



UNIVERZITET U NIŠU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



Vladan Lj. Pavlović

KOHERENTNI EFEKTI U INTERAKCIJI KONFINIRANOG ATOMA VODONIKA SA ELEKTROMAGNETNIM POLJEM

Doktorska disertacija

Niš, 2017.



UNIVERSITY OF NIS
FACULTY OF SCIENCE AND
MATHEMATICS
DEPARTMENT OF PHYSICS



Vladan Lj. Pavlović

COHERENT EFFECTS IN INTERACTION OF THE CONFINED HYDROGEN ATOM WITH ELECTROMAGNETIC FIELD

PhD Thesis

Nis, 2017.

Подаци о докторској дисертацији

Ментор:	др Љиљана Стевановић, ванредни професор Природно-математичког факултета, Универзитет у Нишу
Наслов:	Кохерентни ефекти у интеракцији конфинираног атома водоника са електромагнетним пољем
Резиме:	У овој дисертацији анализирају се неки од кохерентних ефеката - електромагнетно индукована транспарентност и спонтано генерисана кохерентност - који се могу јавити у интеракцији конфинираног атома водоника са електромагнетним пољем. Проучавана је такође и могућност манипулације групном брзином светлости у средини у условима остварене електромагнетно индуковане транспарентности. Модел је затим коришћен за анализу водоничне нечистоће у сферној и у слојевитој квантној тачки. Наведени кохерентни ефекти су испитивани у различитим конфигурацијама – каскадној конфигурацији са три и са четири нивоа и у Y конфигурацији са четири нивоа. Апсорпционе и дисперзионе особине система у односу на пробно ласерско поље добијене су решавањем мастер (оптичких Блохових) једначина у стационарном режиму и успостављањем везе између одговарајућих елемената матрице густине и суцептибилности система у односу на пробно поље. Понашање наведених величина затим је детаљно испитано у зависности од радијуса конфинирања, интензитета контролних поља, раздешености контролних и пробног поља и интензитета спољашњег магнетног поља, ако је присутно. Анализа кохерентних ефеката спроведена је и у базису обучених стања за сваку од разматраних конфигурација. На крају рада наведени су правци даљих истраживања на тему изложених у дисертацији.
Научна област:	Физика
Научна дисциплина:	Атомска, молекуларна и оптичка физика
Кључне речи:	Конфинирани атом водоника, Електромагнетно индукована транспарентност, Спонтано генерисана кохерентност, Сферна квантна тачка, Водонична нечистоћа
УДК:	539.1+546.11]:537.8
CERIF класификација:	Р 190 Математичка и општа теоријска физика, класична механика, квантна механика, релативитет, гравитација, статистичка физика; Р 230 Атомска и молекуларна физика; Р 200 Електромагнетизам, оптика, акустика
Тип лиценце Креативне заједнице:	CC BY-NC-ND

Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor:	PhD Ljiljana Stevanović, associate professor, University of Niš, Faculty of Sciences and Mathematics
Title:	Coherent effects in interaction of the confined hydrogen atom with electromagnetic field
Abstract:	In this thesis, we analyzed some of the coherent effects – electromagnetically induced transparency and spontaneously generated coherence – that can appear in the interaction of the confined hydrogen atom with laser fields. It is studied the possibility to manipulate the group velocity of light in the medium under the condition of electromagnetically induced transparency. The model is then used to analyze the hydrogenic impurity in the spherical and the multilayered spherical quantum dot. Coherent effects are investigated in different configurations – three-level and four-level cascade configuration and four-level Y configuration. Absorption and dispersion properties of the systems for probe laser field are obtained by solving master (optical Bloch) equations in stationary regime and by using the connection between corresponding elements of the density matrix with the susceptibility of the system for a probe laser field. Behavior of the mentioned variables are then discussed in detail as a function of the radius of confinement, intensity of the control laser fields, detunings of the control and probe laser fields and intensity of the external magnetic field, if it is present. Coherent effects were also considered in the dressed state basis for each of the configurations. Finally, we propose a few problems for further research on these topics.
Scientific Field:	Physics
Scientific Discipline:	Atomic, molecular and optical physics
Key Words:	Confined hydrogen atom, Electromagnetically induced transparency, Spontaneously generated coherence, Spherical quantum dot, Hydrogen impurity
UDC:	539.1+546.11]:537.8
CERIF Classification:	P 190 Mathematical and general theoretical physics, classical mechanics, quantum mechanics, relativity, gravitation, statistical physics, thermodynamics; P230 Atomic and molecular physics; P 200 Electromagnetism, optics, acoustics
Creative Commons License Type:	CC BY-NC-ND



**ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
НИШ**

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	монографска
Тип записа, ТЗ:	текстуални / графички
Врста рада, ВР:	докторска дисертација
Аутор, АУ:	Владан Љ. Павловић
Ментор, МН:	Љиљана Стевановић
Наслов рада, НР:	КОХЕРЕНТНИ ЕФЕКТИ У ИНТЕРАКЦИЈИ КОНФИНИРАНОГ АТОМА ВОДОНИКА СА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИМ ПОЉЕМ
Језик публикације, ЈП:	српски
Језик извода, ЈИ:	енглески
Земља публикавања, ЗП:	Србија
Уже географско подручје, УГП:	Србија
Година, ГО:	2017.
Издавач, ИЗ:	ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Ниш, Вишеградска 33.
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	6/104/169/6/49/0/2
Научна област, НО:	Физика
Научна дисциплина, НД:	Атомска, молекуларна и оптичка физика
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Конфинирани атом водоника, Електромагнетно индукована транспарентност, Спонтано генерисана кохерентност, Сферна квантна тачка, Водонична нечистоћа
УДК	539.1+546.11]:537.8
Чува се, ЧУ:	библиотека
Важна напомена, ВН:	

Извод, ИЗ:	У овој дисертацији анализирани су неки од кохерентних ефеката - електромагнетно индукована транспарентност и спонтано генерисана кохерентност - који се могу јавити у интеракцији конфинираног атома водоника са електромагнетним пољем. Проучавана је такође и могућност манипулације групном брзином светлости у средини у условима остварене електромагнетно индуковане транспарентности. Модел је затим коришћен за анализу водоничне нечистоће у сферној и у слојевитој квантној тачки. Наведени кохерентни ефекти су испитивани у различитим конфигурацијама – каскадној конфигурацији са три и са четири нивоа и у Y конфигурацији са четири нивоа. Апсорпционе и дисперзионе особине система у односу на пробно ласерско поље добијене су решавањем мастер (оптичких Блохових) једначина у стационарном режиму и успостављањем везе између одговарајућих елемената матрице густине и суцептибилности система у односу на пробно поље. Понашање наведених величина затим је детаљно испитано у зависности од радијуса конфинирања, интензитета контролних поља, раздешености контролних и пробног поља и интензитета спољашњег магнетног поља, ако је присутно. Анализа кохерентних ефеката спроведена је и у базису обучених стања за сваку од разматраних конфигурација. На крају рада наведени су правци даљих истраживања на тему изложену у дисертацији.
Датум прихватања теме, ДП:	04. 07. 2016.
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	Председник:
	Члан:
	Члан, ментор:



**ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
НИШ**

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	monograph
Type of record, TR :	textual / graphic
Contents code, CC :	doctoral dissertation
Author, AU :	Vladan Lj. Pavlović
Mentor, MN :	Ljiljana Stevanović
Title, TI :	COHERENT EFFECTS IN INTERACTION OF THE CONFINED HYDROGEN ATOM WITH ELECTROMAGNETIC FIELD
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	English
Country of publication, CP :	Serbia
Locality of publication, LP :	Serbia
Publication year, PY :	2017.
Publisher, PB :	author's reprint
Publication place, PP :	Niš, Višegradska 33.
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	6/104/169/6/49/0/2
Scientific field, SF :	Physics
Scientific discipline, SD :	Atomic, molecular and optical physics
Subject/Key words, S/KW :	Confined hydrogen atom, Electromagnetically induced transparency, Spontaneously generated coherence, Spherical quantum dot, Hydrogen impurity
UC	539.1+546.11]:537.8
Holding data, HD :	library
Note, N :	

Abstract, AB :	In this thesis we analyzed some of the coherent effects – electromagnetically induced transparency and spontaneously generated coherence – that can appear in the interaction of the confined hydrogen atom with laser fields. It is studied the possibility to manipulate the group velocity of light in the medium under the condition of electromagnetically induced transparency. The model is then used to analyze the hydrogenic impurity in the spherical and the multilayered spherical quantum dot. Coherent effects are investigated in different configurations – three-level and four-level cascade configuration and four-level Y configuration. Absorption and dispersion properties of the systems for probe laser field are obtained by solving master (optical Bloch) equations in stationary regime and by using the connection between corresponding elements of the density matrix with the susceptibility of the system for a probe laser field. Behavior of the mentioned variables are then discussed in detail as a function of the radius of confinement, intensity of the control laser fields, detunings of the control and probe laser fields and intensity of the external magnetic field, if it is present. Coherent effects were also considered in the dressed state basis for each of the configurations. Finally, we propose a few problems for further research on these topics.
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	04. 07. 2016.
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	President:
	Member:
	Member, Mentor:

Zahvalnica

Želeo bih da zahvalim svima koji su mi, na direktan ili indirektan način, pomogli u sticanju potrebnog znanja za pisanje ove teze.

Zahvaljujem se mentoru Ljiljani Stevanović na uloženom trudu i brojnim savetima tokom istraživačkog rada i izradi doktorskog teze. Na mnogobrojnim zanimljivim diskusijama u vezi istraživanja, zahvaljujem se kolegama Marku Šušnjaru, Katarini Petrović, Mariji Šindik, Luki Blagojeviću i Stefanu Velji, kao i ostalim saradnicima u Istraživačkoj stanici Petnica.

Zahvaljujem se i kolegi Nikoli Filipoviću sa Prirodno-matematičkog fakulteta, Univerziteta u Nišu, Stefan Hartung-u (University of Bayreuth) i Julius Zimmermann-u (University of Rostock), na diskusijama u vezi istraživanja i zajedničkom radu.

Dugujem zahvalnost i svim kolegama sa Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu, na prenetom znanju tokom osnovnih i master studija, kao i brojnim istraživačima sa Instituta za fiziku u Zemunu i Instituta za nuklearne Nauke Vinča.

Na kraju, najveću zahvalnost dugujem mojim roditeljima i bratu koji su oduvek bili uz mene i bez čije podrške ova disertacija ne bi bila moguća.

U Nišu, mart 2017. godine

"The electric light did not come from the continuous improvement of candles."

