskom programu:

R. br.	**Naziv predmeta**	**S**	**ESPB**
PRVA GODINA			
1	Metodika nastave matematike	I	7
2	Psihologija	I	6
3	Pedagogija	I	6
4	Analitičke metode u elementarnoj matematici	I	5
5	Odabrana poglavlja analize i algebre	I	7
6	Kombinatorika	II	7
7	Izborni predmet 1	II	7
8	Izborni predmet 2	II	6
9	Elementi teorije brojeva	II	6
10	Školska praksa 1	II	3
DRUGA GODINA			
11	Diferencijalne jednačine i dinamički sistemi	III	8
12	Teorija verovatnoća	III	8
13	Izborni predmet 3	III	6
14	Izborni predmet 4	III	7
15	Školska praksa 2	III	3
16	Diskretna matematika	IV	6
17	Izborni predmet 5	IV	7
18	Stručna praksa	IV	3
19	Studijski istraživački rad	IV	4
20	Master rad		8
Ukupno ESP bodova			**120**

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet iz liste ponuđenih. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
7	Kompleksna analiza	II	7
	Neeuklidske geometrije		
Izborni predmet 2			
8	Obrazovni softver	II	6
	Multimedijalni sistemi u nastavi matematike		
Izborni predmet 3			
13	Metodika nastave mat. u osnovnoj školi	III	6
	Metodika dodatne nastave mat. u osnovnoj školi		
Izborni predmet 4			
14	Nestandardni problemi elementarne geometrije	III	7
	Teorija operatora		
Izborni predmet 5			
17	Matematička statistika i statističko modelovanje	IV	7
	Elementi finansijske matematike		

5.2.3 Primenjena matematika

Svrha modula *Primenjena matematika* jeste obrazovanje matematičara koji su osposobljeni za rad u privredi i društvenim delatnostima sa povećanom potrebom za poznavanjem matematike. Modul je baziran na interakciji matematike sa fizikom, biologijom i računarstvom, te se obrazuju matematičari koji imaju određeno znanje iz bar jedne od tri navedene oblasti. Ovladavanje matematičkim aparatom na ovom modulu omogućava rešavanje ozbiljnih problema u mnogim oblastima.

Modul se sastoji od 5 obaveznih i 9 izbornih predmeta. Od ukupnih 120 ESP bodova, student ostvaruje 31 ESP bod u okviru obaveznih predmeta, 67 ESP bodova student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta, 3 ESP boda student ostvaruje stručnom praksom, 4 ESP boda ostvaruje studijskim istraživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada. Ukupno se studentu nude 36 različitih predmeta. Raspored predmeta na studijskom programu dat je u sledećoj tabeli:

R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Teorija verovatnoća	I	8
2	Diferencijalne jednačine i dinamički sistemi	I	8
3	Osnovi Furijeove analize	I	7
4	Izborni predmet 1	I	7
5	Parcijalne diferencijalne jednačine	II	8
6	Izborni predmet 2	II	8
7	Objektno orijentisano programiranje	II	7
8	Izborni predmet 3	II	7
DRUGA GODINA			
9	Izborni predmet 4	III	7
10	Izborni predmet 5	III	8
11	Izborni predmet 6	III	8
12	Izborni predmet 7	III	7
13	Izborni predmet 8	IV	8
14	Izborni predmet 9	IV	7
15	Stručna praksa	IV	3
16	Studijski istraživački rad	IV	4
17	Master rad		8
Ukupno ESPB bodova			**120**

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet iz liste ponuđenih. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
4	Teorija operatora	I	7
	Algebre operatora i primene		
	Kvantitativna ekologija i genetika		
Izborni predmet 2			
6	Klasična teorijska fizika	II	8
	Stohastički procesi		
	Strukture podataka i algoritmi		
Izborni predmet 3			
8	Neograničeni operatori matematičke fizike	II	7
	Metode statističke analize		
	Numeričke aproksimacije i kvadraturne formule		
Izborni predmet 4			
9	Kvantna mehanika	III	7
	Numerička optimizacija		
	Vizuelno programiranje		
Izborni predmet 5			
10	Diferencijalna geometrija	III	8
	Teorija masovnog opsluživanja		
	Numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina		
Izborni predmet 6			
11	Tenzorski račun	III	8
	Primenjena matematička statistika		
	Baze podataka i VEB programiranje		
	Osnove otvorenih kvantnih sistema		

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 7			
12	Integralne jednačine i specijalne funkcije	III	7
	Matematički modeli nelinearne dinamike		
	Geometrijsko modelovanje		
	Simetrije u fizici		
Izborni predmet 8			
13	Harmonijska analiza, talisići i primene	IV	8
	Stohastički dinamički modeli		
	Mašinsko učenje		
	Atomska i molekularna fizika		
Izborni predmet 9			
14	Varijacioni račun	IV	7
	Matematički modeli u biologiji i medicini		
	Obrada slika i signala		
	Opšta teorija relativnosti		

5.2.4 Verovatnoća, statistika i finansijska matematika

Modul *Verovatnoća, statistika i finansijska matematika* je prirodni nastavak osnovnih akademskih studija Matematika. Studenti se, pomoću ponuđenih nastavnih sadržaja, obučavaju da prepoznaju i kategorišu probleme koji se javljaju u praksi, izaberu adekvatne modele, prilagode ih specifičnim uslovima, omoguće njihovu primenu, a zatim ocene stepen uspešnosti primenjenih metoda i ocene odgovarajući rizik. Studenti, po završetku studija na ovom modulu, mogu da rade u bankama, osiguravajućim društvima, institucijama za procenu i upravljanje rizikom, statističkim zavodima, velikim kompanijama u procesima odlučivanja i kontrole kvaliteta, naučnim institutima, fakultetima, razvojnim i istraživačkim centrima, kao i u obrazovanju.

Programom je predviđeno da studenti na ovom modulu pohađaju nastavu iz 5 obaveznih i 9 izbornih predmeta. Od ukupnih 120 ESP bodova, student ostvaruje 38 ESP bodova u okviru obaveznih predmeta, 67 ESP bodova student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta, 3 ESP boda student ostvaruje stručnom praksom, 4 ESP boda ostvaruje studijskim istraživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada. Ukupno se studentu nude 24 različita predmeta. Raspored predmeta na studijskom programu dat je u sledećoj tabeli:

R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Teorija verovatnoća	I	8
2	Multivariaciona analiza	I	7
3	Diferencijalne jednačine i dinamički sistem	I	8
4	Izborni predmet 1	I	7
5	Stohastički procesi	II	8
6	Analiza vremenskih nizova	II	7
7	Izborni predmet 2	II	7
8	Izborni predmet 3	II	8
DRUGA GODINA			
9	Izborni predmet 4	III	7
10	Izborni predmet 5	III	8
11	Izborni predmet 6	III	7
12	Izborni predmet 7	III	8
13	Izborni predmet 8	IV	8
14	Izborni predmet 9	IV	7
15	Stručna praksa	IV	3
16	Studijski istraživački rad	IV	4
17	Master rad		8
		Ukupno ESPB bodova	**120**

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet iz liste ponuđenih. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	**S**	**ESPB**
Izborni predmet 1			
4	Finansijska matematika	I	7
	Teorija uzoraka i planiranje eksperimenata		
Izborni predmet 2			
7	Aktuarska matematika	II	7
	Teorija igara		
Izborni predmet 3			
8	Regresiona analiza	II	8
	Parcijalne diferencijalne jednačine		
Izborni predmet 4			
9	Metode funkcionalne analize u ekonomiji	III	7
	Statistički softver		
	Objektno orijentisano programiranje		
Izborni predmet 5			
10	Finansijsko modeliranje 1	III	8
	Teorija masovnog opsluživanja		
Izborni predmet 6			
11	Numerička optimizacija	III	7
	Teorija rizika		
Izborni predmet 7			
12	Teorija odlučivanja	III	8
	Ekonometrija		
Izborni predmet 8			
13	Stohastički dinamički modeli	IV	8
	Finansijsko modeliranje 2		
Izborni predmet 9			
14	Statistička kontrola kvaliteta	IV	7
	Metode statističke analize		

Stručna praksa (obuhvata sve module)

Studentima Departmana za matematiku je, u okviru realizacije predmeta Stručna praksa, omogućen rad u kompanijama koje, između ostalog, koriste i najsavramenije matematičke i, pre svega, statističke i probabilističke alate i tehnike. U nastavku su neke od kompanija sa kojima sarađujemo u okoviru ovog predmeta, koji mogu biti potencijalni poslodavci naših studenata. Kompanije:

IRC Alfatec se bavi razvojem inovativnih tehnologija i proizvoda kao što su merno-informacioni, kontrolni, informaciono-komunikacioni i komandno-kontrolni moduli koji se primenjuju u sistemima za energetski menadžment i za daljinski nadzor i upravljanje.

ARPM Advanced Risk and Portfolio Management je internacionalna kompanija za moderne kvantitativne finansije čiji je cilj uspostavljanje standarda i širi napredna znanje o upravljanju rizicima i portfolijima u bankarstvu, osiguranju i poslovanju kapitalom.

ECOSOIL je kompanija koja se bavi inovativnim pristupima u ispitivanju različitih biodinamičkih tinktura i proizvoda u cilju poboljšanja energetske vrednosti organske hrane istovremeno sa povećanjem njenog prinosa. U svojim istraživanjima koriste savremene matematičke alate.

Eco-Therm Engineeging d.o.o. se bavi inovacijama i razvojem novih tehnologija u oblasti sistema zasnovanih na obnovljivim izvorima energije.

Nissatech Innovation Centre je kompanija koja se bavi razvojem inovativnih softverskih rešenja i ima saradnju sa svetskim gigantima u oblasti auto-industrije.

Gruner se bavi proizvodnjom delova za elektro i auto-industriju. Ovo je nemačka kompanija i njen ogranak u Srbiji je smešten u Vlasotincu. U obezbeđenju kvaliteta primenjuju najsavremenije matematičke alate.

Narodna banka Srbije pruža mogućnost studentima završnih godina studija, da letnju praksu, u periodu od početka jula do kraja avgusta svake godine obave u nekoj od njenih organizacionih jedinica.

ProCredit Bank je finansijska institucija, razvojno orijentisana banka za mala i srednja preduzeća i prža bankarske i finansijske usluge svojim klijentima.

Republički zavod za statistiku se bavi sprovođenjem statističkih istraživanja, izradom metodologije, prikupljanjem, obradom, statističkom analizom podataka.

6

Rešeni zadaci sa prethodnih prijemnih ispita

ZADACI-JUN 2020.

---

1. Ako je $a > 0$ i $x > \sqrt{a}$, uprostiti izraz:

$$\sqrt{\frac{a+x^2}{x} - 2\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{a+x^2}{x} + 2\sqrt{a}}.$$

2. Odrediti najmanju vrednost parametra m jednačine

$$(m-3)x^2 - (m+4)x + 3m = 0,$$

tako da jedno rešenje jednačine bude tri puta veće od drugog.

3. Rešiti jednačinu $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} = 1$.

4. Rešiti nejednačinu $(x-2)^{\frac{2x-1}{2-x}} \geq 1$.

5. Rešiti nejednačinu $\log_x \log_2(4^x - 12) \leq 1$.

6. Rešiti jednačinu: $\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2} = \sin \frac{x}{2}$.

7. Koordinate jednog temena jednakostraničnog trougla su $(-3, 3)$, a centra oko njega opisane kružnice $(-1, 1)$. Naći koordinate preostala dva temena tog trougla.

8. Trougao $\triangle ABC$, kod koga je $\angle BAC = 90^\circ$ i $\angle BCA = 75^\circ$, rotira oko stranice AB. Ako je zapremina tako dobijene kupe $\dfrac{9\pi\sqrt{2-\sqrt{3}}}{8}$, naći dužinu hipotenuze datog pravouglog trougla.

