ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У НИШУ
Примљено: 24.11.2026.
Орг. јед. | Број | Прилог | Вредност
2818

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ	
Презиме, име једног родитеља и име	Тасић Радосав Марија Tasić Radosav Marija
Датум и место рођења	22.09.1988. Врање September 22nd, 1988
Основне студије	
Универзитет	Универзитет у Београду / University of Belgrade
Факултет	Математички факултет / Faculty of Mathematics
Студијски програм	Професор математике и рачунарства / Professor of Mathematics and Computer Science
Звање	Дипломирани математичар / Bachelor of Mathematics
Година уписа	2007
Година завршетка	2011
Просечна оцена	8.05
Мастер студије, магистарске студије	
Универзитет	Универзитет у Београду / University of Belgrade
Факултет	Математички факултет / Faculty of Mathematics
Студијски програм	Професор математике и рачунарства / Professor of Mathematics and Computer Science
Звање	Мастер математичар / Master of Mathematics
Година уписа	2011
Година завршетка	2012
Просечна оцена	10.00
Научна област	Математика / Mathematics
Наслов завршног рада	Електронски курс о функцијама у програмирању An E-course on functions in programming
Докторске студије	
Универзитет	Универзитет у Нишу / University of Niš
Факултет	Природно-математички факултет у Нишу / Faculty of Science and Mathematics
Студијски програм	Докторска школа математике / PhD School of Mathematics
Година уписа	2016
Остварен број ЕСПБ бодова	160
Просечна оцена	9.57
НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ	
Наслов теме докторске дисертације	Неодлучне фази релацијске неједначине и једначине над кванталом подскупова полугрупе
Наслов теме докторске дисертације на енглеском језику	Hesitant fuzzy relation inequalities and equations over the power set quantale of a semigroup
Име и презиме ментора, звање	Мирослав Ћирић, Редовни професор Miroslav Ćirić, Full Professor
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације	817-01-8/26-6 14.09.2026. (September 14th, 2026)
ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ	
Број страна	181
Број поглавља	5

Број слика (шема, графикона)	0
Број табела	2
Број прилога	0

ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	M. Tasić, M. Ćirić, J. Ignjatović, S. Stanimirović, M. Stanković, "Algebraic characterization of hesitant fuzzy relation inequalities and equations over power set quantales", *FILOMAT,* 2026. (accepted for publication). *Кратак опис садржине (до 100 речи)* ***Овај рад разматра системе једначина и неједначина који укључују дате неодлучне фази релације и непознате неодлучне фази скупове, проширујући проблеме сопствених вредности из линеарне алгебре на теорију неодлучних фази скупова. Дате су алгебарске карактеризације скупова решења. Показано је да скупови решења система неједначина формирају системе отворења и затворења, док скупови решења система једначина формирају системе отворења у кванталу неодлучних фази скупова. Дат је ефикасан поступак за израчунавање највећих решења система неједначина, а развијени су и итеративни поступци за израчунавање највећих решења система једначина и појединачних једначина.*** ***This paper considers systems of equations and inequalities involving given hesitant fuzzy relations and unknown hesitant fuzzy sets, extending eigenvalue problems from linear algebra to the hesitant fuzzy setting. Algebraic characterizations of the solution sets are provided. It is shown that solution sets to systems of inequalities form both closure and opening systems, while solution sets to systems of equations form opening systems in the quantale of hesitant fuzzy sets. An efficient procedure for computing the greatest solutions to systems of inequalities is provided, and iterative procedures are developed for computing the greatest solutions to systems of equations and individual equations.***	M21
2	M. Tasić, S. Stanimirović, J. Ignjatović, M. Ćirić and M. Stanković, "Hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations with membership values in power set quantales", *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, vol. 23, no. 6, pp. 67-98, 2026. doi: 10.22111/ijfs.2026.52427.9390 *Кратак опис садржине (до 100 речи)* ***У раду се уводи нови алгебарски приступ неодлучним фази скуповима и неодлучним фази релацијама, заснован на кванталу подскупова полугрупе као основној структури за вредности припадности. Ослањајући се на својство резидуације овог квантала, развија се теоријски оквир за проучавање неодлучних фази релација. Дате су карактеризације неколико важних типова релација, са посебним освртом на неодлучне фази еквиваленције, њихове класе и одговарајуће партиције, као и на неодлучна фази квазиуређења. Поред тога, дат је поступак конструкције неодлучних фази релација еквиваленције индукованих неодлучним фази квазиуређењима.*** ***The paper introduces a novel algebraic approach to hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations, based on the power set quantale of a semigroup as the underlying structure for membership values. Building on the residuation property of this quantale, the paper develops a theoretical framework for the study of hesitant fuzzy relations. It establishes characterizations of several important types of relations, focusing on hesitant fuzzy equivalences, their equivalence classes and corresponding partitions, as well as hesitant fuzzy quasi-orders. Furthermore, the paper presents a procedure for constructing hesitant fuzzy equivalence relations induced by hesitant fuzzy quasi-orders.***	M21a

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.	**ДА**	НЕ

Кандидаткиња испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације предвиђене Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета, као и одговарајућим правилницима. Резултате дисертације објавила је у два коауторска научна рада у часописима са SCI листе категорија M21a и M21, у којима је први аутор и аутор за кореспонденцију. При томе је на једном од ових радова првопотписани аутор у часопису Filomat, чији је издавач Природно-математички факултет Универзитета у Нишу.