Oren Harari

Sadržaj

1	Uvod	3
1.1	Elektromagnetno indukovana transparentnost	5
1.2	Usporavanje svetlosti	8
1.3	Primene	9
2	Teorijske osnove	10
2.1	Interferencija različitih ekscitacionih puteva	10
2.2	Tamno stanje sistema	15
2.3	Koherentno zarobljavanje naseljenosti	18
2.4	Veza između veličina na mikro i makro nivou	19
2.5	Spora i ultraspora svetlost	21
2.6	Eksperimenti i eksperimentalna ograničenja	22
2.6.1	Eksperimenti sa pulsnim laserima	22
2.6.2	Eksperimenti sa kontinualnim laserima	23
3	Master jednačine i susceptibilnost	24
3.1	Interakcija laserskog zračenja sa atomskim sistemom sa tri nivoa	25
3.1.1	Hamiltonijan za λ , kaskadnu i V konfiguraciju	26
3.2	Interakcija laserskog zračenja sa atomskim sistemom sa četiri nivoa	27
3.2.1	Hamiltonijan za kaskadnu konfiguraciju	27
3.2.2	Hamiltonijan za Y konfiguraciju	29
3.3	Susceptibilnost	31
4	Kvantno konfinirani sistem	33
4.1	Konfinirani atom vodonika	33
4.2	Vodonična nečistoća u sfernoj kvantnoj tački	35
4.2.1	Vodonična nečistoća u sfernoj kvantnoj tački u spoljašnjem magnetnom polju	36
4.3	Slojevita sferna kvantna tačka sa vodoničnom nečistoćom	40
4.3.1	Energijski nivoi i dipolni momenti prelaza kod slojevite sferne kvantne tačke	42
5	Rezultati i diskusija	46
5.1	EIT u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u kaskadnoj konfiguraciji sa tri i četiri nivoa	46
5.2	EIT u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u spoljašnjem magnetnom polju	49

5.2.1	Uticaj poluprečnika kvantne tačke na EIT	53
5.2.2	Uticaj koeficijenta raspada na EIT	53
5.2.3	Uticaj razdešenosti kontrolnog polja na EIT efekat	55
5.2.4	Analiza u bazu obučenih stanja	56
5.3	Elektromagnetno indukovana transparentnost u konfiniranom atomu vodonika u Y konfiguraciji	59
5.3.1	Spontano generisana koherentnost	67
5.4	Grupna brzina svetlosti u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečis- toćom sa tri nivoa	71
5.5	Apsorpcione i disperzione karakteristike višeslojne sferne kvante tačke sa vodoničnom nečistoćom: Efekti dimenzija, hidrostatičkog pritiska i temperature	76
6	Zaključak	81
	Dodaci	85
	A Dodatak	85
	B Dodatak	87
	Literatura	89

1 Uvod

Kvantna optika trenutno predstavlja jednu veoma atraktivnu oblast istraživanja u fizici. 2012-te godine, Serge Haroche i David J. Wineland, podelili su Nobelovu nagradu za istraživanja u ovoj oblasti, radeći na razvijanju metoda za merenje i manipulaciju čestica pri čemu one zadržavaju svoju kvantno-mehaničku prirodu. Ova oblast fizike se bavi istraživanjem kvantnih aspekata interakcije između svetlosti i materije i aktivno nalazi svoje primene. Primene gde se ova istraživanja mogu iskoristiti su široke. Laserovanje bez inverzije [1], laserska spektroskopija visoke rezolucije [2], povećanje indeksa prelamanja bez apsorpcije [3], precizna magnetometrija [4] i usporavanje svetlosti [5] su samo neke od tih primena.

U osnovi svih ovih efekata je koncept kvantne interferencije, koji je povezan sa fenomenom neseparabilnosti, odnosno neraspletenosti u kvantno-mehaničkim pojavama u mikrosvetu. Sa pojmom kvantne interferencije blisko je povezan i pojam atomske koherencije, koja može nastati kao rezultat interakcije atoma sa laserskim poljima. Kao rezultat koherentne atom-laserske interakcije, može se javiti čitav niz efekata usled izmenjenih optičkih osobina sredine, među koje spada i elektromagnetno indukovana transparentnost - EIT (na engleskom *electromagnetically induced transparency*). Ovaj fenomen je jedan od najinteresantnijih manifestacija atomske koherencije. Tada, rezonantno lasersko zračenje čija se apsorpcija intuitivno očekuje, zapravo ne biva apsorbovano u sredini [6, 7, 8]. Pojava elektromagnetno indukovane transparentnosti zasniva se na destruktivnoj interferenciji amplituda verovatnoće prelaza između atomskih stanja, koja dovodi do toga da sredina, koja bi inače apsorbovala energiju elektromagnetnog radijacionog polja (polje lasera) sa frekvencom bliskom ili jednakom frekvenci atomskog prelaza, postane transparentna za ovo polje. Drugim rečima, kada su ostvareni uslovi za ispoljavanje EIT efekta, sredina nema nikakvog uticaja na prolaz laserskog snopa date frekvence. Za ovu pojavu je karakteristično to što se sa njom javlja i niz drugih interesantnih efekata povezanih sa apsorpcionim svojstvima sredine. Naime, refrakciona svojstva sredine mogu takođe biti značajno izmenjena, tj. indeks prelamanja može imati veoma velike vrednosti.

Eksperimentalno proučavanje EIT obavljano je u početku na parama atoma Rb, Na, Sr, dok se u novije vreme u eksperimentima ovog tipa koriste Bose-Einstein-ovi kondenzati (BEC kondenzati) [9, 10, 11] i poluprovodničke nanostrukture, kao što su kvantne jame, kvantne žice i kvantne tačke [12, 13].

Proučavanje nelinearnih optičkih procesa u poluprovodničkim nanostrukturama je vođeno sledećim razlozima. U poslednje vreme, sve je veći broj optičkih uređaja koji rade na bazi poluprovodnika. Razumevanje fizike poluprovodnika je ključno za unapređivanje performansi postojećih uređaja, a otkrivanje novih fenomena može dovesti

do dodatnih primena i novih uređaja koji će se upotrebljavati u praksi [14, 15, 16, 17, 18, 19]. Proučavanje poluprovodnika je bitno ne samo zbog primena u tehnologiji, već i sa stanovišta fundamentalne teorijske fizike, jer predstavljaju pogodnu sredinu za proučavanje fizike jako interagujućih višestetičnih sistema. Ova dva cilja su komplementarna i razvoj poluprovodničke tehnologije nije moguć bez fundamentalnih istraživanja [20].

Efekat koji je usko povezan sa efektom elektromagnetno indukovane transparentnosti je efekat koherentnog zarobljavanja naseljenosti - KZN (na engleskom *coherent population trapping* - CPT). Ovaj efekat je prvi put eksperimentalno primećen 1976. godine [21] i objašnjen u radovima [22, 23].

Značaj i primene EIT, kao i promene apsorpcionih i disperzionih osobina sredine, usled interakcije sa elektromagnetnim poljima, predstavljaju motivaciju za nastanak ovog rada.

Disertacija je organizovana na sledeći način.

U drugom poglavlju disertacije su date teorijske osnove za probleme razmatrane u ovoj disertaciji, kao i pregled dosadašnjih istraživanja na ovu temu. Na kraju ovog poglavlja, radi kompletnosti, dati su neki detalji eksperimentalne realizacije navedenih efekata.

U trećem poglavlju disertacije date su master jednačine, odnosno optičke Bloch-ove jednačine za sve sisteme i konfiguracije nivoa koje će biti ispitivane u ovom radu. Izvedene su master jednačine za sisteme sa tri nivoa - u Λ , kaskadnoj i V konfiguraciji, kao i za sisteme sa četiri nivoa - u kaskadnoj i Y konfiguraciji. Poseban akcenat je dat Y konfiguraciji i izvođenju ovih jednačina kada su dva najviša nivoa nedegenerisana i kada su oni degenerisani.

U četvrtom poglavlju predstavljen je model konfiniranog atoma vodonika i njegova primena na opisivanje vodonične nečistoće u sfernoj kvantnoj tački. Razmatranje nečistoća je od posebne važnosti jer njihovo prisustvo može izmeniti električne i optičke osobine materijala. U ovom poglavlju će biti reči o vodoničnoj nečistoći konfiniranoj potencijalom neprobojne sfere, vodoničnoj nečistoći konfiniranoj potencijalom neprobojne sfere u prisustvu spoljašnjeg magnetnog polja i vodoničnoj nečistoći konfiniranoj slojevitom kvantnom tačkom.

U petom poglavlju su predstavljeni originalni rezultati istraživanja za sve gore navedene sisteme.

U šestom poglavlju su izvedeni zaključci iz ovih istraživanja i dat pregled otvorenih pitanja vezana za dalja istraživanja u ovoj oblasti.

U različitim delovima ove disertacije je korišćen različit sistem jedinica. Korišćen je SI sistem, kao i atomski sistem jedinica - Hartree i Rydberg-ov sistem. Razlog ovome

je specifičnost časopisa u kojima su objavljeni naučni radovi, a na kojima je bazirana ova doktorska disertacija. Radi jednostavnijeg praćenja, kratak pregled korišćenih jedinica dat je u dodatku A.

Sadržaj ove doktorske disertacije je zasnovan na sledećim naučnim radovima autora:

1. Vladan Pavlović, Ljiljana Stevanović, *Electromagnetically induced transparency in a spherical quantum dot with hydrogenic impurity in the external magnetic field*, *Superlattices and Microstructures*, **92** (2016) 10.
2. Vladan Pavlović, Ljiljana Stevanović, *Group velocity of light in a three level ladder-type spherical quantum dot with hydrogenic impurity*, *Superlattices and Microstructures*, **100** (2016) 500.
3. Vladan Pavlović, *Electromagnetically induced transparency in a spherical quantum dot with hydrogenic impurity in a four level ladder configuration*, *Optik*, **127** (2016) 6351.
4. Vladan Pavlović, Ljiljana Stevanović, *Group velocity of light in ladder-type spherical quantum dot with hydrogenic impurity*, *Facta Universitatis*, **14** (2016) 1.

Ostali radovi autora koji nisu uključeni u ovu disertaciju:

1. T. J. Proctor, K. E. Barr, B. Hanson, S. Martiel, V. Pavlović, A. Bullivant, V. M. Kendon, *Nonreversal and nonrepeating quantum walks*, *Physical Review A*, **89** (2014) 042332.
2. Lj. Stevanović, N. Filipović, V. Pavlović, *Optical properties of spherical quantum dot with on-center hydrogen impurity in magnetic field*, *Optical and Quantum Electronics*, **48** (2016) 231

1.1 Elektromagnetno indukovana transparentnost

Elektromagnetno indukovana transparentnost (EIT) je atomski koherentni efekat koji dozvoljava propagaciju elektromagnetnih polja bez slabljenja kroz sredinu koja je inače neprozračna za to zračenje [7, 24, 25]. Prvi eksperiment kojim je demonstriran efekat je sproveden 1990-te godine na atomskim parama stroncijuma [24].

Smanjivanje koeficijenta apsorpcije sredine za svetlost određene talasne dužine praćeno je povećanjem indeksa prelamanja sredine na istim talasnim dužinama. Promene u indeksu prelamanja znače i promenu grupne brzine svetlosti. Ovaj efekat je poslednjih godina bio korišćen za značajno usporavanje svetlosti.