9. Zbir binomnih koeficijenata drugog i trećeg člana u razvoju binoma $\left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{2\sqrt[6]{x}}\right)^n$ jednak je 153. Odrediti član koji ne sadrži x.

10. Ako je zbir tri uzastopna člana nekog rastućeg aritmetičkog niza 36, a zbir njihovih kvadrata 482, odrediti te članove.

Izrada zadataka traje 150 minuta.
Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENjA:

1. Uočimo da važi

$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{a+x^2}{x}-2\sqrt{a}}+\sqrt{\frac{a+x^2}{x}+2\sqrt{a}}
&= \sqrt{\frac{a+x^2-2\sqrt{a}x}{x}}+\sqrt{\frac{a+x^2+2\sqrt{a}x}{x}} \\
&= \sqrt{\frac{(x-\sqrt{a})^2}{x}}+\sqrt{\frac{(x+\sqrt{a})^2}{x}} \\
&= \frac{|x-\sqrt{a}|}{\sqrt{x}}+\frac{|x+\sqrt{a}|}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{x-\sqrt{a}}{\sqrt{x}}+\frac{x+\sqrt{a}}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{x-\sqrt{a}+x+\sqrt{a}}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}.
\end{aligned}$$

2. Primenom Vijetovih formula važi

$$x_1+x_2=-\frac{-(m+4)}{m-3}=\frac{(m+4)}{m-3}, \qquad x_1x_2=\frac{3m}{m-3}.$$

Kako je po uslovu zadatka $x_2=3x_1$, sledi

$$4x_1=\frac{(m+4)}{(m-3)}, \qquad 3x_1^2=\frac{3m}{m-3}.$$

Prema tome,

$$x_1=\frac{(m+4)}{4(m-3)}$$

i

$$\left(\frac{(m+4)}{4(m-3)}\right)^2=\frac{m}{m-3}.$$

Poslednja jednačina se svodi na

$$-15m^2 + 56m + 16 = 0,$$

čija su rešenja $m_1 = 4$ i $m_2 = -\frac{4}{15}$. Kako se traži najmanja vrednost parametra za dati uslov, rešenje zadatka je $-\frac{4}{15}$.

3. Za $x \geq 1$, na osnovu

$$\begin{aligned} &\sqrt{1 - 2\sqrt{x-1} + x - 1} - \sqrt{4 - 4\sqrt{x-1} + x - 1} = 1 \\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{(\sqrt{x-1} - 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{x-1} - 2)^2} = 1, \end{aligned}$$

početna jednačina je ekvivalentna sledećoj jednačini:

$$|\sqrt{x-1} - 1| - |\sqrt{x-1} - 2| = 1.$$

Kako je

$$|\sqrt{x-1} - 1| = \begin{cases} \sqrt{x-1} - 1, & x \geq 2 \\ 1 - \sqrt{x-1}, & x < 2, \end{cases}$$

i

$$|\sqrt{x-1} - 2| = \begin{cases} \sqrt{x-1} - 2, & x \geq 5 \\ 2 - \sqrt{x-1}, & x < 5, \end{cases}$$

to se jednačina rešava posmatranjem tri intervala.

1) Za $1 \leq x < 2$,

$$1 - \sqrt{x-1} - (2 - \sqrt{x-1}) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad -1 = 1$$

odnosno, jednačina u ovom slučaju nema rešenja.

2) Za $x \in [2, 5)$,

$$\begin{aligned} \sqrt{x-1} - 1 - (2 - \sqrt{x-1}) = 1 \quad &\Leftrightarrow \quad 2\sqrt{x-1} = 4 \\ &\Leftrightarrow \quad x - 1 = 4 \\ &\Leftrightarrow \quad x = 5. \end{aligned}$$

Kako $x = 5$ ne pripada intervalu $[2, 5)$, jednačina u ovom slučaju nema rešenje.

3) Za $x \geq 5$,

$$\sqrt{x-1} - 1 - (\sqrt{x-1} - 2) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 1 = 1.$$

Rešenje jednačine je $x \in [5, +\infty)$.

4. 1) Ako je $0 < x - 2 < 1$, odnosno $2 < x < 3$, tada

$$(x-2)^{\frac{2x-1}{2-x}} \geq (x-2)^0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-1}{2-x} \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup (2, \infty).$$

Pošto je $2 < x < 3$, u ovom slučaju nejednačina ima rešenje $x \in (2, 3)$.

2) Za $x - 2 > 1$, tj. $x > 3$, nejednačina se svodi na

$$(x-2)^{\frac{2x-1}{2-x}} \geq (x-2)^0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-1}{2-x} \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x \in [\frac{1}{2}, 2).$$

i u ovom slučaju nema rešenja.

Iz 1) i 2) sledi da je rešenje nejednačine $x \in (2, 3)$.

5. Nejednačina je definisana za

$$x > 0 \ \wedge \ x \neq 1 \ \wedge \ 4^x - 12 > 0 \ \wedge \ \log_2(4^x - 12) > 0,$$

odnosno

$$x > 0 \ \wedge \ x \neq 1 \ \wedge \ x > \log_4 12 \ \wedge \ x > \log_4 13,$$

tj. $x > \log_4 13$. Kako je $\log_4 13 > 1$, nejednačina je ekvivalentna sledećem izrazu:

$$\log_2(4^x - 12) \leq x \quad \Leftrightarrow \quad 4^x - 12 \leq 2^x.$$

Uvođenjem smene $2^x = t$, poslednji izraz postaje kvadratna nejednačina
$$t^2 - t - 12 \leq 0,$$
čije je rešenje $t \in [-3, 4]$. Vraćanjem smene i primenom uslova definisanosti logaritma, rešenje zadatka je $x \in (\log_4 13, 2]$.

6. Na osnovu osnovnog trigonometrijskog identiteta $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$, važi:
$$\begin{aligned}
\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2} &= \left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right)\left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}\right)\\
&= \sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2} - \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2}\right)\\
&= 2\sin^2 \frac{x}{2} - 1.
\end{aligned}$$
Prema tome,
$$\begin{aligned}
\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2} = \sin \frac{x}{2} &\Leftrightarrow 2\sin^2 \frac{x}{2} - 1 = \sin \frac{x}{2}\\
&\Leftrightarrow 2\sin^2 \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} - 1 = 0\\
&\Leftrightarrow 2t^2 - t - 1 = 0 \ \wedge \ t = \sin \frac{x}{2}\\
&\Leftrightarrow (t = 1 \ \vee \ t = -\frac{1}{2}) \ \wedge \ t = \sin \frac{x}{2}\\
&\Leftrightarrow \sin \frac{x}{2} = 1 \ \vee \ \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{x}{2} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z\\
&\Leftrightarrow x = \pi + 4k\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + 4k\pi \vee x = \frac{7\pi}{3} + 4k\pi, \in Z.
\end{aligned}$$

7. Neka su B, C i $A(-3, 3)$ temena datog trougla, i $P(-1, 1)$ centar opisane kružnice oko njega. Označimo sa $D(x_D, y_D)$ podnožje visine iz temena A na pravu BC. Kako je trougao jednakostraničan to je P i njegovo težiste, a D središte stranice BC. Dakle, $A-P-D$ i $|AP| = 2|PD|$ (tačka P deli duž AD u odnosu $2:1$). Odatle dobijamo $-1 = \dfrac{-3+2x_D}{3}$ i $1 = \dfrac{3+2y_D}{3}$, odnosno $x_D = y_D = 0$. Jednačina prave AD je $y=-x$, obzirom da ona sadrži tačke $A(-3,3)$ i $P(-1,1)$, te je njen koeficijent pravca $k_{AD} = -1$. Prava BC je normalna na AD te za njen koeficijent pravca k_{BC} važi $k_{AD}k_{BC} = -1$, tj. $k_{BC} = 1$. Kako je još tačka $D(0,0)$ na toj pravoj sledi $(BC):\ y = x$. Dužina visine $|AD|$ je $\sqrt{(-3)^2+3^2} = 3\sqrt{2}$, te su stranice datog trougla dužine $a = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot|AD| = 2\sqrt{6}$. Zato je $|BD| = |CD| = \frac{a}{2} = \sqrt{6}$, pa su temena B i C upravo one dve tačke prave BC čija je udaljenost od tačke D jednaka $\sqrt{6}$. Ako je $T(u,v)$ na pravoj BC i $|TD| = \sqrt{6}$, imamo $u=v$ i $\sqrt{2}|u| = \sqrt{6}$, tj. $u = \pm\sqrt{3}$. Dakle, preostala dva temena trougla su tačke sa koordinatama $(\sqrt{3},\sqrt{3})$ i $(-\sqrt{3},-\sqrt{3})$.

8. Stavimo $r = |CA|$, $s = |CB|$ i $h = |AB|$. Kako je $\angle ABC = 15^\circ$, to je $r = s\sin 15^\circ$ i $h = s\cos 15^\circ$, te je zapremina dobijene kupe

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi}{3}r^2h = \frac{\pi}{3}(2\sin 15^\circ\cos 15^\circ)\frac{\sin 15^\circ}{2}\cdot s^3 \\ &= \frac{\pi}{3}\sin 30^\circ\frac{\sin 15^\circ}{2}\cdot s^3 = \frac{\pi\sqrt{2-\sqrt{3}}}{24}s^3\,, \end{aligned}$$

s'obzirom da je $\sin 15^\circ = \sqrt{\dfrac{1-\cos 30^\circ}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$. Iz uslova zadatka je $V = \frac{9\pi\sqrt{2-\sqrt{3}}}{8}$, pa sledi $s^3 = 27$, tj. dužina s hipotenuze datog trougla je 3.

9. U razvoju binoma $\left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{2\sqrt[6]{x}}\right)^n$, $x>0$, $(k+1)$-vi član je oblika

$$T_{k+1} = \binom{n}{k}(\sqrt[5]{x^2})^{n-k}\left(-\frac{1}{2\sqrt[6]{x}}\right)^k = \binom{n}{k}\left(-\frac{1}{2}\right)^k x^{\frac{2}{5}(n-k)-\frac{k}{6}}.$$

Kako je zbir binomnih koeficijenata drugog i trećeg člana u razvoju našeg binoma 153, važi

$$153 = \binom{n}{1} + \binom{n}{2} = n + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}.$$

Pošto su $n_1 = 17$ i $n_2 = -18$ rešenja jednačine $n^2 + n - 306 = 0$, zaključujemo da je $n = 17$. Član koji ne sadrži x određujemo pomoću jednakosti $\frac{2}{5}(17-k) - \frac{k}{6} = 0$ čije je rešenje $k = 12$, pa je traženi član

$$T_{13} = \binom{17}{12}\left(-\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{17!}{12!5!}\frac{1}{2^{12}} = \frac{17\cdot 7\cdot 13}{2^{10}} = \frac{1547}{2^{10}}.$$

10. Neka su $x-d$, x i $x+d$ tri uzastopna člana rastućeg aritmetičkog niza. Kako je njihov zbir 36, a zbir njihovih kvadrata 482, važi

$$(x-d) + x + (x+d) = 36$$

i

$$(x-d)^2 + x^2 + (x+d)^2 = 482.$$

Prema tome, $x = 12$ i

$$\begin{aligned} & (12-d)^2 + 12^2 + (12+d)^2 = 482 \\ \Leftrightarrow\ & 144 - 24d + d^2 + 144 + 144 + 24d + d^2 = 482 \\ \Leftrightarrow\ & 2d^2 = 50 \\ \Leftrightarrow\ & d = 5\ \vee\ d = -5. \end{aligned}$$

Iz činjenice da je aritmetički niz rastući, sledi $d > 0$, pa zaključujemo da je $d = 5$. Dakle, traženi članovi su: 7, 12, 17.