The candidate meets the requirements for the evaluation and defense of her doctoral dissertation stipulated by the Law on Higher Education, the Statute of the University, the Statute of the Faculty, and the relevant regulations. She has published the results of her dissertation in two co-authored scientific papers in SCI-indexed journals classified as M21a and M21, serving as first and corresponding author of both papers. One of these papers, on which she is the first author, was published in Filomat, a journal published by the Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš.

ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кратак опис појединих делова дисертације (*до 500 речи*)

Поглавље 1 даје преглед основних појмова и резултата који се односе на скупове, бинарне релације, функције и алгебарске структуре, укључујући полугрупе, мреже и квантале, који представљају основу за остатак дисертације.
Поглавље 2 развија нови оквир за неодлучне фази скупове и неодлучне фази релације са вредностима припадности у кванталу партитивног скупа полугрупе. У њему се систематски утврђују њихова својства и доказују резултати потребни у наредним поглављима. По први пут се уводе појмови резидуације неодлучних фази скупова и неодлучних фази релација. Резултати овог поглавља представљени су у објављеном раду: M. Tasić, S. Stanimirović, J. Ignjatović, M. Ćirić and M. Stanković, "Hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations with membership values in power set quantales," *Iranian Journal of Fuzzy Systems* 23(6) (2026), 67–98, doi: 10.22111/ijfs.2026.52427.9390.
Поглавље 3 дефинише неодлучне фази еквиваленције, неодлучне класе еквиваленције, неодлучне фази партиције и неодлучне полупартиције и утврђује њихове карактеризације и међусобне везе. Такође се дефинишу и карактеришу неодлучна фази квазиуређења и разматрају аспекти њихових примена. Ови резултати представљени су у истом објављеном раду који је наведен у Поглављу 2. Поред тога, у овом поглављу уводи се нови појам униформне неодлучне фази релације, дају се његове карактеризације и истражују својства ових релација и њихове везе са претходно уведеним појмовима. Ови додатни резултати чине основу рукописа који се припрема за подношење часопису.
Поглавље 4 проучава системе неодлучних фази релацијских неједначина и једначина са једним или два непозната неодлучна фази скупа. Даје се потпуна алгебарска карактеризација скупова њихових решења, заједно са ефективним алгоритмима за њихово израчунавање. Скупови решења карактеришу се помоћу система затварања и отварања на кванталу неодлучних фази скупова и одговарајућих оператора затварања и отварања. Ови резултати представљени су у раду прихваћеном за објављивање: M. Tasić, M. Ćirić, J. Ignjatović, S. Stanimirović, and M. Stanković, "Algebraic characterization of hesitant fuzzy relation inequalities and equations over power set quantales," *Filomat* (2026), прихваћен за објављивање.
На крају, Поглавље 5 проучава слабо линеарне системе неодлучних фази релацијских неједначина и једначина. Разматрају се како хетеротипни системи, који укључују неодлучне фази релације на два потенцијално различита скупа, тако и хомотипни системи, који укључују неодлучне фази релације на једном скупу. Представљају се и алгоритми за израчунавање највећег решења хомотипног слабо линеарног система. Ови резултати чине основу рукописа који се припрема за подношење часопису.