Istraživanja u ovoj oblasti su najpre dominantno vršena na atomskim i molekulskim gasovima i parama, dok se u poslednje vreme sve više pažnje posvećuje kvantno koherentnim efektima u poluprovoničkim nanostrukturama kao što su kvantne tačke. Kvantno konfiniranje elektrona unutar kvantnih tačaka u sva tri prostorna pravca dovodi do diskretizacije energijskih nivoa i na taj način dobija sličnu strukturu kao što imaju atomi [26] (zbog čega se ovakvi sistemi nazivaju i "veštački atomi" - *artificial atoms*). Postojanje diskretnih nivoa omogućava realizaciju EIT efekta u kvantnim tačkama na istim osnovama kao i u atomskim sistemima. Istraživanje ove oblasti je od velike važnosti, kako za fundamentalna istraživanja, tako i za praktične primene.

Jiang sa saradnicima [27] je teorijski izučavao EIT efekat, razmatrajući interakciju kvantne tačke, kao sistema sa dva nivoa u provodnoj zoni, sa kontrolnim i probnim laserskim poljem. Nielsen sa saradnicima [28] je vršio istraživanja na EIT efektu numeričkim putem, na sistemu koji se sastoji od niza kvantnih tačaka od InAs koji se nalaze u GaAs, pri čemu se svaka kvantna tačka tretira kao sistem od tri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji, sa osnovnim nivoom u valentnoj i dva ekscitovana nivoa u provodnoj zoni. Raki i Askari su istraživali ovaj efekat u cilindričnoj kvantnoj tački od GaAs sa paraboličkim konfinirajućim potencijalom, i razmatrali uticaj dimenzija kvantnih tačaka, polarizacije probnog i kontrolnog lasera, kao i koeficijenta raspada [29]. Vaseghi i Mohebi su razmatrali uticaj spoljašnjih električnih i magnetnih polja, dimenzije kvantne tačke i pritiska na EIT, grupnu brzinu svetlosti i indeks prelamanja sferne kvantne tačke sa paraboličnim radijalnim potencijalom [30]. U dva poslednja rada, sistem konfiniran kvantnom tačkom je posmatran kao sistem sa tri nivoa u Λ konfiguraciji.

Kao što je već rečeno, osobine kvantnih tačaka se mogu modifikovati promenama u njenom obliku i dimenzijama [31] ili promenama pritiska i temperature [32, 33], i spoljašnjim električnim i magnetnim poljem [34]. Apsorpcione i disperzione karakteristike kvantnih tačaka se takođe mogu modifikovati i nečistoćama [33, 35, 36]. Efekti oblika i veličine kvantnih tačaka na vezivne energije donora su teorijski ispitane za oblike kao što su cilindrični, pravougaoni, sferni i piramidalni [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43].

Tokom poslednjih godina, posebna pažnja se poklanja fizičkim osobinama nove vrste kvantnih tačaka, koje se nazivaju slojevite sferne kvantne tačke (SSKT). Tehnološki, proizvodnja ove vrste kvantnih tačaka je postalo moguće korišćenjem odgovarajućih tehnika hemijske sinteze [44, 45]. Istraživanja u ovoj oblasti su najpre bila ograničena na elektronske osobine, tj. na rešavanje Schrödinger-ove jednačine i određivanje svojstvenih vrednosti i svojstvenih funkcija. Aktas i Boz [46] su izračunali energiju veze za vodoničnu nečistoću u SSKT koristeći Runge-Kutta metod četvrtog reda. Akgül sa saradnicima [47] je ispitivao elektronske osobine SSKT sa paraboličnim

konfiniranjem. Mikhail i El Sayed [48] su izračunali vezivnu energiju nečistoća za slučajeve kada se one nalaze u centru i kada se nalaze van centra SSKT. Boz je sa saradnicima razmatrao vezivne energije nečistoće koja se nalazi u centru SSKT pod uticajem spoljašnjeg magnetnog polja [49]. Elektronske i optičke osobine SSKT za slučajeve sa i bez nečistoća su istraživane u radovima [50, 51, 52], gde su vezivne energije, apsorpcioni koeficijenti i jačine oscilatora, određene u funkciji poluprečnika kvantnih tačaka i širine barijera. Linearne i nelinearne optičke osobine SSKT sa nečistoćama u centru su razmatrane u radu [53]. Karimi sa saradnicima [54] je proučavao uticaje veličine kvantne tačke, vodonične nečistoće, hidrostatičkog pritiska i temperature na linearne i nelinearne optičke osobine u SSKT. U ovom radu [54] razmatrani sistem se sastoji od dva nivoa, koja interaguju sa jednim laserskim poljem. Ipak, do sada nije bilo istraživanja koja su usmerena na apsorpcione i disperzione osobine SSKT sa vodoničnom nečistoćom u kaskadnoj konfiguraciji u interakciji sa više od jednog polja. U ovoj disertaciji će između ostalog biti istražen takav sistem i kako dimenzija ovog sistema, temperatura i pritisak utiču na njegove apsorpcione i disperzione osobine.

U ovoj disertaciji, EIT efekat će biti izučavan na prostorno konfiniranom atomu vodonika. Model prostorno konfiniranog atoma, koji je prvi put uveden u radu Michels-a i saradnika [55] u cilju proučavanja polarizabilnosti vodonika pod pritiskom, poslednjih decenija je našao široku primenu u raznim oblastima fizike: atomska i molekularna fizika, fizika plazme, astrofizika, fizika čvrstog stanja [56, 57, 58]. Atraktivnosti modela doprinela je činjenica da se pomoću njega mogu objasniti osobine atoma unutar fulerena [59, 60], kao i osobine poluprovodničkih heterostruktura, kao što su kvantne jame, žice i tačke [61, 62, 63]. Konfinirani atom vodonika - KAV (na engleskom *confined hydrogen atom* - CHA) našao je primenu u proučavanju strukturnih i optičkih osobina pomenutih heterostruktura sa vodoničnom nečistoćom. Prisustvo nečistoća vodoničnog tipa značajno menja osobine materijala, što može biti od posebnog interesa za konstruisanje nekih optoelektronskih uređaja [64, 65].

Dosadašnji radovi, koji se bave problematikom KAV, uglavnom su se odnosili na izračunavanje energija [66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75], statičke i dinamičke polarizabilnosti [76, 77, 78, 79], jačine linija i jačine oscilatora dipolnih prelaza, vremena života nekih pobuđenih stanja, generalisane jačine oscilatora [80, 81, 82, 83, 84], jačine oscilatora dipolnih i kvadrupolnih prelaza između viših pobuđenih stanja [85], ekscitaciju i fotojonizaciju KAV u interakciji sa laserskim poljem [86, 87, 88].

1.2 Usporavanje svetlosti

Mogućnost kontrolisanja brzine prostiranja svetlosti kroz različite atomske pare, predstavlja aktivno polje istraživanja poslednjih decenija. Najpre je u radovima Scully-ija i Harris-a [89, 90] pokazano da kvantno-interferencioni efekti mogu dovesti do povećanja indeksa prelamanja i time do smanjenja brzine svetlosti. Kao rezultat njihovog istraživanja predviđeno je i pokazano postojanje veoma spore svetlosti.

Harris je sa saradnicima [91] eksperimentalno postigao usporenje grupne brzine svetlosti za faktor 250 pomoću atomskih para olova. Kasnije je Kash sa saradnicima [92] usporio svetlost do brzine 90 m/s koristeći sličnu tehniku na atomskim parama rubidijuma. Bigelow sa saradnicima [93] je uspeo da uspori brzinu svetlosti do 58 m/s na sobnoj temperaturi u kristalu rubina. Hau sa saradnicima [94] je usporio brzinu svetlosti do 17 m/s na niskim temperaturama Bose–Einstein-ovih kondenzata, a Budker sa saradnicima [95] je usporio brzinu svetlosti do 8 m/s koristeći tehniku sličnu onoj u radu [92].

Razvoj moderne tehnologije omogućio je izradu veoma malih poluprovodničkih struktura kao što su kvantne jame, kvantne žice i kvantne tačke. To je dalje otvorilo put istraživačima da na njima istražuju fundamentalne fizičke fenomene, kao i one fenomene koji se mogu koristiti u praksi u različitim elektro-optičkim uređajima. U ovim kvantnim nanostrukturama, elektroni su dodatno zarobljeni. Kao posledica ove dodatne zarobljenosti, odnosno dodatne konfiniranosti, njihova energijska stanja su diskretna i jednostavna za dalju manipulaciju. Upravo iz tog razloga, ove nanostrukture predstavljaju interesantne sisteme za primene u optoelektronskim uređajima [96, 97].

Veoma bitnu ulogu u uređajima koji rade na bazi poluprovodnika igraju nečistoće, pošto one mogu da promene provodnost poluprovodnika za nekoliko redova veličine. Vodonična nečistoća u konfiniranim sistemima je stoga koristan model za razumevanje elektronskih i optičkih osobina ovakvih sistema. Iz tog razloga, ovakvi sistemi su predmet intenzivnog istraživanja poslednjih godina [98, 99, 100]. Ipak, samo nekoliko njih se bavi efektom usporavanja svetlosti i mogućnošću da se ove osobine iskoriste kako bi se brzina svetlosti značajno usporila [101, 102].

Mirzaei, Askari i Raki [102] su razmatrali mogućnost usporenja svetlosti u jednom ovakvom sistemu. Oni su analizirali grupnu brzinu svetlosti u V-tipu (i Λ -tipu) cilindrične kvantne tačke sa tri nivoa, i razmatrali uticaj dimenzije cilindrične kvantne tačke i polarizacije svetlosti. U radu [103] razmatrana je mogućnost usporenja grupne brzine svetlosti u kaskadnoj konfiguraciji konfiniranog atoma vodonika u sfernoj kvantnoj tački sa tri nivoa. Ispitivan je uticaj promene poluprečnika kvantne tačke, frekvence porbnog laserskog polja, intenziteta kontrolnog polja i razdešenost

kontrolnog polja na grupnu brzinu svetlosti.

1.3 Primene

EIT efekat ima potencijalne primene u više različitih oblasti, uključujući optičku mikroskopiju [104], magnetometriju [105, 106], kvantnu optiku i kvantnu informatiku [107, 108]. Ovaj efekat je u početku bio ispitivan uglavnom na sistemima kao što su atomski i molekularni gasovi i pare [109, 110, 111, 112]. Međutim, poslednjih godina, interes za proučavanje kvantno koherentnih efekata je sve veći za sisteme na bazi poluprovodničkih nanostrukture - kao što su kvantne tačke. Razlog ovome je što je ovaj materijal dominantan u već postojećim elektronskim i optoelektronskim uređajima [113, 114], kvantnom računarstvu i kvantnoj informatici [115, 116, 117, 118, 119].