ZADACI-JUN 2019.

---

1. Ako je $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$, $abc\neq 0$, izračunati

$$\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}+\frac{ab}{c^2}.$$

2. Odrediti kompleksan broj z koji zadovoljava jednačinu

$$|z|+z=2+i.$$

3. Polinom $P(x)=x^8+2x^7+3x^2+ax+b$ deljiv je polinomom x^2+x-2. Odrediti a i b.

4. Rešiti jednačinu

$$5\sqrt[6]{x}+2\sqrt[3]{x}=18.$$

5. Rešiti nejednačinu

$$\log_{2x+3}x^2<1.$$

6. Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2}\sin^2 x+\cos x=0.$$

7. Date su prave

$$p_1:\ 3x+4y=4 \qquad p_2:\ 9x+5y=-4 \qquad p_3:\ 5x+2y=6$$

(a) Odrediti presečnu tačku P pravih p_1 i p_2.
(b) Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku P i paralelna je sa pravom p_3.
(c) Odrediti rastojanje tačke P od prave p_3.

8. Kvadrat i jednakostranični trougao imaju jednake obime. Ako je površina trougla $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ izračunati dijagonalu kvadrata?

9. Odrediti geometrijsku progresiju kod koje je zbir drugog i trećeg člana 3, a zbir četvrtog i petog člana 12.

10. Ako se poluprečik lopte poveća za $1\,\mathrm{cm}$, njena površina se poveća za $8\pi\,\mathrm{cm}^2$. Za koliko se poveća njena zapremina?

Izrada zadataka traje 150 minuta.
Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENjA:

1. Iz uslova zadatka sledi da je $bc + ac + ab = 0$, odakle je, na primer, $a = -\frac{bc}{b+c}$ (analogno se mogu izraziti ostale nepoznate). Ako polazni izraz označimo sa A, tada je

$$A = \frac{b^3c^3 + a^3c^3 + a^3b^3}{a^2b^2c^2} = \frac{b^3c^3 - \frac{b^3c^3}{(b+c)^3}(b^3+c^3)}{a^2b^2c^2} = \frac{bc((b+c)^3 - (b^3+c^3))}{a^2(b+c)^3}$$
$$= \frac{bc(b+c)(b^2+2bc+c^2-b^2+bc-c^2)}{\frac{b^2c^2}{(b+c)^2}(b+c)^3} = 3.$$

2. Neka je kompleksan broj z oblika $z = x+iy$. Tada je $\sqrt{x^2+y^2}+x+iy = 2+i$, odakle je $\sqrt{x^2+y^2}+x-2+i(y-1) = 0$. Može se zaključiti da je $y = 1$ i $\sqrt{x^2+y^2}+x-2 = 0$, odnosno $\sqrt{x^2+1} = 2-x$. Kako je član sa leve strane jednakosti pozitivan, to je $x < 2$. Kvadriranjem poslednje jednakosti dobija se jednačina $4x = 3$, odakle je $x = \frac{3}{4} < 2$. Dakle, traženo rešenje je $z = \frac{3}{4} + i$.

3. Deljenjem polinoma $P(x)$ polinomom $Q(x)$ dobija se polinom $S(x) = x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+4$ i ostatak $R(x) = (a-2)x+b+8 = 0$, odakle je $a = 2$, $b = -8$.

4. Očigledno da je $x > 0$. Uvodi se smena $x = t^6$, tako da zadata jednačina postaje kvadratna jednačina $2t^2+5t-18 = 0$, čija su rešenja $t_1 = -\frac{9}{2}\, t_2 = 2$. Rešenje $t_1 < 0$ nije moguće, tako da je rešenje $t_2 = 2$, odakle je $x = 2^6 = 64$.

5. Mogu se uočiti dva slučaja u zavisnosti da li je $2x+3 > 1$ ili $2x+3 < 1$. Neka je $2x+3 > 1$, odakle je $x > -1$. Tada nejednačina postaje $x^2 < 2x+3$, tako da je njeno rešenje $x \in (-1, 3)$. Ako je $0 < 2x+3 < 1$, odnosno $-\frac{3}{2} < x < -1$, rešenje kvadratne nejednačine $x^2 > 2x+3$ je $x \in (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$, tako da je rešenje u tom slučaju $x \in (-\frac{3}{2}, -1)$. Kako mora da je $x \neq 0$, rešenje je $x \in (-\frac{3}{2}, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 3)$.

6. Primenom osnovnog trigonometrijskog identiteta jednačina postaje $\sqrt{2}\cos^2 x - \cos x - \sqrt{2} = 0$. Smenom $\cos x = t$ jednačina se svodi na kvadratnu $\sqrt{2}\,t^2 - t - \sqrt{2} = 0$ čija su rešenja $t_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $t_2 = \sqrt{2}$. Tada se dobijaju jednačine $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ i $\cos x = \sqrt{2}$. Rešenja prve jednačinu su $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $k = 0, 1, \ldots$, dok druga jednačina nema rešenja jer $\cos x \in [-1, 1]$.

7. (a) Rešavanjem sistema $3x + 4y = 4$, $9x + 5y = -4$ dobija se presečna tačka $P\left(-\frac{12}{7}, \frac{16}{7}\right)$ pravih p_1 i p_2.
(b) Prava je određena tačkom P i vektorom pravca prave p_3, $(2, -5)$, tako da je njena jednačina $\frac{x+\frac{12}{7}}{2} = \frac{y-\frac{16}{7}}{-5}$, odnosno $5x + 2y = -4$.
(c) Rastojanje tačke $P\left(-\frac{12}{7}, \frac{16}{7}\right)$ od prave p_3 se izračunava na sledeći način $d = \frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$, gde su A, B, C koeficijenti jednačine p_3, a (x_0, y_0) koordinate tačke P, tako da je $d = \frac{10\sqrt{29}}{29}$.

8. Neka je sa a označena stranica kvadrata, a sa b stranica jednakostraničnog trougla. Površina trougla je $P = 9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2 = \frac{\mathrm{b}^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \mathrm{b}^2 = 36\,\mathrm{cm}^2 \Rightarrow \mathrm{b} = 6\,\mathrm{cm}$. Iz jednakosti obima dobija se $4a = 3b$ tj. $a = \frac{9}{2}\,\mathrm{cm}$. Tada je dijagonala kvadrata $d = a\sqrt{2} = \frac{9}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$.

9. Po uslovu zadatka je $q_2+q_3 = 3$, $q_4+q_5 = 12$ i važi da je $q_n = q\cdot q_{n-1}$. Tada prva jednačina postaje $q_2(1+q) = 3$, a druga $q_2 \cdot q^2(1+q) = 12$. Iz prve se dobija da je $q_2 = \frac{3}{1+q}$ i zamenom u drugoj $3q^2 = 12$. Tada je $q = -2$ ili $q = 2$. Iz prve jednačine se dobija da je $q_1(q+q^2) = 3$, odakle je $q_1 = \frac{1}{2}$, kada je $q = 2$, odnosno $q_1 = \frac{3}{2}$, za $q = -2$. Geometrijske progresije su $q_n = \frac{1}{2}\cdot 2^n$ i $q_n = \frac{3}{2}\cdot(-2)^n$, za $n = 0, 1, \ldots$.

10. Površina lopte je $P = 4r^2\pi$. Ako se poluprečik lopte poveća za $1\,\mathrm{cm}$ površina lopte iznosi $P_1 = 4(r+1)^2\pi$. Kako je $P_1 - P = 4((r+1)^2 - r^2)\pi = 8\pi\,\mathrm{cm}^2$ dobija se da je $r = \frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$. Sledi da je $V_1 - V = \frac{4}{3}((r+1)^3 - r^3)\pi = \frac{13}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$. Dakle, zapremina lopte se nakon povećanja poluprečnika za $1\,\mathrm{cm}$ povećala za $\frac{13}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$.

ZADACI-JUN 2018.

---

1. Matematičkom indukcijom dokazati da za svaki prirodan broj n važi jednakost:

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

2. Peti član aritmetičkog niza jednak je 19, a deseti član tog niza jednak je 39. Odrediti dvadeseti član pomenutog aritmetičkog niza.

3. Odrediti broj a tako da rešenja x_1 i x_2 kvadratne jednačine $2x^2 - 12x + a = 0$ zadovoljavaju uslov $x_1^2 = x_2$.

4. Rešiti nejednačinu $\dfrac{x^2+5x+6}{x+1} < 0$.

5. Rešiti jednačinu $(1 - \operatorname{tg} x)(1 + \sin 2x) = 1 + \operatorname{tg} x$.

6. Izračunati $\left(-\sqrt{2} + i\sqrt{2}\right)^{20}$.

7. Rešiti jednačinu $4^{x-1} - 2^{x-2} = 3$.

8. Izračunati površinu jednakokrakog trougla, ako je visina koja odgovara osnovici jednaka 20, a visina koja odgovara kraku jednaka 24.

9. Izračunati površinu pravilne šestostrane piramide, koja ima visinu 8 i čiji je veći dijagonalni presek površine 64.

10. Temena osnovice jednakokrakog trougla su $A(-2, 2)$ i $B(4, 8)$, a dužina kraka trougla iznosi $5\sqrt{2}$. Naći koordinate trećeg temena trougla.

Izrada zadataka traje 150 minuta.
Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENjA:

1. Neka je za svaki prirodan broj n: $S_n = 1^3 + \cdots + n^3$ i $T_n = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$. Ako je $n = 1$, onda je $S_1 = 1 = T_1$. Pretpostavimo da je $S_n = T_n$ za neki prirodan broj n. Tada je

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + (n+1)^3 = T_n + (n+1)^3 = \frac{n^2(n+1)^2 + 4(n+1)^3}{2^2} \\ &= \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{2^2} = T_{n+1}. \end{aligned}$$

Na taj način tvrđenje je dokazano matematičkom indukcijom.

2. Neka je a_1 prvi član aritmetičkog niza, i neka je d razlika tog niza. Tada za svaki prirodan broj n važi $a_n = a_1 + (n-1)d$. Prema uslovima zadatka, ispunjeno je $19 = a_5 = a_1 + 4d$ i $39 = a_1 + 9d$. Sledi da je $5d = 20$, odnosto $d = 4$ i $a_1 = 3$. Stoga je $a_{20} = a_1 + 19d = 79$.

3. Na osnovu Vietovih formula važi $x_1 + x_2 = 6$ i $x_1x_2 = \dfrac{a}{2}$. Imajući u vidu $x_1^2 = x_2$, proizilazi da je $a = 2x_1^3$ i $x_1^2 + x_1 - 6 = 0$. Iz poslednjeg uslova sledi da je $x_1 = 2$ ili $x_1 = -3$. Stoga postoje dva rešenja: $a = 16$ ili $a = -54$.

4. Važi $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$, te rešavamo nejednačinu $\dfrac{(x+2)(x+3)}{x+1} < 0$. Jednostavno sledi rezultat $x \in (-\infty, -3) \cup (-2, -1)$.