Chapter 1 provides an overview of the basic concepts and results concerning sets, binary relations, functions, and algebraic structures, including semigroups, lattices, and quantales, that provide the foundations for the rest of the dissertation.
Chapter 2 develops a novel framework for hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations with membership values in the power set quantale of a semigroup. It systematically establishes their properties and the results needed in subsequent chapters. It introduces, for the first time, the notions of residuation for hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations. The results of this chapter are presented in the published paper: M. Tasić, S. Stanimirović , J. Ignjatović, M. Ćirić and M. Stanković, "Hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations with membership values in power set quantales," Iranian Journal of Fuzzy Systems, 23 6 (2026): 67-98, doi: 10.22111/ijfs.2026.52427.9390.
Chapter 3 defines hesitant fuzzy equivalences, hesitant equivalence classes, hesitant fuzzy partitions and hesitant semi-partitions, and establishes their characterizations and interrelationships. It also defines and characterizes hesitant fuzzy quasi-orders and discusses aspects of their applications. These results are presented in the same published paper cited in Chapter 2. In addition, the chapter introduces the novel notion of a uniform hesitant fuzzy relation, establishes its characterizations, and investigates its properties and connections with the previously introduced concepts. These additional results form the basis of a manuscript being prepared for submission.
Chapter 4 investigates systems of hesitant fuzzy relation inequalities and equations involving either one or two unknown hesitant fuzzy sets. It provides a complete algebraic characterization of their solution sets, together with effective algorithms for computing them. The solution sets are characterized in terms of closure and opening systems on the quantale of hesitant fuzzy sets and the corresponding closure and opening operators. These results are presented in the paper accepted for publication: M. Tasić, M. Ćirić, J. Ignjatović, S. Stanimirović, and M. Stanković, "Algebraic characterization of hesitant fuzzy relation inequalities and equations over power set quantales," Filomat (2026), accepted for publication.
Finally, Chapter 5 investigates weakly linear systems of hesitant fuzzy relation inequalities and equations. It considers both heterotypical systems (involving hesitant fuzzy relations on two possibly different sets) and homotypical systems (involving hesitant fuzzy relations on a single set) and presents algorithms for computing the greatest solution to a homotypical weakly linear system. These results form the basis of a manuscript being prepared for submission.

ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (*до 200 речи*)

На основу приказаних резултата, може се оценити да су циљеви постављени у пријави теме докторске дисертације остварени у високом степену. Развијен је јединствен алгебарски оквир за проучавање неодлучних фази скупова и неодлучних фази релација са вредностима припадности у кванталима партитивних скупова полугрупа. Уведени су појмови њихове резидуације и утврђена својства која омогућавају систематско проучавање ових структура.
Дате су карактеризације неодлучних фази еквиваленција, неодлучних класа еквиваленције, неодлучних фази партиција, неодлучних полупартиција и неодлучних фази квазиуређења, као и њихове међусобне везе. Посебан допринос представља увођење и проучавање униформних неодлучних фази релација.

Остварени су и циљеви који се односе на решавање различитих типова система неодлучних фази релацијских неједначина и једначина. Дата је потпуна алгебарска карактеризација скупова решења разматраних система, а развијени су и алгоритми за израчунавање највећег решења већег дела проучаваних система.
Научни значај остварених резултата поткрепљен је њиховим објављивањем, односно прихватањем за објављивање у међународним научним часописима.

Based on the results presented, the objectives set out in the doctoral dissertation proposal can be considered to have been achieved to a high degree. A unified algebraic framework has been developed for studying hesitant fuzzy sets and hesitant fuzzy relations with membership values in power set quantales of semigroups. The corresponding notions of residuation have been introduced, and properties enabling a systematic study of these structures have been established.
Characterizations of hesitant fuzzy equivalences, hesitant fuzzy equivalence classes, hesitant fuzzy partitions, hesitant semi-partitions, and hesitant fuzzy quasi-orders have been established, together with their interrelationships. The introduction and study of uniform hesitant fuzzy relations constitute a particular contribution.
The objectives concerning the solution of various types of systems of hesitant fuzzy relation inequalities and equations have also been achieved. A complete algebraic characterization of the solution sets of the systems considered has been provided, and algorithms have been developed for computing the greatest solution for most of the systems studied.
The scientific significance of these results is supported by their publication or acceptance for publication in international scientific journals.

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (*до 200 речи*)

Резултати дисертације представљају оригиналан и значајан допринос алгебарским основама теорије неодлучних фази скупова и релација. Савремена истраживања ове области обухватају развој нових релацијских структура, проучавање њихових алгебарских својстава и примене у моделирању неодређености и одлучивању. Дисертација доприноси овим токовима успостављањем јединственог оквира заснованог на кванталима партитивних скупова полугрупа.
Посебан научни допринос представља увођење резидуације неодлучних фази скупова и релација, чиме се обезбеђује алгебарска основа за систематско решавање неодлучних фази релацијских неједначина и једначина. Карактеризације неодлучних фази еквиваленција, партиција и квазиуређења, као и увођење униформних неодлучних фази релација, продубљују разумевање структурних веза између ових појмова.
Значајан допринос огледа се и у повезивању потпуних алгебарских карактеризација скупова решења са алгоритмима за њихово израчунавање. Проучавање слабо линеарних система додатно проширује домет развијеног приступа и отвара могућности за даља теоријска истраживања и примене.
Значај и научни квалитет дисертације посебно потврђују радови на којима се она заснива, објављени или прихваћени за објављивање у истакнутим међународним научним часописима категорија М21а и М21.