Usporavanje svetlosti takođe može imati značajne primene. Usporeenje grupne brzine svetlosti dovodi do povećanja interakcionog vremena unutar sredine sa nelinearnim karakteristikama, što je važno za istraživanja efikasnosti nelinearnih procesa [120, 121, 122]. Koristeći značajnu deformaciju probnih laserskih pulseva na granici sredine gde se javlja EIT efekat, može se realizovati i skladištenje informacija sadržanih u dugim pulsevima, koji se na ovaj način mogu sabiti u veoma male zapremine. Interesantni efekti se mogu primetiti i razmatranjem spore svetlosti unutar neuniformno pokretnih sredina. U radu [123] je istaknuta analogija između spore svetlosti u ovakvoj sredini i jednačina opšte relativnosti za crne rupe. Na ovaj način je moguće istraživati efekte opšte relativnosti u laboratorijskim uslovima.

EIT efekat je usko povezan i sa efektom laserovanja bez inverzije i može se uspešno koristiti za izradu lasera na frekvencama na kojima to do skora nije bilo moguće.

2 Teorijske osnove

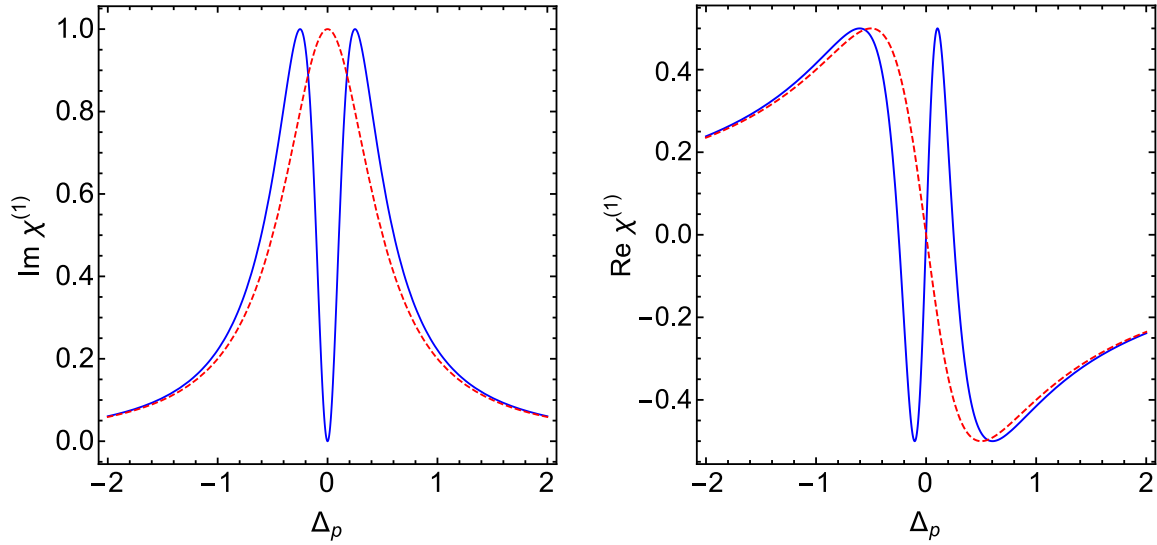
Kao što je opisano u uvodnom poglavlju, elektromagnetno indukovana transparentnost (EIT) predstavlja proces u kome kvantna interferencija uzrokuje da sredina koja je inače neprozračna za neko određeno zračenje, postane transparentna za to zračenje. U ovom delu disertacije biće dat osnovni opis ovog fenomena koji je moguće realizovati na atomskim sistemima, kako bi se kasnije isti efekat primenio na drugim sistemima.

2.1 Interferencija različitih ekscitacionih puteva

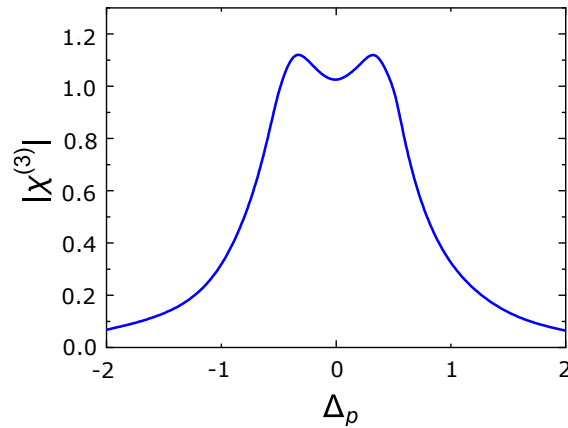
Napredak u oblasti optike je najčešće praćen razvojem novih materijala sa pogodnijim optičkim karakteristikama. Modifikacija optičkih osobina materijala koji će biti centralna tema ovog rada se zasniva na lasersko indukovanoj koherentnosti diskretnih kvantnih stanja, koje dovode do kvantnih interferencija između različitih ekscitacionih puteva. Na ovaj način se može eliminisati apsorpcija na rezonantnoj frekvenci prelaza. Ova pojava je dobila naziv "Elektromagnetno indukovana transparentnost" od strane Harris-a i saradnika [90]. Važnost ovog efekta proizilazi iz činjenice da se nelinearna susceptibilnost značajno uvećava upravo u onoj oblasti frekvenci gde i disperziona kriva pokazuje interesantne osobine. Naime, disperziona kriva predstavljena na grafiku u ovoj oblasti je veoma strma, što dalje dovodi do interesantnih efekata.

Optičke osobine atomskih i molekularnih sistema (a time i "veštačkih atoma" o kojima će biti reči u ovoj disertaciji) su neraskidivo povezane sa njihovom strukturom. Fizička veličina koja povezuje *linearni* odziv atoma (ili nekog drugog kvantnog sistema) sa rezonantnim elektromagnetnim talasom opisana je susceptibilnošću prvog reda $\chi^{(1)}$. Imaginarni deo ove veličine $Im[\chi^{(1)}]$ određuje slabljenje (apsorpciju) polja koje izaziva sredina kroz koju se elektromagnetni talas prostire, dok realni deo $Re[\chi^{(1)}]$ određuje indeks prelamanja. Oblik krive $Im[\chi^{(1)}]$ u zavisnosti od frekvence za dipolno dozvoljene prelaze, predstavlja Lorencijan, čija je širina određena koeficijentom raspada. Oblik krive $Re[\chi^{(1)}]$ ima karakterističan disperzioni profil, sa anomalnom disperzijom (koju karakteriše smanjenje $Re[\chi^{(1)}]$ sa porastom frekvence) u centralnom delu apsorpcionog profila u opsegu koji je karakterističan i za širinu gore pomenutog Lorencijana. Na slici 1 mogu se videti oba oblika imaginarnog i realnog dela veličine $\chi^{(1)}$, tj. i onaj uobičajen, kao i onaj modifikovani, koji je rezultat EIT-a. Na ovoj slici su predstavljeni imaginarni i realni deo susceptibilnosti prvog reda za slučaj rezonantnog kontrolnog polja, u funkciji razdešenosti probnog polja.

Na slici 2 predstavljen je odgovarajući *nelinearni* koeficijent susceptibilnosti trećeg reda. Poređenjem ovih grafika, može se zaključiti da kod $Im[\chi^{(1)}]$ dolazi do destruktivne, a kod $\chi^{(3)}$ do konstruktivne interferencije, u oblasti oko rezonance.



Slika 1: Susceptibilnost u funkciji razdešenosti probnog polja $\Delta_p = \omega_p - \omega_{31}$ (isprekidana crvena linija) i pojava EIT efekta pri uključenom kontrolnom polju (puna plava linija).



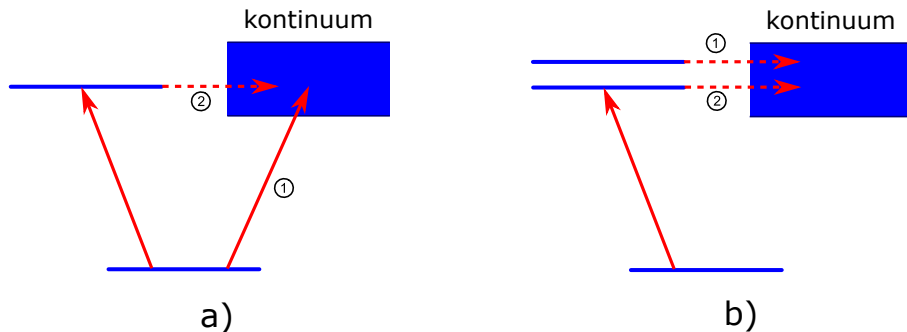
Slika 2: Apsolutna vrednost nelinearne susceptibilnosti u funkciji razdešenosti probnog polja [25].

Činjenica da je ispitivani sistem transparentan na frekvenci koja je rezonantna, nije sama po sebi od velike važnosti, pošto se do iste transparentnosti može doći i razdešavanjem lasera, tako da on ima frekvencu dovoljno daleku od rezonantne. Ono što je važno, je to da je u istom opsegu frekvenci, gde je apsorpcija mala, nelinearni koeficijent susceptibilnosti $\chi^{(3)}$ takav da je on posledica konstruktivne interferencije. Odnosno, vrednost ovog koeficijenta je veća od proste sume dva razdvojena Lorencijanska profila. Takođe, disperzija u blizini rezonantne frekvence je znatno različita od strme, anomalne disperzije karakteristične za slučaj kada nema drugog laserskog polja. Umesto toga, može se primetiti normalna disperzija u oblasti niske apsorpcije, a strmina ove krive se može kontrolisati intenzitetom kontrolnog lasera. Kao posledici-

ca ovakvih karakteristika, laserski puls, iako se ne apsorbuje, može da trpi jak uticaj drugih disperzivnih i nelinearnih efekata. Najvažniji uticaj od svih, ima činjenica da je disperziona kriva strma i linearna u zavisnosti od frekvence, upravo u oblasti gde je apsorpcija mala. Kao posledica ovoga, javljaju se veoma interesantni fenomeni, kao što je spora svetlost, longitudinalno kompresovanje pulseva i "skladištenje" svetlosti.

Postoji više razloga zašto su atomski i molekulski sistemi u gasnoj fazi najispitivaniji sistemi u ovoj oblasti. Ovi sistemi se karakterišu relativno niskim koeficijentima raspada u poređenju sa onim koji se sreću u čvrstim telima. Takođe, mogu se ohladiti do veoma niskih temperatura (eliminišući na taj način širenja usled Doppler-ovog efekta), a mogu da istrpe i veoma visoke intenzitete lasera.