5. Iskoristimo poznatu formulu $\sin 2x = \dfrac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$. Tada polazna jednačina postaje

$$(1 - \operatorname{tg} x)\left(1 + \frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}\right) = 1 + \operatorname{tg} x,$$

što je ekvivaletno sa

$$(1 - \operatorname{tg} x)(1 + \operatorname{tg} x)^2 = (1 + \operatorname{tg} x)(1 + \operatorname{tg}^2 x).$$

Ako je $1 + \operatorname{tg} x = 0$, onda je prethodna jednačina trivijalno ispunjena. Stoga iz $\operatorname{tg} x = -1$ proizilazi jedno rešenje polazne jednačine, i to $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Ako je $1 + \operatorname{tg} x \neq 0$, onda polaznu jednačinu skratimo sa $1 + \operatorname{tg} x$, te sledi

$$(1 - \operatorname{tg} x)(1 + \operatorname{tg} x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x,$$

odnosno $\operatorname{tg} x = 0$. Sledi da je drugo rešenje polazne jednačine $x = k\pi$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

6. Neka je $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$. Tada je $|z| = 2$ i argumet broja z jeste $\frac{3\pi}{4}$. Prema tome, $z = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$. Na osnovu Moavrove formule sledi

$$z^{20} = 2^{20}\Big(\cos(20\frac{3\pi}{4}) + i\sin(20\frac{3\pi}{4})\Big) = 2^{20}(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) = -2^{20}.$$

7. Polazna jednačina jeste $\frac{1}{4}4^x - \frac{1}{4}2^x - 3 = 0$, što je ekvivalento sa $(2^x)^2 - 2^x - 12 = 0$. Ako je $2^x = t$, onda dolazimo kvadratne jednačine $t^2 - t - 12 = 0$, čija rešenja jesu $t_1 = 4$ i $t_2 = -3$. Kako je $t = 2^x > 0$, sledi da mogućnost $t_2 = -3$ otpada. Preostaje $2^x = t_1 = 4$, te je $x = 2$ jedino rešenje polazne jednažine.

8. Neka je AB osnovica, a C neka je vrh polaznog jednakokarkog trougla $\triangle ABC$. Podnožje visine trougla $\triangle ABC$ iz temena C na AB neka je tačka D, a E neka je podnožje visine trougla $\triangle ABC$ iz temena A na BC. Neka je $\overline{AB} = c$ i $\overline{BC} = a$. Tada je $\overline{BD} = \frac{c}{2}$. Prema uslovima zadatka važi $\overline{CD} = 20$ i $\overline{AE} = 24$. Ako je P površina trougla $\triangle ABC$ onda je $2P = 20c = 24a$, odakle sledi $c = \frac{6}{5}a$. Stoga je $\overline{BD} = \frac{3}{5}a$. Primena Pitagorine teoreme na trougao $\triangle BCD$ dovodi do jednačine $400+\frac{9}{25}a^2=a^2$, odakle je $a=25$. Stoga je površina trougla $\triangle ABC$ jednaka $P=300$.

9. Osnova pravilne šestostrane piramide jeste pravilan šestougao, čija je stranica jednaka a. Ovaj šestougao se sastoji od 6 jednakostraničnih trouglova stranice a sa jednim zajedničkim temenom O. Svaki od ovih jednakostraničnih trouglova ima svoju visinu $h_1=\frac{a}{2}\sqrt{3}$. Ako je sa S označen vrh piramide, tada je SO visina piramide. Prema uslovu zadatka važi $\overline{SO}=8$. Veći dijagonalni presek piramide jeste jednakoraki trougao, čija osnovica jeste $2a$, a visina je 8. Stoga je $a=8$ i $h_1=4\sqrt{3}$. Bočna strana piramide je jednakokraki trougao sa osnovom a i visinom h_2. Primetimo da možemo odabrati visine h_1 i h_2 tako da duži h_1, h_2, SO čine pravougli trougao sa hipotenuzom h_2. Primenom Pitagorine teoreme na ovaj trougao nalazimo da je $h_2=4\sqrt{7}$. Stoga je površina jednog jednakokrakog trougla u omotaču piramide jednaka $P_1=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\sqrt{7}=16\sqrt{7}$. Površina osnove se sastoji od 6 jednakostraničnih trouglova od kojih svaki ima površinu jednaku $P_2=16\sqrt{3}$. Stoga je površina piramide jednaka $P=6P_1+6P_2=96\sqrt{7}+96\sqrt{3}$.

10. Jednačina prave p kroz tačke $A(-2,2)$ i $B(4,8)$, jeste $\dfrac{x+2}{4+2}=\dfrac{y-2}{8-2}$, odnosno $y=x+4$. Sredina duži AB neka je tačka D. Tada D ima koordinate $\left(\frac{-2+4}{2},\frac{2+8}{2}\right)=(1,5)$. Svaka prava h normalna na p mora imati koeficijent pravca jednak -1 (uslov normalnosti pravih sa koeficijentima pravaca k_1 i k_2 jeste $k_1k_2=-1$). Visina traženog jednokrakog trougla leži na pravoj h koja ima jednačinu $y=-x+n$ i koja prolazi kroz tačku $D(1,5)$. Jednostavno utvrđujemo da je $n=6$, odnosno visina jednakokrakog trougla leži na pravoj h čija je jednačina $y=-x+6$.

Posmatramo kružnicu κ sa centrom u tački $A(-2,2)$ poluprečnika $5\sqrt{2}$. Jednačina kružnice κ jeste $(x+2)^2+(y-2)^2=50$. Tražena tačka C jeste u preseku kružnice κ i prave h. Stoga rešavamo sistem jednačina

$$(x+2)^2+(y-2)^2=50, \quad y=-x+6.$$

Rešenja ove jednačine jesu $x_1=5$ i $x_2=-3$. Postoje dve mogućnosti za tačku C, i to su: $C_1(5,1)$ i $C_2(-3,9)$.

ZADACI-JUN 2017.

1. Odrediti moduo kompleksnog broja

$$z = \frac{(1+i)^{100} - (1-i)^{98}}{(1+i)^{96} + (1-i)^{94}}.$$

2. Ako je $x = 1 - 2i$ jedna nula polonoma $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 20$, naći ostale nule polinoma.

3. Odrediti vrednosti parametra m za koje rešenja x_1 i x_2 kvadratne jednačine $x^2 - (m-2)x + m + 1 = 0$ zadovoljavaju relaciju

$$\left| \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right| < 2.$$

4. Rešiti nejednačinu $\sqrt{x+1} \geq 5 - x$.

5. Rešiti nejednačinu $2^{3x-2} - 2^{3x-3} - 2^{3x-4} > 4$.

6. Rešiti jednačinu $\log_{x+3}(x^2 - x - 2) \cdot \log_x(x+3) = 2$.

7. Rešiti jednačinu $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \sin \frac{x}{2}$.

8. Izvodnica prave zarubljene kupe je $s = 5\,cm$, a poluprečnici osnova su $R = 5\,cm$ i $r = 1\,cm$. Izračunati poluprečnik osnove pravog valjka koji sa njom ima jednaku visinu i jednaku površinu omotača.

9. Odrediti jednačine tangenata kruga $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 10$ koje su paralelne sa pravom $x + 2y + 1 = 0$.

10. Tri broja čiji je zbir 63 su tri uzastopna člana aritmetičkog niza. Ako se od prvog oduzme 7, od drugog 9, a od trećeg 5, dobijaju se tri uzastopna člana geometrijskog niza. Odrediti te brojeve.

Izrada zadataka traje 150 minuta.
Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENjA:

1. Uočimo da važi $(1+i)^2 = 2i$ i $(1-i)^2 = -2i$. Tada je

$$\begin{aligned}
&(1+i)^{100} = 2^{50} i^{50} = 2^{50}(i^2)^{25} = 2^{50}(-1)^{25} = -2^{50};\\
&(1+i)^{96} = 2^{48} i^{48} = 2^{48}(i^2)^{24} = 2^{48};\\
&(1-i)^{98} = (-2i)^{49} = -2^{49}(i^2)^{24} i = -2^{49} i;\\
&(1-i)^{94} = -2^{47} i^{47} = -2^{47}(i^2)^{23} i = 2^{47} i.
\end{aligned}$$

Odatle sledi

$$\begin{aligned}
z &= \frac{-2^{50} + 2^{49} i}{2^{48} + 2^{47} i} = \frac{2^{49}(-2+i)}{2^{47}(2+i)} = 4\,\frac{(-2+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}\\
&= 4\,\frac{-3+4i}{5} = -\frac{12}{5} + \frac{16}{5} i.
\end{aligned}$$

Dakle,

$$|z| = \sqrt{\left(-\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = 16.$$

2. Kako je $x_1 = 1-2i$ jedna nula polonoma $P(x)$, druga nula polinoma je $x_2 = \overline{x_1} = 1+2i$. Prema tome,

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 20 = (x-1+2i)(x-1-2i)Q(x)\\
&= \big((x-1)^2 - (2i)^2\big)Q(x) = (x^2 - 2x + 5)Q(x)\,.
\end{aligned}$$

Deljenjem polinoma $P(x)$ sa $x^2 - 2x + 5$, dobija se $Q(x) = x^2 - 2x - 4$, čije su nule $x_3 = 1 - \sqrt{5}$, $x_4 = 1 + \sqrt{5}$.

3. Oba rešenja moraju da budu različita od 0, odakle sledi $m \neq -1$. Primenom Vijetovih pravila, dobijamo

$$x_1 + x_2 = m - 2\ ,\ \ x_1 x_2 = m + 1.$$

Dalje je

$$\begin{aligned}\left|\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right|<2 \quad &\Leftrightarrow \quad \left|\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}\right|<2\\ &\Leftrightarrow \quad \left|\frac{m-2}{m+1}\right|<2 \quad \Leftrightarrow \quad -2<\frac{m-2}{m+1}<2.\end{aligned}$$

Sada je

$$\begin{aligned}-2<\frac{m-2}{m+1} \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{m-2}{m+1}+2>0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3m}{m+1}>0\\ &\Leftrightarrow \quad m\in D_1=(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)\end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned}\frac{m-2}{m+1}<2 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{m-2}{m+1}-2<0 \quad \Leftrightarrow \frac{-m-4}{m+1}<0\\ &\Leftrightarrow \quad \frac{m+4}{m+1}>0\\ &\Leftrightarrow \quad m\in D_2=(-\infty,-4)\cup(-1,+\infty).\end{aligned}$$

Konačno, $m\in D_1\cap D_2=(-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$.

4. Oblast definisanosti date nejednačine je $\mathbb{D}=\{x\,:\,x\geq -1\}$. Data nejednačina je ekvivalentna sa

$$\Big(x+1\geq 0 \quad\wedge\quad 5-x<0\Big) \quad\vee\quad \Big(x+1\geq(5-x)^2 \quad\wedge\quad 5-x\geq 0\Big).$$

Skup rešenja nejednačina $x+1\geq 0 \quad\wedge\quad 5-x<0$ je $x\in(5,\infty)$. Skup rešenje nejednačina $x+1\geq(5-x)^2 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-11x+24\leq 0$ i $5-x\geq 0$ je $x\in[3,8]\cap(-\infty,5]$, odnosno $x\in[3,5]$. Dakle, konačan skup rešenja je unija dva dobijena skupa rešenja, odnosno $x\in[3,\infty)$.

5. Imamo da je

$$
\begin{aligned}
&2^{-2}\cdot 2^{3x} - 2^{-3}\cdot 2^{3x} - 2^{-4}\cdot 2^{3x} > 2^2\\
&\qquad \Leftrightarrow\ (2^{-2} - 2^{-3} - 2^{-4})\cdot 2^{3x} > 2^2\\
&\qquad \Leftrightarrow\ \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) 2^{3x} > 2^2 \ \Leftrightarrow\ \frac{1}{16}\cdot 2^{3x} > 2^2\\
&\qquad \Leftrightarrow\ 2^{-4}\cdot 2^{3x} > 2^2 \ \Leftrightarrow\ 2^{3x} > 2^6 \ \Leftrightarrow\ 3x > 6 \ \Leftrightarrow\ x > 2.
\end{aligned}
$$

Prema tome, rešenje nejednačine je $x > 2$.