The results of the dissertation constitute an original and significant contribution to the algebraic foundations of hesitant fuzzy set and relation theory. Current research in this field encompasses the development of new relational structures, the study of their algebraic properties, and applications in uncertainty modeling and decision-making. The dissertation contributes to these developments by establishing a unified framework based on power set quantales of semigroups.
A particular scientific contribution is the introduction of residuation for hesitant fuzzy sets and relations, providing an algebraic foundation for systematically solving hesitant fuzzy relation inequalities and equations. The characterizations of hesitant fuzzy equivalences, hesitant fuzzy partitions, and hesitant fuzzy quasi-orders, together with the introduction of uniform hesitant fuzzy relations, deepen the understanding of the structural connections among these concepts.
Another significant contribution lies in linking complete algebraic characterizations of solution sets with algorithms for their computation. The study of weakly linear systems further extends the scope of the approach and opens avenues for further theoretical research and applications.
The significance and scientific quality of the dissertation are further demonstrated by the underlying papers, published or accepted for publication in leading international scientific journals classified as M21a and M21 under Serbia's national research evaluation framework.

Оцена самосталности научног рада кандидата (*до 100 речи*)

Кандидаткиња је до сада објавила два коауторска научна рада у којима је први аутор и аутор за кореспонденцију. Њен водећи допринос у овим радовима потврђује да је самостално дошла до главних резултата дисертације и показала оспособљеност за самосталан научноистраживачки рад.

The candidate has published two co-authored scientific papers as first and corresponding author. Her leading contribution to these papers confirms that she independently obtained the main results of the dissertation and demonstrated her ability to conduct independent scientific research.

ЗАКЉУЧАК (*до 100 речи*)

Комисија утврђује да кандидаткиња Марија Тасић испуњава све услове за одбрану докторске дисертације и да је показала способност за самосталан научноистраживачки рад. Кандидаткиња је доказала главне резултате дисертације, који су нови, научно вредни и представљају оригиналан допринос и значајно постигнуће у области неодлучних фази скупова и релација. Њихов значај потврђен је објављивањем у истакнутим међународним научним часописима. Комисија предлаже да Наставно-научно веће Природно-математичког факултета да

сагласност, а Научно-стручно веће Универзитета у Нишу прихвати докторску дисертацију под називом „Неодлучне фази релацијске неједначине и једначине над кванталом подскупова полугрупе" кандидаткиње Марије Тасић и одобри њену јавну одбрану.

The Committee concludes that the candidate Marija Tasić meets all requirements for the defense of her doctoral dissertation and has demonstrated the ability to conduct independent scientific research. The candidate has proved the main results of the dissertation, which are novel, scientifically valuable, and constitute an original contribution and a significant achievement in the field of hesitant fuzzy sets and relations. Their significance is confirmed by their publication in leading international scientific journals. The Committee recommends that the Teaching and Scientific Council of the Faculty of Sciences and Mathematics give its consent and that the Scientific and Professional Council of the University of Niš accept Marija Tasić's doctoral dissertation entitled "Hesitant Fuzzy Relation Inequalities and Equations over the Power Set Quantale of a Semigroup" and approve its public defense.

КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовању Комисије	817-01-10/ 26-14
Датум именовања Комисије	09.11.2026 (November 9th, 2026)

Р. бр.	Име и презиме, звање/ Name and surname, title			Потпис/ Signature
1.	Jelena Ignjatović, Full Professor Јелена Игњатовић, редовни професор	председник		
	Рачунарске науке Computer Science	University of Niš, Faculty of Science and Mathematics Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу		
	(Научна област)	(Установа у којој је запослен)		
2.	Manuel Ojeda-Aciego, Full Professor Manuel Ojeda-Aciego, редовни професор	члан		
	Mathematics Математика	University of Málaga, Department of Applied Mathematics Универзитет у Малаги, Департман за примењену математику		
	(Научна област)	(Установа у којој је запослен)		
3.	Andreja Tepavčević, Full Professor Андреја Тепавчевић, редовни професор	члан		
	Mathematics Математика	University of Novi Sad, Faculty of Sciences Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет		
	(Научна област)	(Установа у којој је запослен)		
4.	Stefan Stanimirović, Associate Professor Стефан Станимировић, ванредни професор	члан		
	Рачунарске науке Computer Science	University of Niš, Faculty of Science and Mathematics Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу		
	(Научна област)	(Установа у којој је запослен)		
5.	Marko Stanković, Assistant Professor Марко Станковић, доцент	члан		
	Mathematics Математика	University of Niš, Faculty of Pedagogy in Vranje Универзитет у Нишу, Педагошки факултет у Врању		
	(Научна област)	(Установа у којој је запослен)		

Датум и место/ Date and place:

У Новом Саду и Нишу, 17.11.2026. године
Niš, 17.11.2026.