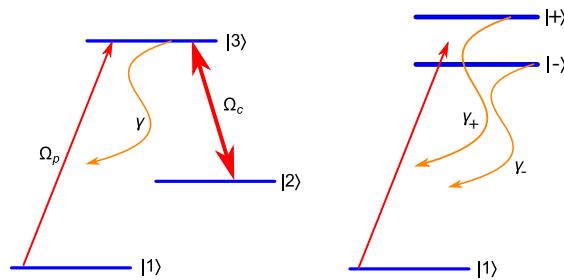
Kako bi objasnili kako kvantna interferencija može da utiče na promenu optičkih osobina sredine, važno je krenuti sa prvim istraživanjima u ovoj oblasti. Radovi u ovoj oblasti počinju sa radom Fano-a, koji u atomsku fiziku uvodi pojam interferencije između različitih puteva (kanala) ekscitacije u stanje kontinuuma [128]. Po njemu, stanje unutar kontinuuma (slika 3a) se može dostići ili direktnom ekscitacijom (kanal 1) ili prolazeći najpre kroz rezonancu (kanal 2). Interferencija između ova dva kanala može biti konstruktivna ili destruktivna i na taj način dovodi do smanjenja ili do uvećanja fotojonizacionog poprečnog preseka. Ova teorija je kasnije potvrđena radovima Madden-a i Codling-a 1965-te godine [129]. Tokom 1960-tih godina, autojonizacioni spektri su dosta istraživani. U tom periodu, više autora se bavilo proučavanjem interferencije između dve bliske rezonance [130, 131]. Tada je pažnja proučavanja preusmerena na interferenciju između dva puta od osnovnog stanja do finalnog stanja unutar kontinuuma preko dve rezonance - slika 3b. Pokazano je i da interferencija može biti značajna samo u slučaju kada je "rastojanje" između ove dve rezonance uporedivo, ili je i manje od njihovih širina, koje su sa druge strane povezane sa koeficijentima raspada ovih rezonanci.



Slika 3: Fano interferencija dva ekscitaciona puta do kontinuuma: a) preko jedne rezonance, b) preko dve rezonance.

Harris [141] je zatim istraživao interferenciju između dva različita puta u kome se

dve bliske rezonance raspadaju u kontinuum. On je primetio da se pomoću ovakvog sistema može ostvariti efekat laserovanja bez inverzije, pošto se na ovaj način može eliminisati apsorpcija, dok stimulisana emisija ostaje nepromenjena. Ono što je još bitnije, primećeno je da je ovakav sistem ekvivalentan sistemu u kome su dva energijski udaljena stanja u interakciji sa rezonantnim laserskim poljem - slika 4. Dva energijski udaljena stanja u interakciji sa rezonantnim laserskim poljima predstavljanim preko obučenih stanja, zapravo predstavljaju dva energijski bliska stanja. Harris je dakle predložio da se ovakva struktura energijskih nivoa, pogodna za ostvarivanje ovog efekta pomoću kvantne interferencije između različitih puteva, može ostvariti pomoću spoljašnjeg laserskog polja. U radu istog autora [90], prvi put se javlja sintagma "Elektromagnetno indukovana transparentnost", pri čemu se ovim izrazom opisivalo smanjenje linearne reakcije sredine na lasersko zračenje pomoću destruktivne kvantne interferencije.



Slika 4: Atom sa tri nivoa sa predstavljanim energijskim nivoima preko atomskih stanja (levo) i preko obučenih stanja, tj. svojstvenih stanja ukupnog Hamiltonijana sistema atom-laserska polja (desno).

Boller [24] je 1991. istakao da suštinski postoje dva ekvivalentna načina na osnovu kojih se može objasniti EIT efekat. Prvi način se zasniva na radu Imamoğlu-a i Harris-a [142], u kojoj se dva obučena stanja mogu posmatrati kao dve malo razdvojene rezonance koje se raspadaju u isti kontinuum. Ukoliko je tada probno polje podešeno tako da je u rezonanci sa datim prelazom, doprinos susceptibilnosti daju obe rezonance, koje su podjednako udaljene, ali sa različitim znakom razdešenosti. Kao posledica kvantne interferencije, neće doći do prostog sabiranja doprinosa ove dve rezonance, već apsorpcija može biti znatno smanjena. Drugi način objašnjenja EIT efekta je preko atomskih umesto preko obučenih stanja. U ovom slučaju, lasersko polje utiče na verovatnoću prelaza sa jednog nivoa na drugi. Na taj način, amplituda za stanje $|3\rangle$ se može menjati usled direktnog prelaza $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ ili usled prelaza $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle$ (ili čak prelazima koji uključuju i višestruke prelaze između navedenih nivoa). Pošto je kontrolno polje obično mnogo većeg intenziteta od probnog polja, indirektni put $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle$ zapravo ima amplitudu verovatnoće koja je istog reda

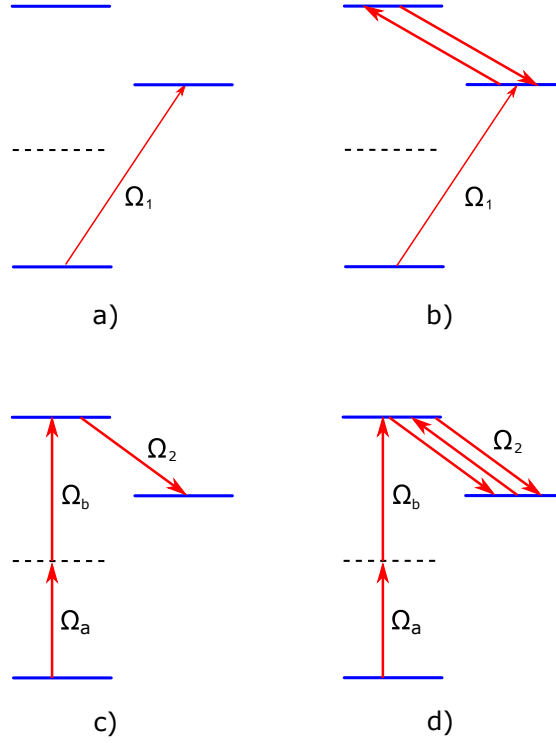
veličine kao amplituda verovatnoće direktnog prelaza.

Smanjenje apsorpcije, nije dakle posledica samo Autler-Townes-ovog razdvajanja [132], jer bi onda apsorpcija probnog polja bila jednaka zbiru apsorpcionih koeficijenata koji potiku od dva krila datih rezonanci, što zapravo nije slučaj. Upravo destruktivna interferencija na ovoj frekvenci igra ključnu ulogu i dovodi do potpune eliminacije apsorpcije.

Još jedan zanimljiv efekat koji je blisko vezan sa EIT-om je pojačanje laserske svetlosti koja nastaje bez inverzne populacije. Ovaj proces se naziva "laserovanje bez inverzije naseljenosti" (na engleskom *lasing without inversion* - LWI). Ovaj efekat je teorijski predviđen u radu [133], a eksperimentalno pokazan na V konfiguraciji rubidijuma [134] i Λ konfiguraciji natrijuma [135]. Važnost istraživanja u ovoj oblasti leži u tome, što je na ovaj način moguće prevazići poteškoće u konstrukciji lasera kratkih talasnih dužina.

Još jedan efekat u bliskoj vezi sa EIT-om je efekat "mešanja četiri talasa" (na engleskom *four-wave mixing* - FWM) [136]. Za razliku od laserovanja bez inverzije, gde je potrebno probno polje da bi se njegov intenzitet pojačao, u ovom procesu ono nije potrebno, već se ono generiše pomoću jednog kontrolnog polja frekvence ω_2 i dva pomoćna polja frekvenci ω_a i ω_b . Ključnu ulogu sada ima nelinearna susceptibilnost koja opisuje interakciju atoma u ovom procesu mešanja, gde se kao rezultat dobija laserska svetlost frekvence $\omega_1 = \omega_a + \omega_b - \omega_2$. Na slici 5 su prikazana oba slučaja, i interferencioni putevi kod EIT-a i interferencioni putevi kod FWM.

Na slici 5, je prikazan sistem u kaskadnoj konfiguraciji u kome je prelaz između najnižeg i najvišeg nivoa sistema zabranjen u dipolnoj aproksimaciji. Ovaj prelaz se ipak može realizovati pomoću dva polja frekvenci ω_a i ω_b , i Rabijevih frekvenci Ω_a i Ω_b . Ukoliko su polja frekvenci ω_a i ω_b blizu dvo-fotonske rezonance dipolno zabranjenog prelaza, može se generisati laserska svetlost frekvence ω_1 . Između linearne i nelinearne susceptibilnosti, iako na prvi pogled one imaju slične grafike zavisnosti od razdešenosti polja (slike 1 i 2), postoji fundamentalna razlika. Poređenjem ova dva grafika pri nultoj razdešenosti lasera, može se primetiti destruktivna interferencija kod linearne susceptibilnosti, ali konstruktivna interferencija kod nelinearne susceptibilnosti. Kako bi postalo jasnije zašto se ovo dešava, potrebno je obratiti pažnju na dijagrame predstavljene na slici 5. Jasno se vidi da sve interakcije višeg reda kod linearnog koeficijenta susceptibilnosti uključuju paran broj razmenjenih fotona sa kontrolnim poljem Ω_c , dok je kod nelinearnog koeficijenta susceptibilnosti uključen uvek neparan broj razmenjenih fotona sa kontrolnim poljem [7].



Slika 5: Dijagrami a) i b) pokazuju prvi i drugi red perturbacionog razvoja povezanih sa linearnom susceptibilnošću sistema. Dijagrami c) i d) pokazuju prvi i drugi red perturbacionog razvoja povezanih sa nelinearnom susceptibilnošću.

2.2 Tamno stanje sistema

Fenomen *koherentnog zarobljavanja naseljenosti* (KZN) je najpre uočen u radu [21], da bi kasnije teorijski bio objašnjen u radovima [137, 138] pomoću tamnih svojstvenih stanja sistema sa tri nivoa u lambda konfiguraciji (slika 4). Kako bi se ostvario KZN efekat, dva skoro rezonantna laserska polja interaguju sa sistemom u lambda konfiguraciji, usled čega ukupan Hamiltonijan ima oblik $H = H_0 + H_{int}$. U ovoj jednačini, H_0 predstavlja Hamiltonijan slobodnog atoma, dok H_{int} opisuje interakciju atoma sa laserskim poljima. Hamiltonijan H će imati drugačija svojstvena stanja u odnosu na H_0 . U ovom delu disertacije, atomska stanja će biti obeležena sa $|1\rangle$, $|2\rangle$ i $|3\rangle$, po rastućim energijama, dok će svojstvena stanja ukupnog Hamiltonijana biti obeležena sa $|a^0\rangle$, $|a^+\rangle$ i $|a^-\rangle$. Jedno od ovih svojstvenih stanja ukupnog Hamiltonijana će imati oblik $|a^0\rangle = \alpha|1\rangle - \beta|2\rangle$, i ne sadrži u sebi stanje $|3\rangle$, dok su amplitude verovatnoće nalaženja u atomskim stanjima α i β proporcionalne jačinama laserskih polja. U eksperimentima [21], populacija ovog nivoa je "pumpana" preko spontanog raspada iz ekscitovanih stanja. Zatim je populacija ostajala na tom nivou, jer je verovatnoća ekscitovanja sa ovog na neko više stanje poništena usled kvantne interferencije. Već je pomenuto da se jedno stanje ukupnog Hamiltonija može izraziti preko dva stanja

atomskeg Hamiltonijana. Eksplicitni izrazi za nove svojstvene funkcije se mogu izraziti na eksplicitan način preko "uglova mešanja" θ i ϕ koji zavise od Rabijskih frekvenci probnog i kontrolnog laserskog polja, Ω_p i Ω_c . Za slučaj dvo-fotonske rezonance (kada su razdešenosti lasera međusobno jednake $\Delta_p = \Delta_c = \Delta$), ovi uglovi su određeni na sledeći način:

$$\tan \theta = \frac{\Omega_p}{\Omega_c} \quad (2.2.1)$$

$$\tan 2\phi = \frac{\sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_c^2}}{\Delta}. \quad (2.2.2)$$

Svojstvene funkcije ukupnog Hamiltonijana su onda:

$$|a^+\rangle = \sin \theta \sin \phi |1\rangle + \cos \phi |3\rangle + \cos \theta \sin \phi |2\rangle \quad (2.2.3)$$

$$|a^0\rangle = \cos \theta |1\rangle - \sin \theta |2\rangle \quad (2.2.4)$$

$$|a^-\rangle = \sin \theta \cos \phi |1\rangle - \sin \phi |3\rangle + \cos \theta \cos \phi |2\rangle. \quad (2.2.5)$$

Svojstvene vrednosti stanja $|a^+\rangle$ i $|a^-\rangle$ u odnosu na stanje $|a^0\rangle$ su šiftovane na gore i dole za vrednost

$$E_{\pm} = \frac{\hbar}{2}(\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 + \Omega_p^2 + \Omega_c^2}). \quad (2.2.6)$$

Stanja $|a^{\pm}\rangle$ sadrže komponente sva tri atomska stanja, dok stanje $|a^0\rangle$ nema doprinos stanja $|3\rangle$ i zbog toga je ovo stanje - tamno stanje, jer atom koji se prevede u ovo stanje ne može da se ekscituje u stanje $|3\rangle$.