6. Oblast definisanosti date jednačine je:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{D} &= \{x : x^2 - x - 2 > 0,\ x + 3 > 0,\ x + 3 \neq 1,\ x > 0,\ x \neq 1\}\\
&= \{x : (x < -1 \ \vee\ x > 2) \wedge x > -3\ \wedge x > 0 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 1\},
\end{aligned}
$$

odnosno

$$D = (-3, -2) \cup (-2, -1) \cup (2, \infty).$$

Data jednačina je ekvivalentna sa

$$
\begin{aligned}
\frac{\log_{x+3}(x^2 - x - 2)}{\log_{x+3} x} &= \log_x(x^2 - x - 2) = 2\\
&\Leftrightarrow\ \ x^2 - x - 2 = x^2 \ \ \Leftrightarrow\ \ x = -2.
\end{aligned}
$$

Kako $x = -2 \notin \mathbb{D}$, data jednačina nema rešenja.

7. Jednačina ima smisla za $1+\cos x \neq 0$, odnosno $x \neq \pi + 2k\pi$, $k \in Z$.

Tada je

$$
\begin{aligned}
\frac{\sin x}{1+\cos x} = \sin\frac{x}{2} \quad &\Leftrightarrow \quad \sin x = (1+\cos x)\sin\frac{x}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad \sin x = 2\cos^2\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 2\cos^2\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\left(1-\cos\frac{x}{2}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad \sin\frac{x}{2} = 0 \ \vee \ \cos\frac{x}{2} = 0 \ \vee \ \cos\frac{x}{2} = 1 \\
&\Leftrightarrow \quad x = 2l\pi \ \vee \ x = \pi + 2m\pi \ \vee \ x = 4n\pi, \\
&\qquad\ l, m, n \in Z \\
&\Leftrightarrow \quad x = 2l\pi \ \vee \ x = \pi + 2m\pi, \quad l, m \in Z.
\end{aligned}
$$

Kako je $x \neq \pi + 2k\pi$, $k \in Z$, to sledi da je skup rešenja jednačine $x = 2l\pi$, $l \in Z$.

8. Površina omotača zarubljene kupe je

$$M_{ZK} = \pi(R+r)s = 30\pi.$$

Kako je $r + x = R$, imamo $x = 4$, pa je visina zarubljene kupe

$$H_{ZK} = \sqrt{s^2 - x^2} = 3.$$

Koristeći uslove $M_{ZK} = M_V$ i $H_{ZK} = H_V$ i da je površina omotača valjka $M_V = 2r_V\pi\, H_V$ dobijamo

$$r_V = \frac{M_{ZK}}{2\pi\, H_{ZK}} = \frac{30\pi}{2\cdot 3\,\pi} = 5.$$

9. Uslov dodira prave $y = kx + n$ i kružnice $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ je $r^2(k^2+1) = (kp - q + n)^2$. Dakle, zadata kružnica je oblika $(x +$

$1)^2+(y-2)^2 = 15$, tako da je $p = -1$, a $q = 2$. Kako tražene tangente imaju isti koeficijent pravca kao zadata prava, to je $k = -\frac{1}{2}$. Na osnovu uslova dodira dobija se kvadratna jednačina $\frac{5^2\cdot 3}{2^2} = \left(-\frac{3}{2}+n\right)^2$, čija su rešenja $n = -\frac{5}{2}\sqrt{3}+\frac{3}{2}$ i $n = \frac{5}{2}\sqrt{3}+\frac{3}{2}$. Jednačine traženih tangenata su

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\sqrt{3}+\frac{3}{2} \qquad \text{i} \qquad y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\sqrt{3}+\frac{3}{2}.$$

10. Neka su a, $a+d$ i $a+2d$ tri uzastopna člana aritmetičkog niza. Na osnovu uslova zadatka, $3a+3d = 63$, tako da je $a+d = 21$. Dakle, članovi niza su a, 21 i $42-a$. Tada $a-7$, $21-9$ i $42-a-5$ čine tri uzastopna člana geometrijskog niza. Za tri uzastopna člana geomterijskog niza x, y i z važi $\frac{y}{x} = \frac{z}{y}$, tj. $xz = y^2$. Dakle, važi $(a-7)(37-a) = 12^2 = 144$. Na taj način dobijamo kvadratnu jednačinu $a^2-44a+403 = 0$, čija su rešenja $a = 31$ i $a = 13$. Traženi članovi aritmetičkog niza su

$$31,\ 21,\ 11 \quad \text{i} \quad 13,\ 21,\ 29.$$

ZADACI-JUN 2016.

1. Matematičkom indukcijom dokazati da za svaki prirodan broj n važi jednakost:

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}.$$

2. Dat je aritmetički niz $a_1, a_2, a_3 \ldots$. Zbir prva 3 člana na neparnim mestima je 3, a zbir prva 3 člana na parnim mestima je 12. Odrediti prvih šest članova ovog aritmentičkog niza.

3. Odrediti broj a tako da rešenja x_1 i x_2 kvadratne jednačine $4x^2-15x+a=0$ zadovoljavaju uslov $x_1^2=x_2$.

4. Rešiti nejednačinu $\dfrac{x^2-4x+3}{x+1}<0$.

5. Rešiti jednačinu $\sin x-\sqrt{3}\cos x=2$.

6. Izračunati $\left(-3+i\sqrt{3}\right)^{10}$.

7. Rešiti jednačinu $6\cdot 4^x-13\cdot 6^x+6\cdot 9^x=0$.

8. Osnovica jednakokrakog trougla iznosi 2. Težišne duži koje su povučene na krake, seku se pod pravim uglom. Odrediti površinu trougla.

9. Dužina dijagonale jednakokrakog trapeza je 12, a ugao izmedu dijagonale i osnovice tog trapeza je $30°$. Odrediti površinu tog trapeza.

10. Izračunati zapreminu pravilne četvorostrane piramide, koja ima visinu 8 i čiji je dijagonalni presek površine 60.

Izrada zadataka traje 150 minuta.
Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENjA:

1. Ako je $n = 1$, onda tražena jednakost jeste $\frac{1}{1\cdot 3} = \frac{1}{3}$, što je očigledno tačno.

Indukcijska pretpostvka jeste da je traženo tvrđenje tačno za neki prirodan broj n, tj. pretpostavimo da važi

$$\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

Potrebno je dokazati tvrđenje za prirodan broj $n+1$, odnosno treba dokazati da važi

$$\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}.$$

Na osnovu indukcijske pretpostavke sledi:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\\ &= \frac{n}{2n+1} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\\ &= \frac{2n^2+3n+1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}.\end{aligned}$$

Time je tvrđenje dokazano.

2. Neka je a_1 prvi član, a d neka je razlika tog aritmetičkog niza. Tada je, na osnovu uslova zadatka, ispunjeno:

$$a_1 + a_3 + a_5 = 3, \qquad a_2 + a_4 + a_6 = 12.$$

Takođe je

$$a_2 = a_1+d, \quad a_3 = a_1+2d, \quad a_4 = a_1+3d, \quad a_5 = a_1+4d, \quad a_6 = a_1+5d.$$

Dolazimo do sistema linearnih jednačina

$$3a_1 + 6d = 3, \quad 3a_1 + 9d = 12,$$

odnosno

$$a_1 + 2d = 1, \quad a_1 + 3d = 4,$$

čija su rešenja

$$a_1 = -5, \quad d = 3.$$

Prvih šest članova ovog aritmetičkog niza jesu

$$a_1 = -5,\ a_2 = -2,\ a_3 = 1,\ a_4 = 4,\ a_5 = 7,\ a_6 = 10.$$

3. Na osnovu Vijetovih formula, važe jednakosti:

$$x_1 + x_2 = \frac{15}{4}, \quad x_1 x_2 = \frac{a}{4}.$$

Ako tim uslovima pridružimo pretpostavku zadatka $x_1^2 = x_2$, tada je

$$4x_1^2 + 4x_1 - 15 = 0, \quad a = 4x_1^3.$$

Rešavanjem prve jednačine dolazimo do zaključka da može biti $x_1 = -\dfrac{5}{2}$, ili $x_1 = \dfrac{3}{2}$. Stoga postoje dve mogućnosti za a, i to: $a = -\frac{125}{2}$ ili $a = \frac{27}{2}$.

4. Kako je $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$, potrebno je rešiti nejednačinu

$$\frac{(x-1)(x-3)}{x+1} < 0.$$

Znak svakog činioca posmatramo u odnosu na karakteristične tačke $-1, 1, 3$, i prikazujemo tabelarno:

		-1		1		3	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\dfrac{(x-1)(x-3)}{x+1}$	$-$	$*$	$+$	0	$-$	0	$+$

Sledi da je $\dfrac{(x-1)(x-3)}{x+1} < 0$ ako i samo ako je $x < -1$ ili $1 < x < 3$.

5. Data jednačina može biti zapisana u ekvivalentnom obliku:

$$\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 1.$$

Kako je $\sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ i $\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$, poslednja jednačina je ekvivalentna jednačini

$$\sin x \cos\frac{\pi}{3} - \cos x \sin\frac{\pi}{3} = 1,$$

ili

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1.$$

Rešenje ove jednačine jeste

$$x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

odnosno

$$x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

6. Neka je $z = -3 + i\sqrt{3}$. Tada je $|z| = \sqrt{12}$. Argument φ kompleksnog broja z zadovoljava uslov $\operatorname{tg}\varphi = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Kako broj z pripada drugom kvadrantu (realan deo broja z je pozitivan, a imaginaran deo broja z je negativan), sledi da je $\varphi = \frac{5}{6}\pi$. Stoga je

$$z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \sqrt{12}\left(\cos\frac{5}{6}\pi + i\sin\frac{5}{6}\pi\right).$$

Na osnovu Moavrove formule, važi

$$z^{10} = |z|^{10}(\cos 10\varphi + i\sin 10\varphi) = 12^5\left(\cos\frac{25}{3}\pi + i\sin\frac{25}{3}\pi\right).$$

7. Polaznu jednačinu podelimo sa 9^x, i dobijamo jednačinu

$$6\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^x - 13\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 = 0.$$

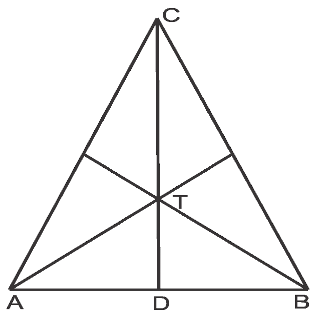
Smenom $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ dolazimo do kvadratne jednačine

$$6t^2 - 13t + 6 = 0,$$

čija su rešenja $t = \frac{2}{3}$ i $t = \frac{3}{2}$. Ako je $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3}$, onda je jedno rešenje $x = 1$. Ako je $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3}{2}$, onda je drugo rešenje jednačine $x = -1$.

8. Neka je $\triangle ABC$ polazni jednakokraki trougao (videti Sliku 1.), tako da je AB osnovica tog trougla. Povucimo sve tri težišne duži trougla, koje se seku u težištu T. Neka je D sredina osnovice AB. Tada je AD istovremeno težišna duž i visina koja odgovara osnovici AB. Stoga je $AD = 1$. Troguao ΔABT je jednakokraki, sa pravim uglom u tački T. Sledi da je trougao ΔATD takođe jednakokraki sa pravim uglom u tački D. Proizilazi da je $DT = AD = 1$. Poznato je da težiste T deli svaku težišnu duž, pa i duž CD u odnosu $2:1$, posmatrano od C ka D. Dakle, $CT : TD = 2 : 1$. Sledi da je $CD = 3$. Na kraju, površina trougla ΔABC jeste

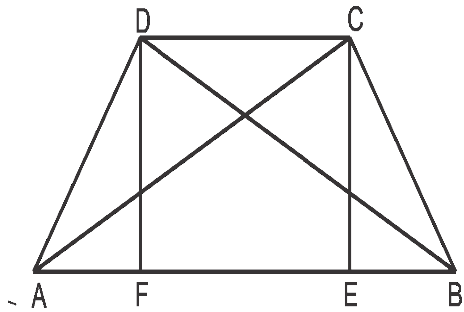
$$P = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = 3.$$



Slika 1.

9. Neka je $AB = a$ duža osnovica, a $CD = b$ kraća osnovica trapeza (videti Sliku 2). Neka su tačke E i F na osnovici AB, tako da su $CE = h$ i $DF = h$ visine trapeza. Kako je $EF = b$, sledi da je $EB = \dfrac{a-b}{2}$ i $AE = \dfrac{a+b}{2}$. Uočimo trougao ΔAEC, koji kod temena E ima prav ugao, a kod temena A ima ugao od $30°$. Tada je $CE = h = 6$, a na osnovu Pitagorine tereme sledi $AE = 6\sqrt{3}$. Proizilazi da je površina trapeza jednaka

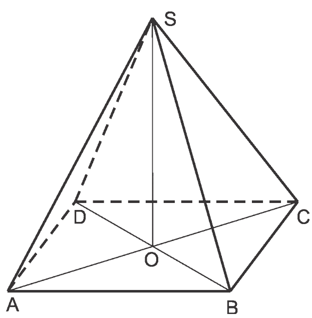
$$P = \frac{a+b}{2} h = 36\sqrt{3}.$$



Slika 2.

10. Neka je osnova piramide kvadrat $ABCD$, teme piramide neka je S, i neka je O presek dijagonala osnove (videti Sliku 3.). Tada je SO visina piramide, koja iznosi 8. Dijagonalni presek piramide jeste bilo koji od podudarnih trouglova ΔACS i ΔBDS. Visina OS ovih trouglova je 8, a površina je 60. Sledi da je $AC = BD = 15$. Kvadrat $ABCD$ ima dijagonalu 15, te je njegova stranica jednaka $\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$. Na kraju, zapremina piramide je

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{225}{2} \cdot 8 = 300.$$



Slika 3.

7

Često postavljana pitanja

Pitanje: Kako je zamišljen prijemni ispit?

Odgovor: Prijemni ispit se sastoji od 10 zadataka, pri čemu svaki nosi po 6 poena. On je zamišljen s jedne strane kao finalna provera kojom Departman za matematiku obavlja selekciju prijavljenih kandidata, a sa druge strane i sami kandidati dobijaju pravu povratnu informaciju o svom znanju matematike. Same oblasti koje se pojavljuju na prijemnom ispitu su navedene u Sekciji 3.1. Testirajte svoje znanje. U prethodnoj glavi su dati zadaci sa prijemnih ispita pa organizujte sebi proveru! Ili dođite na probni prijemni koji se organizuje u sklopu pripremne nastave.

Pitanje: Šta mi je potrebno od opreme?

Odgovor: Poželjno je imati računar i pristup internetu, jer ćete na taj način moći da pratite sve vezano za proces nastave (obaveštenja predmetnih nastavnika, domaće zadatke, seminarske radove,...) kao i da nalazite sadržaje koji bi mogli da unaprede proces spremanja ispita.

Pitanje: Koji su rokovi za završetak studija?

Odgovor: Studenti koji studiraju osnovne, master ili doktorske akademske studije imaju pravo da završe započete studije u periodu koji je dvostruko duži od vremena trajanja studija, tj. šest za osnovne, četiri za master i šest školskih godina za doktorske studije.

Pitanje: Da li je moguće istovremeno studirati i raditi?

Odgovor: Moguće jeste, student koji studira uz rad zadržava status studenta do isteka roka koji se određuje u trostrukom broju školskih godina potrebnih za realizaciju studijskog programa, tj. devet za osnovne, šest za master i devet školskih godina za doktorske studije.

Pitanje: Kako odabrati izborni predmet sa spiska ponuđenih?

Odgovor: Uvek možete pitati za mišljenje starije kolege, mada je najbolje rešenje pogledati sadržaj predmeta na sajtu i pitati predmetnog nastavnika o samom predmetu.

Pitanje: Koliko imam ispitnih rokova?

Odgovor: Broj ispitnih rokova je šest i to: januarsko-februarski, aprilski, junski, septembarski, oktobarski i decembarski, a organizuju se u skladu sa Kalendarom nastave i ispita Fakulteta.

Pitanje: Da li je moguće da neki semestar odslušam na nekom drugom univerzitetu, možda u inostranstvu?

Odgovor: Naravno. Jedna od prednosti bolonjskog procesa je i mobilnost predavača i studenata, u smislu da je moguće iskoristiti neki od brojnih projekata za razmenu studenata (u delu 2.1 su navedeni programi i univerziteti sa kojima sarađuje Prirodno-matematički fakultet u Nišu).

Pitanje: Kako se određuje visina školarine za obnovu godine?

Odgovor: Na osnovu prijavljenih predmeta. Svaki prijavljen predmet za određenu školsku godinu nosi određeni broj ESP bodova, a svake godine se utvrđuje cena jednog boda. U zavisnosti od broja predmeta koje prenesete u sledeću godinu određuje se visina školarine.

Pitanje: Koliko puta imam pravo da izađem na jedan ispit?

Odgovor: Na ispit možete izlaziti sve do početka nastave tog predmeta u narednoj školskoj godini. Broj izlazaka zavisi od broja ispitnih rokova u tom periodu.

Pitanje: Može li se studirati ubrzano?

Odgovor: Može. Ukoliko u jednoj školskoj godini odaberete da slušate i polažete više predmeta od predviđenih brže ćete doći do ukupnog potrebnog broja ESP bodova za završetak nivoa studija na kome se nalazite.

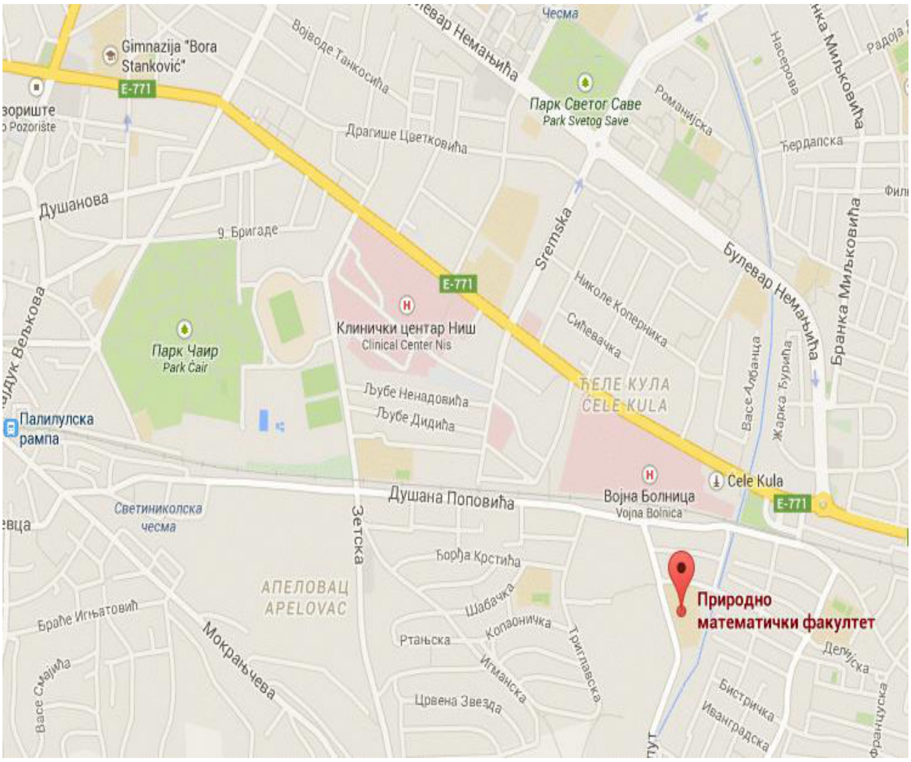
Pitanje: Kakva prava imaju studenti sa posebnim potrebama (invaliditetom)?

Odgovor: Student sa invaliditetom ima pravo da polaže ispit na način prilagođen njegovim mogućnostima i potrebama, a u skladu sa posebnim pravilnikom. Student sa invaliditetom takođe zadržava status studenta do isteka roka koji se određuje u trostrukom broju školskih godina potrebnih za realizaciju upisanog studijskog programa, tj. devet za osnovne, šest za master i devet školskih godina za doktorske studije.

Pitanje: Gde se mogu naći literatura za ispite i primeri ispita iz prethodnih ispitnih rokova?

Odgovor: Potrebna literatura se može naći u biblioteci koja raspolaže velikim fondom stručcne literature ili skriptarnici u okviru fakulteta. Takođe se mogu koristiti beleške sa časova predavanja i vežbi na osnovu autorizovanih predavanja nastavnika i saradnika. Za određene predmete, potrebna literatura je dostupna na sajtu fakulteta uz odgovarajući predmet. Primeri ispita iz prethodnih ispitnih rokova se mogu naći na sajtu fakulteta uz odgovarajući predmet.

Ako imate još neko pitanje posetite nas!



Ili nas kontaktirajte putem e-maila *pmfinfo@pmf.ni.ac.rs*, a mi ćemo se potruditi da damo odgovore na sva vaša pitanja. Dosta korisnih informacija možete naći i na sajtu Fakulteta, uključujući i informacije o pripremnoj nastavi, konkursu za upis, prijemnom ispitu.

Više informacija o samom Departmanu za matematiku, ali i o aktivnostima nastavnika i saradnika, kao i studenata departmana, možete pronaći i na Facebook stranici departmana.

8

Ko smo mi?

8.1 Ko su naši studenti?

Studentski život ne podrazumeva samo učenje. Isto tako, studentski život ne bi trebalo da bude popunjen isključivo zabavom. Idealno je naći balans između njih. Na našem fakultetu ćete pronaći pravu meru druženja sa kolegama, razmenu informacija, iskustava, saveta i pozitivne energije. Sa kolegama iz generacije rešavaćete zadatke i različite probleme. Pomoć će svakako pristizati i od starijih kolega. Od njih ćete saznati razne zanimljivosti, trikove, pikanterije, šta ko voli da pita, gde može da se nađe "ona" zbirka, šta ima u gradu. Hodnici čuvaju mnoge tajne. Ovde smo okupili neke naše bivše i sadašnje studente. Oni će vam ispričati svoje viđenje studentskih dana, izbora, uticaja, posledica. Videćete šta daje toplinu plavo-belim zidovima. Videćete da nakon završenih studija matematike ne morate obavezno da radite u prosveti. Moći ćete da unapređujete mnoge druge oblasti života i one će unapređivati vas. Videćete i kako matematika gura napred - vas, društvo, grad, zemlju, svet.

Drugari, izvolite.

Dunja Stojanović, student master studija, PMF, Niš

Prvi veliki korak u budućnost je odabir studija. Nakon završene Gimnazije „Bora Stanković“ u Nišu, odabrala sam za dalje školovanje PMF u Nišu, odsek matematika. Zašto? Veoma poštujem i cenim ljude koji do svog cilja dolaze rešavajući probleme razmišljanjem i istraživanjem, a to je moguće ako se baviš matematikom.
Sada sam na završnoj godini master studija, a i angažovana sam u nastavi kao student-saradnik. Slobodno vreme provodim čitajući, slušajući muziku i planiram da se u budućnosti bavim naučnim radom.

Mirjana Dimitrijević, student doktorskih studija, saradnik u nastavi, PMF, Niš

Kao student osnovnih i master studija Matematike na PMF-u u Nišu, usmeravala sam se ka teorijskoj matematici, pre svega ka analizi. Trenutno sam na doktorskim akademskim studijama na PMF-u i usavršavam se u Fredholmovoj teoriji, grani Funkcionalne analize.
Svoje znanje želim da u budućnosti primenim na astrofiziku i učinim korak više ka otkrivanju tajni našeg Univerzuma.

Inspiraciju nalazim najčešće u sci-fi knjigama i serijama, planinarenju i lepoti prirode. Takođe, još za vreme master studija sam počela da držim vežbe iz svoja dva omiljena predmeta, Matematičke analize 1 i 2. Na času uvek volim da ubacim zanimljivosti i moguće primene teorije, povežem poznato gradivo sa onim što će studenti tek da otkriju i ukažem na veze između različitih oblasti matematike, fizike, programiranja...