U specijalnom slučaju obučenih stanja, kada je probno polje slabog intenziteta, a kontrolno velikog intenziteta $\Omega_p \ll \Omega_c$, dobija se da je $\sin \theta \rightarrow 0$ i $\cos \theta \rightarrow 1$, pa tamno stanje postaje identično osnovnom stanju $|a^0\rangle = |1\rangle$, sa kog se ne može desiti ekscitacija. Ukoliko su dodatno, polja podešena tako da su u rezonanci sa datim prelazima ($\Delta = 0$), sledi da je $\tan \phi \rightarrow 1$, odnosno $\phi = \frac{\pi}{4}$, pa su obučena stanja data na sledeći način:

$$|a^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle + |3\rangle) \quad (2.2.7)$$

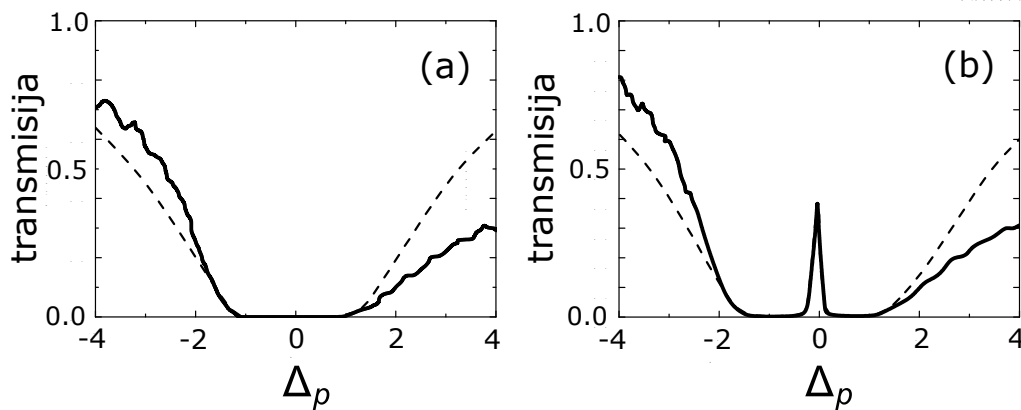
$$|a^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle - |3\rangle). \quad (2.2.8)$$

Ova obučena stanja su uobičajena stanja relevantna za pojavu EIT efekta koja se javljaju u limitu jakog kontrolnog i slabog probnog polja. Ipak, iz gornjih jednačina se vidi da će tamno stanje u lambda konfiguraciji postojati i za dva jaka polja.

Za EIT efekat su pre svega bitne promene koje nastaju u materijalu koje su povezane sa linearnim i nelinearnim optičkim osobinama. Kao što će se videti u nastavku ove disertacije, oblik funkcije linearne susceptibilnosti u sebi sadrži mnoge

bitne osobine koje karakterišu EIT efekat. Ova veličina predviđa i Autler-Townes-ovo razdvajanje atomskih rezonanci, kao i pojavu da za dvo-fotonsku Raman-ovu rezonancu u idealnom limitu kada je $\gamma_{21} = 0$, i realni i imaginarni deo linearne susceptibilnosti postaju jednake nuli, bez obzira na jačine laserskih polja. U slučaju kada je $|\Omega_c| > \gamma_{31}$, apsorpciona kriva zapravo opisuje Autler-Townes-ovo razdvajanje. Za slučaj kada važi $|\Omega_c| \ll \gamma_{31}$, dobija se uzak transparentni prozor, pri čemu su širine apsorpcionih pikova mnogo manje od γ_{31} (veličina koja inače karakteriše širinu apsorpcionih pikova). U drugom slučaju je očigledno da su modifikacije linearne susceptibilnosti posledica fenomena kvantne interferencije, a ne prostog razdvajanja rezonanci.

Sva teorijska razmatranja o kojima je do sada bilo reči, proverena su eksperimentalno u više laboratorija na različitim sistema - od atomskih para do magnetno zarobljenih atoma Bose–Einstein-ovih kondenzata. Prvi eksperimentalni rezultati dobijeni u ovoj oblasti [24] koji pokazuju ovaj efekat su predstavljeni na slici 6.



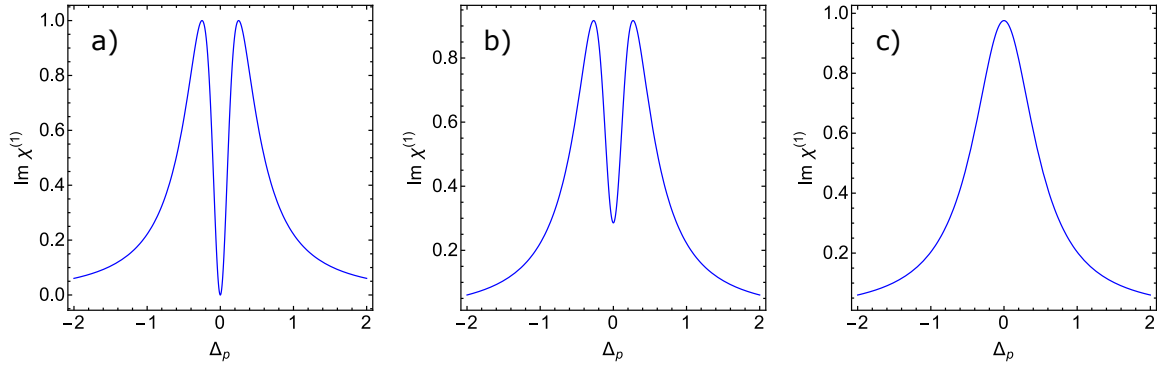
Slika 6: Zavisnost transmisije od razdešenosti probnog polja dobijen u prvoj eksperimentalnoj demonstraciji EIT efekta na atomima stroncijuma. (a) Transmisija kroz ćeliju stroncijuma bez kontrolnog polja, (b) transmisija kroz ćeliju stroncijuma u prisustvu kontrolnog polja. Isprekidana linija se odnosi na teorijske, a puna linija na eksperimentalne rezultate. [24]

U realnim atomskim sistemima, a posebno u poluprovodnicima i "veštačkim" atomima koeficijent raspada za zabranjen prelaz $|1\rangle - |2\rangle$ je različit od nule, bilo usled atomskih sudara, bilo zbog interakcije sa fononima u kristalnoj rešetki. Međutim, čak i u tom slučaju kada je $\gamma_{21} \neq 0$, sve važne karakteristike EIT efekta ostaju očuvane, ukoliko Rabijeva frekvenca kontrolnog polja zadovoljava uslov

$$|\Omega_c|^2 \gg \gamma_{31}\gamma_{21}. \quad (2.2.9)$$

Na slici 7 su prikazani imaginarni delovi linearnog dela susceptibilnosti za slučajeve

kada je a) $\gamma_{21} = 0$, b) $\gamma_{21} = 0.1\gamma_{31}$ i c) $\gamma_{21} = 10\gamma_{31}$, dok je za Rabijevu frekvencu uzeto $\Omega_c = 0.5\gamma_{31}$.



Slika 7: Apsorpcija probnog polja za sledeće vrednosti koeficijenta raspada: a) $\gamma_{21} = 0$, b) $\gamma_{21} = 0.1\gamma_{31}$ i c) $\gamma_{21} = 10\gamma_{31}$, i Rabijevu frekvencu $\Omega_c = 0.5\gamma_{31}$.

Sa ovih grafika se može zaključiti, da ukoliko je ispunjen uslov (2.2.9) - slika 7b, apsorpcioni profil ostaje sličan idealnom slučaju - slika 7a. Transparentnost za nultu razdešenost nije više jednaka nuli, i postojanje koeficijenta raspada γ_{21} predstavlja fundamentalnu granicu za mnoge EIT primene. U slučaju kada je $\gamma_{21} \gg \gamma_{31}$ - slika 7c, apsorpcioni minimum nestaje.

2.3 Koherentno zarobljavanje naseljenosti

Jedan od efekata koji je usko vezan sa efektom elektromagnetno indukovane transparentnosti je efekat *koherentnog zarobljavanja naseljenosti*. I u ovom slučaju, kao i u slučaju obučenih stanja kod EIT-a, dva svojstvena stanja ukupnog Hamiltonijana $H = H_0 + H_{int}$ se mogu izraziti preko atomskih svojstvenih stanja. Interakcioni član je pri tome dat na sledeći način $H_{int} = V_1 + V_2$, gde je $V_1 = \hbar\Omega_p(|1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|)$ i $V_2 = \hbar\Omega_c(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|)$, za slučaj Λ konfiguracije. Ispostavlja se da ova svojstvena stanja predstavljaju simetričnu i antisimetričnu koherentnu superpoziciju dva najniža atomska stanja i imaju oblik

$$|+\rangle = \frac{\Omega_p}{\Omega'}|1\rangle + \frac{\Omega_c}{\Omega'}|2\rangle \quad (2.3.1)$$

$$|-\rangle = \frac{\Omega_p}{\Omega'}|1\rangle - \frac{\Omega_c}{\Omega'}|2\rangle, \quad (2.3.2)$$

gde je

$$\Omega' = \sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_c^2}. \quad (2.3.3)$$

Ono što je važno primetiti ovde, je to da se atomsko stanje $|3\rangle$ ne javlja u ovim superpozicijama. Na ovaj način, jedno od gore pomenutih svojstvenih stanja sistema

atom-polje, $|+\rangle$ ostaje povezano sa međustanjem $|3\rangle$ preko električne dipolne interakcije. S druge strane, stanje $|-\rangle$ postaje "dekuplovano" od stanja $|3\rangle$ i zbog toga se naziva i "tamno", odnosno "zarobljeno" stanje. Činjenica da jedno od ovih stanja ostaje u interakciji sa poljem, a drugo postaje "dekuplovano", se može analitički pokazati računanjem dipolnih momenata između stanja $|+\rangle$ i $|-\rangle$ sa preostalim atomskim stanjem. Ukoliko su intenziteti laserskih polja Ω_p i Ω_c u odgovarajućem odnosu, znak "-" u superpoziciji stanja $|1\rangle$ i $|2\rangle$ koje formiraju stanje $|-\rangle$ će dovesti do toga da odgovarajući dipolni moment postane jednak nuli, tj. dva člana koja daju doprinos prelasku između stanja $|3\rangle$ i $|-\rangle$ su istog intenziteta, ali različitog znaka. Zbog svega navedenog stanje $|-\rangle$ se obično naziva *ne-kuplovano* (non-coupled) stanje i označava sa $|NC\rangle$, dok se stanje $|+\rangle$ naziva *kuplovano* (coupled) i označava sa $|C\rangle$. Pod pretpostavkom da se dostigne stacionarno stanje, stanje $|NC\rangle$ će sadržati svu populaciju sistema zbog procesa optičkog pumpanja, tj. zbog spontane emisije sa stanja $|3\rangle$ doći će do povećanja naseljenosti nivoa $|NC\rangle$, dok je proces apsorpcije i ekscitacije sa stanja $|NC\rangle$ onemogućen, a time i proces depopulacije ovog stanja.