Na kraju krajeva, sve nauke govore o jednom jedinom svetu, a pravi napredak postižemo objedinjenjem znanja iz različitih disciplina. Put naučnika i profesora je uvek dinamičan i pun kreativnosti, te je za mene to najlepša karijera koju mogu da zamislim.

Predrag Đorđević, istaživač na Matematičkom institutu SANU

Kao brucoš čuješ šalu "Još uvek čekam dan kada ću u stvarnom životu iskoristiti formulu za rešenje kvadratne jednačine". Ljudi često ne mogu da vide pravu primenu matematike u realnom svetu. Matematika me je oduvek privlačila, a primena još više. Zahvaljujući ovom fakultetu, zapošljen sam na Matematičkom Institutu - SANU i zajedno sa kolegama širom Srbije nastavljam usavršavanje i primenjujem znanje stečeno na ovom fakultetu.

Sandra Prokić, student doktorskih studija, saradnik u nastavi, PMF, Niš

Nije lako navići se na reakcije ljudi oko mene kada čuju informaciju da sam student druge godine doktorskih studija, a izgledam kao student druge godine osnovnih studija. Ja bih zaslugu tome najviše dala fizičkoj aktivnosti, jogi i plesu, kojima se bavim već godinama, kao i samom pristupu i pogledu na stvari koje se nađu ispred mene.

I na fakultet, kao i na samu matematiku, gledam kao na izazov - dnevni, nedeljni, godišnji, a onda i životni, da prelazim na nove, veće nivoe znanja, da usvajam nove oblasti i produbljujem stare i da razumem svet sve bolje. Time dobijam više mogućnosti da se posvetim i realnim problemima i iskoristim to znanje koje stičem, što kroz fakultet, što radeći na sebi van fakulteta. Naravno, tako se otvaraju i nove poslovne prilike, pa je motivacija još veća. Trenutno se vodim kao saradnik u nastavi na PMF-u u Nišu, na Departmanu za matematiku i katedri za statistiku, a takođe radim već 2 godine kao Contributor na online platformi za rešavanje zadataka iz matematike. Volela bih da jednog dana postanem uspešan Data Scientist, te tako radim na sebi, da bih došla do tog cilja.

Jedan sam od članova i osnivača neprofitnog udruženja mladih, "Sevap" iz Vlasotinca, koje postoji 2 godine i koje mi je do sada donelo puno lepih trenutaka jer sam preko njega uspela da usrećim druge i da ulepšam životnu sredinu iz koje potičem.

Znaci za plus (+) i minus (-) koriste se još od 1489. godine. Dakle, ljudi su još tada znali da se saberu i oduzmu. Zato bi trebalo da se mi kao ljudi u savremenom dobu malo saberemo, da oduzmemo loše stvari i da gledamo na matematiku kao alat za bolje rukovanje životom, a ne kao na nešto stresno, dosadno i mukotrpno (što u pojedinim momentima i jeste, ali bez toga ona ne bi bila kraljica svih nauka :D).

Nikola Klipa, data scientist, Nissatech, Niš

Zdravo, svima. Studiram matematiku i radim kao Data Scientist (Machine Learning engineer) u firmi Nissatech. Obožavam sport i punih 14 godina sam proveo u vaterpolu, kojim sam se i profesionalno bavio. Može se reć da posedujem sportski duh koji me je uvek terao da se takmičim i dajem sve od sebe bez obzira na to čime se bavim.

Matematiku sam zavoleo upravo na takmičenjima u osnovnoj i srednjoj školi gde sam uvek imao puno uspeha, što me je kasnije motivisalo da se opredelim za studiranje matematike. Pored matematike volim i programiranje kome sam takođe posvetio puno vremena.

Za mašinsko učenje sam se opredelio 2017. godine kada je Google DeepMind tim koristeći mašinsko učenje i veštačku inteligenciju napravio šahovski program AlphaZero, koji je pobedio do tada neprikosnovenog Stockfisha-a, i postao najjači šahovski program na svetu. Ljubitelji šaha razumeju koliko je to veliki i težak zadatak :). Motivisan ovim događajem rešio sam da više vremena posvetim istraživanju ove oblasti što se pokazalo kao pun pogodak jer mašinsko učenje pretstavlja presečnu granu između matematike i programiranja. Nekoliko godina kasnije, tačnije 2019. godine sam se zaposlio u firmi Nissatech u kojoj radim i danas.

Smatram da su pored fakulteta i posla relaksacija, druženje i fizičke aktivnosti veoma bitne, pa stoga slobodno vreme uglavnom provodim sa društvom ili na treningu.

Doroteja Đorić, istraživač, Advanced Risk and Portfolio Meganament, New York, USA

Zdravo svima. Radim kao istraživač u njujorškoj kompaniji Advanced Risk and Portfolio Meganament. Pozicija istraživača u našoj kompaniji podrazumeva da rešava razne očekivane i neočekivane zadatke, ali ono što mogu da kažem jeste da meni nikad na poslu nije dosadno – matematika stalno evoluira, a sa njom i mi.

Moji skromni počeci su malo drugačiji od početaka mojih kolega matematičara. Moja odluka da upišem matematiku na PMF-u u Nišu donesena je ne nekom neizmernom željom i ljubavlju za matematikom, već sistemom eliminacije – prosto nisam znala šta ću drugo, a matematika mi nije loše išla pa sam pomislila “Hajde, što da ne baš to?” U početku sam se kajala i verovala da je to najgora odluka u mom životu, ali nisam želela da odustanem iz čiste tvrdoglavosti. I tako, malo po malo, počela sam matematiku da zaista i razumem, a onaj ko razume matematiku nema drugog izbora nego i da se zaljubi u nju.

Marko Đikić, data scientist, Eindhoven Univeristy, Eindhoven MedTech Innovation Center, Netherlands

Poznat je onaj netačni(!) vic o razlici između matematičara i porodične pice. Manje je poznata jedna vrlo bitna sličnost između matematike i pice. Loša pica je i dalje prilično ukusno jelo. Tako je i sa matematikom, čak i “dosadne” strane matematike su i dalje prilično uzbudljive. Ja garantujem da je ovo poređenje potpuno tačno, a matematikom sam se bavio na različite načine. Najpre, u srednjoj školi sam bio opsednut rešavanjem zanimljivih matematičkih zadataka (ovu fazu možemo da zovemo “matematičar-učenik”).

Osnovne, master, i doktorske studije matematike sam završio na PMF-u u Nišu, gde sam se mnogo detaljnije upoznao sa matematičkom teorijom, i mnogo mnogo detaljnije sa nekim posebnim delovima te teorije (“matematičar-mučenik”, jer ko se barem jednom nije osetio namučenim, taj nije ni studirao). Radeći kao asistent i docent na PMF-u u Nišu, kroz angažovanje u Istraživačkoj stanici “Petnica”, a i kroz mnoge druge aktivnosti bio sam i “matematičar-naučnik”, “matematičar-predavač” i “matematičar-zabavljač”. Trenutno živim i radim u Holandiji, na relaciji Eindhoven University of Technology – Philips Research, i bavim se upotrebom data science-a i veštačke inteligencije u izgradnji “pametnih” bolnica. Matematiku i dalje koristim svakodnevno i za mene je to dodatna uzbudljiva stvar u mom sadašnjem poslu. Neki okoreli matematičari bi ovu fazu nazvali “matematičar-izdajnik”, ja je vidim kao “matematičar-praktičar”. Da rezimiramo: učenik –> mučenik -> naučnik -> predavač -> zabavljač -> ~~izdajnik~~ praktičar, ali matematika nikad nije prestala da bude zabavna, a dosadiće mi verovatno kad mi dosadi i leskovački roštilj (što je mnogo bolje od pice, ali manje poznato Holanđanima).

Jasmina Đorđević, associate professor, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Oslo, Norway

U centru mojih naučnih interesovanja je stohastička analiza i njene promene. Doktorsku titulu sam stekla na Prirodno-matematičkom fakultetu u mom rodnom gradu. Tada su i počela moja interesovanja u oblasti analize backward stohastičkih diferencijalnih jednačina.

Nakon toga, nastavila sam da se zabavljam različitim tipovima BSD jednačina i njihovom primenom u stohastičkoj kontroli i sličnim problemima. S druge strane, veoma me zanima stohastičko modeliranje u biologiji.

Ljubav prema matematici je neiscrpna, jer nema kraja zanimljivim problemima. Putevi do tačnih rešenja su ispunjeni sitnim preprekama, krivinama, neravninama...iznova su mi zanimljivi i beskrajno inspirativni. Na taj način moj ples sa matematikom traje bez prestanka. Uvek me nečemu novom nauči i motiviše da istražujem dalje. Kao sa muzikom i filmovima, svaki zadatak ima svoju priču, motiv i posledicu. To je nit koja sjedinjuje moja interesovanja. Lepo je prepustiti se matematici, videti je u punom sjaju i uživati u svim pogledima koja ona otvara. Meni je otvorila razne perspektive, ukazala da je matematika univerzalni i jedinstven jezik, osobina, energija kojom se slični prepoznaju. Neraskidiva nit koja planetu zapravo čini matematičkim društvom. Društvo koje ima svoju simboliku, jednostavne i čiste komunikacije. :)

Stohastika me je pronašla isto koliko sam i ja nju birala. Spontano ali sa najboljim ishodom, kao i većina pravih stvari. Stohastika je pravi izbor za sve koje imaju želju da se delimično ili potpuno bave primenom matematike u sve moguće sfere privrede. I ako se razvija odavno, i dalje je pregršt otvorenih teorijskih problema u stohastici. Sa druge strane, sve oko nas je na izvestan način kvantifikovano, samim tim, u svetu informacija, najvažnije nam je minimizirati rizik od nepoželjnog, odnosno maksimizirati poželjno. Stohastika je ključ između IT tehnologije i optimizacije, link do različitih kompanija (ekonomski sektor, analiza rizika, upotreba solarne energije, analiza zvuka i sl. su polja potencijalna zanimanja za znatiželjnog stohastičara). Trenutno sam na postdoktorkim studijama, član sam tima STORM - Stochastics for Time-Space Risk Models, na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Oslu, u Norveškoj.

Miloš Živković, kvantitativni analitičar, NBS, Beograd

Ćao drugari. Pri kraju srednjoškolskih dana u Ekonomskoj školi u Nišu shvatio sam da bih želeo da se jednog dana bavim poslovima u oblasti finansija. Zbog toga su preda mnom bila dva puta: prvi, logičan, kojim bi se nastavilo moje obrazovno usmerenje i drugi, naočigled trnovitiji, koji je nakon osnovnih studija matematike podrazumevao pohađanje master akademskih studija na smeru Verovatnoća, statistika i finansijska matematika, PMF-a u Nišu.

Posmatrano iz trenutne perspektive, odabir drugog puta predstavlja moju najbolju odluku u dosadašnjem delu života, jer je njime otpočeo niz neverovatnih, prijatnih događaja. Tokom studija sam među kolegama upoznao sjajne ljude od kojih i neke vrsne matematičare znatno bolje od mene, čiji društvo i podrška su me motivisali da budem bolji. Vremenom sam shvatio da su to i svakodnevna direktna saradnja sa stručnjacima za razne oblasti matematike privilegije koje ovaj fakultet nudi zbog praktikovanja rada sa malim grupama studenata, što je karakteristika i najboljih svetskih univerziteta.