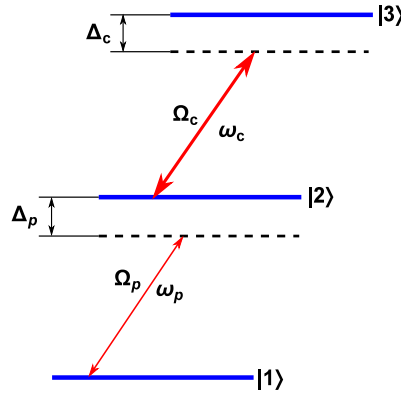
U koherentnom zarobljavanju naseljenosti - KZN (na engleskom *coherent population trapping* - CPT), interferencioni efekti nastaju usled delovanja oba laserska polja, pošto oni imaju uporedive intenzitete. Ukoliko je jedno polje dosta većeg intenziteta u odnosu na drugo $\Omega_p \ll \Omega_c$, jedini bitni interferencioni efekti su oni usled procesa koji nastaju delovanjem polja Ω_c . Ovo je već opisana situacija za realizaciju EIT efekta, i ovde se vidi tesna veza između EIT i KZN, koja je takođe bila predmet izučavanja različitih autora [139, 140]. Veliki broj radova koji se bavi proučavanjem KZN efekta, za nivoe $|1\rangle$ i $|2\rangle$ koristi Zeeman-ove ili hiperfine podnivoe osnovnog stanja, tako da su u početku oba ova nivoa naseljena. Za razliku od ovog slučaja, pri realizaciji EIT-a, stanje $|2\rangle$ je ekscitovano stanje i u početnom trenutku nije naseljeno. Poređenje između EIT-a i KZN-a je moguće raditi i u smislu vremena koje je potrebno da dođe do određenog efekta. Kod KZN-a vremenska skala na kojoj dolazi do zarobljavanja naseljenosti u stanju $|NC\rangle$ je nekoliko radijacionih vremena života, dok je vreme uspostavljanja EIT efekta reda veličine $1/\Omega_2$, što je obično mnogo brže.

2.4 Veza između veličina na mikro i makro nivou

Većina razmatranja do sada se odnosila na dešavanja na mikronivou u interakciji između laserskih polja i atoma. Potrebno je međutim videti kako ovi efekti utiču na makroskopske efekte kao što je apsorpcija, disperzija, promena brzine svetlosti itd.

Informacija o koherenciji se može dobiti iz nedijagonalnih elemenata matrice gustine ρ_{ij} . Ovi matrični elementi igraju veoma važnu ulogu u evoluciji sistema u kome atom interaguje sa elektromagnetnim poljem. Metod u kome se javlja matrica gustine

je korišćen u mnogim izračunavanjima atomskih koherentnih efekata u nelinearnoj optici. Ovim pristupom se jednostavno mogu uključiti i efekti spontane emisije, koji izazivaju depopulaciju određenih nivoa. Iako sada već standardizovan način za izračunavanja osobina sredine pod gore pomenutim uslovima, formalizam matrice gustine nije jedini način izračunavanja potrebnih veličina. Mnoga istraživanja su vršena i preko amplituda verovatnoće [90, 141, 142], preko Feynman-ovih dijagrama [140, 143] ili pomoću kvantnih skokova [144]. Svi ovi pristupi su suštinski ekvivalentni i daju identične rezultate.



Slika 8: Standardna šema u kaskadnoj konfiguraciji za realizaciju EIT efekta, sa prikazanim svim relevantnim parametrima spoljašnjih polja.

Relevantne matrične elemente matrice gustine je moguće izračunati pomoću jednačina evolucije sistema - Liouville-ovih jednačina [145, 146]. Ove jednačine će zavisiti od parametara sistema koje je moguće kontrolisati u eksperimentima. Ove veličine su predstavljene na slici 8. Razdešenosti polja $\mathcal{E}_p$ sa frekvencom ω_p , i polja $\mathcal{E}_c$ sa frekvencom ω_c u odnosu na odgovarajuće prelaze iznose $\Delta_p = \omega_{21} - \omega_p$ i $\Delta_c = \omega_{32} - \omega_c$, respektivno. Odgovarajuće Rabijske frekvence su Ω_p i Ω_c . Pored parametara koji karakterišu lasere, EIT će takođe zavisiti i od parametara kvantnog sistema na koji laseri deluju. Pojava EIT efekta se povezuje sa vrednošću matričnog elementa ρ_{12} čiji i realni i imaginarni deo postaju jednaki nuli za nerazdešene lasere. Vrednost ovog matričnog elementa se može dobiti iz spregnutih diferencijalnih jednačina koje povezuju matrične elemente ρ_{12} , ρ_{23} i ρ_{13} matrice gustine. Rešavanje ovih spregnutih jednačina je moguće različitim analitičkim i numeričkim metodama. U režimu stacionarnog stanja, svi izvodi u ovim jednačinama će biti jednaki nuli, pa se ovaj sistem spregnutih jednačina značajno pojednostavljuje. Ovakav sistem jednačina se u nekim slučajevima može rešiti egzaktno analitičkim metodama, dok se u nekim slučajevima ovaj problem može rešavati perturbacionim metodama, uz pretpostavku da je kontrolno polje Ω_c mnogo jače od probnog polja, ili se pak mogu upotrebiti razni numerički metodi. U ovoj disertaciji će biti reči samo o problemima koji se tiču sta-

cionarnog stanja. Vremenski zavisna izračunavanja ovih veličina su pre svega bitna kada se radi sa laserima sa vremenski promenljivim intenzitetima i za modelovanje problema u kojima se koriste pulsni laseri. Rad na ovakvim problemima predstavlja temu za dalja istraživanja o kojima neće biti reči u ovoj disertaciji.

Kako bi razumeli modifikacije optičkih osobina sredine (apsorpciju ili pojačanje, kao i disperziju i nelinearne efekte) potrebno je ispitati linearne i nelinearne optičke susceptibilnosti, a ne samo matrične elemente matrice gustine same po sebi. Polarizacija na makroskopskom nivou koja se odnosi na frekvencu prelaza ω_{21} se može povezati sa mikroskopskom koherencijom ρ_{12} preko izraza

$$P_{12} = Nd_{12}\rho_{12}, \quad (2.4.1)$$

gde je N broj atoma u osnovnom stanju u sredini, a d_{12} dipolni matrični element povezan sa odgovarajućim kvantnim prelazom [136]. Ova relacija se može primeniti za sve sredine u kojima se međusobne dipol-dipolne interakcije mogu zanemariti. Na ovaj način se imaginarni i realni deo susceptibilnosti mogu na direktan način dovesti u vezu sa ρ_{12} . Važno je napomenuti da se pri ovakvom razmatranju mikroskopske koherencije posmatraju kvantno mehanički, dok se elektromagnetna polja posmatraju klasično i opisuju Maxwell-ovim jednačinama. Za neke potrebe [147, 148] moguće je razviti pun kvantno mehanički pristup. Međutim za sve razmatrane probleme u ovoj disertaciji poluklasični pristup je adekvatan, pri čemu su spontani raspadi dodati fenomenološki.

2.5 Spora i ultraspora svetlost

Sa pojavom EIT efekta dolazi i do usporavanja grupne brzine svetlosti u skladu sa jednačinom [91]

$$v_g = \left. \frac{d\omega_p}{dk_p} \right|_{\Delta_p=0} = \frac{c}{n + \omega_p(dn/d\omega_p)}, \quad (2.5.1)$$

pri čemu je indeks prelamanja dat sa

$$n = \sqrt{1 + \text{Re}[\chi]}. \quad (2.5.2)$$

Za vrednost razdešenosti $\Delta_p = 0$, imaginarni deo susceptibilnosti može imati nultu vrednost, odnosno imamo savršenu transparentnost, a baš na toj vrednosti grupni indeks može imati veoma velike vrednosti u poređenju sa jedinicom i moguće je postići veoma male grupne brzine svetlosti. Kao što je već bilo reči, ove veoma male brzine su eksperimentalno realizovane, kako na atomskim parama i Bose–Einstein-ovim kondenzatima, tako i u materijalima čvrstog stanja [149].

Usporeenje svetlosnog pulsa bez apsorpcije sa sobom donosi i dodatne važne efekte. Kada svetlosni puls ulazi u sredinu sa ovakvim karakteristikama on postaje prostorno sabijen za faktor za koji je brzina svetlosti u toj sredini manja od brzine svetlosti u vakuumu [120]. Ovo komprimovanje nastaje jer deo pulsa koji prvi ulazi u sredinu ima mnogo manju brzinu od zadnjeg dela pulsa. Obrnuto se dešava kada puls napušta sredinu sa ovakvim specijalnim karakteristikama. U radu [120] puls je eksperimentalno komprimovan sa skale koja se izražava u kilometrima na milimetarsku skalu.

Prilikom usporavanja svetlosti, samo mali deo energije početnog pulsa ostaje elektromagnetne prirode, tj. veći deo ove elektromagnetne energije se privremeno skladišti u kombinovanom sistemu atoma i kontrolnog polja. Pre nego što puls probnog laserskog polja interaguje sa atomima sa tri nivoa, kontrolno polje "priprema" sve atome u stanju $|1\rangle$ određenim tehnikama. Kada prednji deo laserskog pulsa dođe do atoma, atom koji je u početku bilo u stanju $|1\rangle$ prelazi u superpoziciju stanja $|1\rangle$ i $|2\rangle$. U ovom procesu, deo energije probnog polja se prenosi na atome i kontrolno polje. Kada je maksimalna energija probnog polja preneti i maksimalna verovatnoća preneti na stanje $|2\rangle$, transfer energije prestaje i počinje u suprotnom smeru. Na taj način se energija vrati probnom puls pre napuštanja uzorka. Step prenos oве energije probnog polja na sistem atomi-kontrolno polje zavisi od intenziteta kontrolnog polja. Što je kontrolno polje jače, ovaj prenos energije je intenzivniji i usporeenje probnog polja veće (a sa tim je veće i vreme kašnjenja pulsa kroz uzorak).