Da ovo ne bi bila samo još jedna bajkovita priča puna hvalospeva, reći ću i to da sam tokom prve godine studija morao biti vraćen na fabrička podešavanja kako bi moj način razmišljanja bio prilagođen razmišljanju matematičara i kako bih naučio da o novoj materiji formiram kritičko mišljenje. Tu sposobnost smatram najvećim darom koji sam dobio tokom studija jer mi, pored stečenih znanja, koristi pri savladavanju svakodnevnih radnih zadataka koje od novembra 2018. godine obavljam kao kvantitativni analitičar u Narodnoj banci Srbije.

Znajte da su svi izazovi koji vas očekuju premostivi ako ste strpljivi i uporni, ali pre svega ako volite matematiku. U tom slučaju, departman za matematiku je vaš pravi izbor.

Do beskonačnosti i dalje...

Petra Laketa, istražovač, Karlov Univerzitet, Prag, Republika Češka

Ja imam običaj da kažem kako je matematika moj supružnik od koga se umalo nisam razvela mnogo puta, ali nekako uvek ostanemo zajedno, vodeći život pun lepih trenutaka, ali i prepirki. Moja posvećenost matematici krenula je u osnovnoj školi sa takmičenjima. Ono što me njoj privuklo je da mi se činilo kako jedino za nju nije potrebno znati nikakve činjenice, nego samo misliti na pravi način, zaroniti dovoljno duboko. Sa druge strane, njena egzaknost može biti hladna i slepa za sve one fine elemente ljudske duše kojima se bavi umetnost. Takođe, matematički jezik je ograničen sam sobom i ne može se zapitati o smislu ičega. Zbog tih razloga je moj odnos prema matematici često varirao - ljubav je uvek bila tu, obostrana, međutim, to često nije bilo dovoljno.

Svoje studije sam završila na PMF-u u Nišu, tokom osnovnih studija paralelno programe matematike i fizike, a kasnije samo matematiku. Doktorsku titulu sam stekla u oblasti statistike i u toku studija radila kao asistent. Sada se bavim istraživanjem na granici statistike i verovatnoće sa geometrijom, sa čime sam se upoznala pre godinu dana na Karlovom Univerzitetu u Pragu. Trenutno sam na trimester programu Hausdorf Instituta u Bonu, a uskoro se vraćam u Prag, na još godinu dana. Nakon toga - veliki znak pitanja. Posao naučnika u inostranstvu je često nomadski, a moj put u životu - ne baš determinisan. Paralelno sa profesionalnim putem, intenzivno se bavim plesom već jednu deceniju, a imam i drugih hobija povezanih sa umetnošću, samo na dosta amaterskom nivou - te stvari mi uvek hrane dušu.

Milan Cvetković, Head of Fund Research, ISPartners Investment Solutions AG, Zurich, Switzerland

Poštovane buduće kolege, Još od srednjoškolskih dana, fasciniran investicionim fondovima, želeo sam da se bavim primenjenom matematikom, zbog čega sam upisao smer Matematika Ekonomije na PMF-u. Tokom studija sam imao sreću da učim od eminentnih profesora.

Takođe sam upoznao fantastične kolege, sa kojima je bilo pravo uživanje diskutovati i rešavati interesantne matematičke probleme. Matematika ekonomije je zaista izvanredan studijski program, koji mi nije samo omogućio sticanje jake matematičke osnove, već i pružio mogućnost da različite matematičke modele sagledam iz ekonomskog ugla i dobijem uvid u njihovu primenu u oblasti investicija. Kako me je oduvek zanimala primena matematičkih modela u analizi investicionih fondova, time sam se bavio i u svom diplomskom radu. Nakon diplomiranja, dobio sam nagradu Narodne Banke Srbije za najbolji master rad u oblasti finansija, što mi je omogućilo da započnem poslovnu karijeru u odeljenju za kontrolu banaka pri Narodnoj Banci Srbije. Želja za usavršavanjem me je dalje odvela na ETH Univerzitet u Cirihu, gde sam izabran kao jedan od 15 studenata na najboljem programu u oblasti kvantitativnih finansija u Evropi. Zahvaljujući PMF-u, bio sam apsolutno spreman za dalji rad i napredovanje.

Već tokom studija u inostranstvu, kao član odeljenja za analizu investicionih fondova u nekoliko švajcarskih banaka, dobio sam priliku da vidim na koji način različiti matematički modeli funkcionišu u praksi. Profesionalnu karijeru u oblasti investicija sam nastavio i nakon diplomiranja, a trenutno rukovodim odeljenjem za istraživanje i analizu investicionih fondova u jednoj „investment management“ kompaniji u Cirihu. PMF za mene predstavlja važan korak u obrazovanju i karijeri, koji mi je otvorio nove vidike i pružio priliku za dalji razvoj. Duboko verujem da se radom i upornošću snovi ostvaruju i zato se nadam da će PMF i novim generacijama biti prvi stepenik ka ostvarivanju obrazovnih, naučnih i poslovnih ambicija.

Vladimir Đorđević, analitičar, ProfitOptics Inc, Virginia, USA

"Good morning, eager young minds!” (prof. John Nash - A Beautifill Mind). Ili kako bih ja parafrazirao - Dobrodošli, mladi umovi željni znanja! Put u svet matematike za svakog od nas počinje mnogo ranije, ali samim tim što vas nešto tera da razmišljate o studijama matematike znači da ste na pravom mestu.

Da, biće teško, ali meni je uvek pomagalo da u tim trenucima razmišljam o matematici kao o jednoj igri za koju već milenijumima veoma pametni ljudi definišu pravila, a ja uživam da je igram. Kao i kod svake igre, na njenom kraju se nalazi nagrada – a to je meni uvek bilo zadovoljstvo da sam shvatio nešto potpuno novo i da sam prošao stazom kojom ne ide mnogo ljudi.

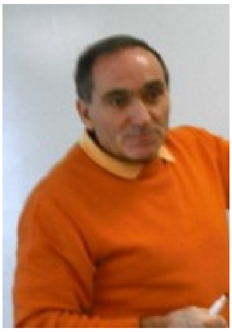
Za mene je najvrednija stvar koju mladi čovek ponese sa studija matematike upravo taj specifičan način razmišljanja i izvođenja zaključaka o svemu. To se na matematici izbrusi kao dijamant. Međutim, ako odlučite da se bavite primenjenom matematikom, budite spremni da ćete na poslu uvek u startu biti u zaostatku za kolegama drugih profesija. Ipak, taj zaostatak se brzo nadoknadi učenjem o konkretnim problemima koje treba rešiti. A tada nastupa najlepši deo jer ste onda jedni od retkih koji mogu da sagledaju celu sliku. Svaki poslodavac to ume da ceni.

Ta širina u obrazovanju je meni omogućila da se u karijeri bavim veoma različitim poslovima – od profesorskog posla u školi, preko Risk Management-a u bankarstvu, zatim razvojem baza podataka i aplikacija u IT firmama iz Švajcarske, Novog Zelanda i Amerike, a na kraju i kontrolom kvaliteta, analizom podatka i primenjenom statistikom u oblasti mašinskog učenja u kompaniji ProfitOptics Inc. iz Virdžinije, SAD.

Budite uporni, verujte u sebe i poštujte kolege drugih profesija. Uspeh neće izostati! Srećno!

8.2 Ko su naši profesori?

Još jedan tim će vas toplo dočekati. To su osmesi sa druge strane katedre. Pružiće vam najbolje što znaju. A znaju mnogo. Biće tu kad god vam je potrebna pomoć. I biće pravedni. Oni su sjajni predavači, izvanredni naučnici. Prate savremene trendove u nauci. Ma šta prate, stvaraju ih. Za vas izdvajamo *Dream team*.



Ljubiša Kočinac, profesor emeritus

Nalazi se na listi 2% najuticajnijih svetskih naučnika koju je objavio Univerzitet *Stanford*, California, USA. Član je borda urednika mnogih prestižnih matematičkih časopisa među kojima i *Matematički Vesnik, Abstract and Applied Analysis, Antarctica Journal of Mathematics, Journal of Mathematics, Facta Universitatis - Ser. Math. Inform., Bulletin of Society of Mathematicians Banja Luka...*

Profesor Kočinac je jedan od osnivača Departmana za matematiku. Sada je u penziji, ali je itekako aktivan u mentorskom radu i u radu stručnih komisija. Njegova predavanja iz Linearne algebre i Topologije su nezaboravna.

Vladimir Rakočević, akademik, član SANU

Nalazi se na *Thompsonovoj Reuters* listi najuticajnijih svetskih umova. Član je borda urednika mnogih prestižnih matematičkih časopisa među kojima i *Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and its Application, FILOMAT, Mathematica Moravica* i drugi. Profesor Rakočević je jedan od najiskusnijih predavača na našem fakultetu. Studenti vole da slušaju njegova predavanja i njegovo viđenje matematike. Razložiće vam Teoriju mera i integrala, Funkcionalnu analizu, Mere nekompaktnosti na najprostije činioce.

Dragan Đorđević, redovni profesor

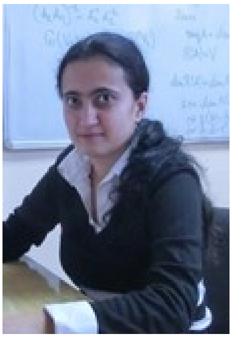
Nalazi se na listi 2% najuticajnijih svetskih naučnika koju je objavio Univerzitet *Stanford*, California, USA. Član je borda urednika nekoliko prestižnih matematičkih časopisa *Functional Analysis, Approximation and Computation, FILOMAT, Applied Mathematics and Computer Science, Publications de l'Institute Mathematique, Advances in Operator Theory, Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and its Application.* Profesor Đorđević predaje Matematičku analizu 4, Kompleksnu analizu, Meru i integraciju, Algebre operatora, Metode funkcionalne analize u ekonomiji. Uvek je tu kada treba da sasluša i reši neki vaš problem.

Miroslav Ristić, redovni profesor

Član je borda urednika prestižnih matematičkih časopisa kao što su *Statistica Neerlandica, Communication in Statistics – Simulation and Computation, Communication in Statistics – Theory and Methods, Journal of Applied Statistics, Statistical Papers.* Profesor Ristić je vođa statističkog tima na našem fakultetu. Njegova zanimljiva predavanja iz Matematičke statistike ćete slušati na trećoj godini. Na master studijama, vodiće vas kroz Vremenske nizove, Statistički softver ukoliko se opredelite za Verovatnoću, statistiku i finansisjku matematiku.

Dragana Cvetković Ilić, redovni profesor

Član je borda direktora svetskog matematičkog društva za linearnu algebru ILAS. Član je borda urednika nekoliko prestižnih matematičkih časopisa *Journal of Computational and Applied Mathematics, Annals of Functional Analysis, FILOMAT, Facta Universitatis - Ser. Math. Inform.* Dobitnica je nagrade „Za žene u nauci“ fondacije "L’Oreal". Profesorka Cvetković Ilić ima veoma aktivnu međunarodnu saradnju. Na osnovnim studijama će vam predavati Matematičku analizu 4 i Uvod u numeričku analizu, dok ćete je na masteru sresti na Teoriji operatora i Uopštenim inverzima.



Dijana Mosić, redovni profesor

Nalazi se na listi 2% najuticajnijih svetskih naučnika koju je objavio Univerzitet *Stanford*, California, USA. Član je uredničkog borda matematičkih časopisa kao što su *FILOMAT, Facta Universitatis - Ser. Math. Inform, Functional Analysis, Approximation and Computation.* Dobitnica je nagrade „Za žene u nauci“ fondacije "L’Oreal" i nagrade za dostignuća u matematičkim naukama 2018. godine.

Iako ćete, na prvi pogled, profesorku Mosić pomešati sa studentima, od nje ćete naučiti mnogo o vektorskim prostorima i integralima. Profesorka predaje Uvod u kompleksnu analizu i Konačno dimenzionalne vektorske prostore na osnovnim studijama, a na masteru Integralne jednačine i specijalne funkcije.