Može se ipak pokazati da nije moguće u potpunosti zaustaviti laserski puls svetlosti koristeći EIT pomoću stacionarnog kontrolnog polja i u nepokretnoj sredini. Iz jednačina koje opisuju EIT efekat u ovom slučaju bi sledilo da širina transparentnog prozora postaje jednaka nuli, što dovodi do potpune apsorpcije probnog laserskog pulsa.

2.6 Eksperimenti i eksperimentalna ograničenja

2.6.1 Eksperimenti sa pulsnim laserima

Prvi realizovani eksperiment u kome je demonstriran efekat EIT-a je urađen od strane Harris-a i njegove grupe na Stanfordu na atomskim sistemima stroncijuma [24] i olova [150]. U oba ova eksperimenta korišćeni su pulsni laseri.

U eksperimentu sa stroncijumom korišćena je Λ konfiguracija i sledeća stanja: stanje 1P_1 (5s5p), kao stanje $|1\rangle$, autojonizaciono stanje 1D_2 (4d5d), kao stanje $|2\rangle$ i metastabilno stanje 1D_2 (4d5p) kao stanje $|3\rangle$. Kao probni laser čiju apsorpciju treba eliminisati korišćen je laser frekvence 337.1 nm, dok je kao kontrolni laser korišćen laser frekvence 570.3 nm. U eksperimentu je pokazano da kada je uključen samo

probni laser, sredina je skoro potpuno neprozračna, tj. ima propustljivost od oko $e^{-20 \pm 1}$. Kada je uključen i kontrolni laser, transmisija probnog lasera je povećana do vrednosti $e^{-1 \pm 0.1}$. U radu je istaknuto da bi povećanje transparentnosti bilo samo do vrednosti e^{-7} ukoliko bi uzrok transparentnosti bio Autler-Townes-ovo razdvajanje i na taj način dokazano da interferencioni efekti ovde igraju ključnu ulogu.

U eksperimentu sa olovom, EIT efekat je demonstriran na sistemu sa tri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji. Korišćena su sledeća energijska stanja atoma: stanje 3P_0 ($6s^26p^2$) kao osnovno stanje $|1\rangle$, 3P_1 ($6s^26p7s^3$) kao ekscitovano stanje $|2\rangle$ i najviše stanje 3D_1 ($6s^26p7p$) kao stanje $|3\rangle$, dok je korišćeni laser imao frekvencu 1064 nm.

2.6.2 Eksperimenti sa kontinualnim laserima

Glavna motivacija za eksperimente sa EIT koristeći kontinualne lasere je u potencijalnoj izradi lasera u određenim domenima frekvenci u kojima do sada to nije bilo moguće.

Prvi eksperimenti u ovoj oblasti sa kontinualnim laserima su izvršeni u Arkanzasu sa rubidijumovim atomima u Λ konfiguraciji i u St Andrew-su (u Škotskoj) u kaskadnoj konfiguraciji [151, 152, 153, 154, 155, 156]. U rubidijumovom atomu je iskorišćena Λ konfiguracija sa sledećim nivoima: osnovni nivo $5S_{1/2}$, gde su uzeta dva hiperfina nivoa sa $F = 1$ i $F = 2$, i pobuđeno stanje $5P_{1/2}$ sa $F = 1$. Energijsko rastojanje dva hiperfina nivoa je bilo 6837 MHz, a korišćeni laser je imao frekvencu 780 nm. U eksperimentu sa kaskadnom konfiguracijom korišćeni su nivoi $5S_{1/2}$, $5P_{3/2}$ i $5D_{5/2}$, kao nivoi $|1\rangle$, $|2\rangle$ i $|3\rangle$, respektivno, dok su korišćeni laseri imali frekvence 780 nm i 775 nm.

Nakon ovih početnih eksperimenata sa atomskim parama, slični eksperimenti su počeli da se realizuju sa rubidijumovim i cezijumovim atomima u Λ konfiguraciji, koristeći magneto-optičke zamke (na engleskom *magneto-optical trap* - MOT). Prednost ovakvih sistema je taj što su atomi na veoma niskim temperaturama i na taj način su Doppler-ova širenja skoro zanemarljiva, a značajno se redukuju i deekscitacije usled sudara atoma, jer i njih ima zanemarljivo malo. Na taj način, ovi sistemi postaju skoro idealni sa stanovišta realizacije EIT efekta.

3 Master jednačine i susceptibilnost

Elektromagnetno indukovana transparentnost se može realizovati u različitim kvantnim sistemima sa različitim brojem diskretnih energijskih nivoa. U ovoj disertaciji će najpre biti predstavljena tri tipa konfiguracija sa tri nivoa - lambda, kaskadna (ili lestvičasta) i V konfiguracija. Zatim će biti predstavljeni sistemi sa četiri nivoa - kaskadna i Y konfiguracija, u kojima se javljaju dodatni kvantno-interferencioni efekti.

Master jednačine, koje se još nazivaju i optičke Bloch-ove jednačine, koriste se pri rešavanju opšte grupe problema, koji uključuju interakcije između malih i velikih sistema. U ovom slučaju mali sistem je konfinirani atom, a veliki sistem predstavlja kontinuum elektromagnetnog polja. Pomoću ovih jednačina se ne vrše izračunavanja dinamike polja (velikog sistema), već samo njegov uticaj na dinamiku atomskog sistema (malog sistema).

U slučajevima kada se master jednačine mogu primeniti, neophodno je da interakciona energija laser-sistem podeljena sa Planck-ovom konstantom, daleko prevazilazi vrednost karakteristične širine apsorpcionog profila sistema (atoma/veštačkog atoma) kada lasersko polje nije prisutno. U slučajevima koji se razmatraju u ovom radu, ovaj uslov je ispunjen.

Master jednačine, koje opisuju sistem u Schrödinger-ovoj slici, dobijaju se iz kvantne Liouville-ove jednačine (ili von Neumann-ove jednačine), koja predstavlja jednačinu kretanja za matricu gustine sistema

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho]. \quad (3.0.1)$$

Da bi se u obzir uzele i nekoherentne interakcije, kakva je npr. spontana emisija, u prethodnu jednačinu se dodaje još jedan član, tako da ona postaje

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \mathcal{L}\rho, \quad (3.0.2)$$

pri čemu je operator $\mathcal{L}$ dat sa

$$\mathcal{L}\rho = \sum_{i,j} \gamma_{ij} (2S_{ij}\rho S_{ji} - S_{ji}S_{ij}\rho - \rho S_{ji}S_{ij}), \quad (3.0.3)$$

dok se eksplicitan oblik ovog dela određuje posebno za svaki konkretni sistem. U gornjoj relaciji, veličine γ_{ij} opisuju brzine dekoherencije između stanja $|i\rangle$ i $|j\rangle$, koji potiču od spontane emisije i izračunavaju se po formuli

$$\gamma_{ij} = \frac{4}{3}\alpha^3\omega_{ij}^3|d_{ij}|^2, \quad (3.0.4)$$

gde je α konstanta fine strukture, dok S_{ij} predstavlja operator definisan kao

$$S_{ij} = |i\rangle\langle j|. \quad (3.0.5)$$

Hamiltonijan sistema u jednačini (3.0.2) predstavlja sumu Hamiltonijana koji opisuju atom i člana koji opisuju interakciju sa elektromagnetnim poljem

$$H = H_A + V_{int}, \quad (3.0.6)$$

pri čemu je Hamiltonijan koji opisuju slobodan atom dat sa

$$H_A = \sum_{i=1}^N \hbar \omega_i S_{ii}, \quad (3.0.7)$$

a član koji opisuju interakciju sa elektromagnetnim poljem sa

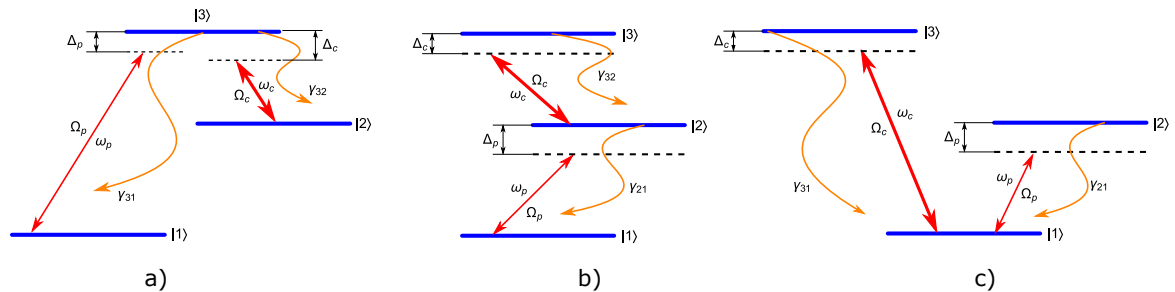
$$V_{int} = -\vec{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}_i(t). \quad (3.0.8)$$

U gornjoj relaciji je iskorišćena takozvana dipolna aproksimacija. Energije atomskih nivoa $E_i = \hbar \omega_i$ će se u daljem razmatranju smatrati poznatim, a posebna pažnja njihovom određivanju u zavisnosti od sistema koji se razmatra će biti posvećena u četvrtom odeljku ove disertacije.

U delovima koji slede ukupni Hamiltonijani za sisteme koji opisuju i atomski deo i interakciju sa elektromagnetnim poljem u interakcionoj slici, biće napisani u rotirajućem sistemu reference i uz korišćenje dipolne aproksimacije i aproksimacije rotirajućih talasa (na engleskom *rotating wave approximation* - RWA) [8].

3.1 Interakcija laserskog zračenja sa atomskim sistemom sa tri nivoa

Kao što je već rečeno u prethodnom odeljku ove glave, EIT efekat se može realizovati na različitim kvantnim sistemima i sa učešćem različitog broja kvantnih energijskih nivoa. Najistraživaniji sistemi su oni koji se sastoje od tri energijska nivoa. Tri moguće konfiguracije sa tri energijska nivoa su predstavljene na slici 9.



Slika 9: Dijagrami tri moguće konfiguracije u sistemu sa tri energijska nivoa: a) Λ , b) kaskadna i c) V.

3.1.1 Hamiltonijan za lambda, kaskadnu i V konfiguraciju

Za kvantni sistem u Λ konfiguraciji, ukupan Hamiltonijan sistema koji opisuje i atomski deo i interakciju sa elektromagnetnim poljem ima oblik

$$\begin{aligned} H_\Lambda = & + \hbar\Delta_p|3\rangle\langle 3| + \hbar(\Delta_p - \Delta_c)|2\rangle\langle 2| \\ & - \hbar\Omega_p|1\rangle\langle 3| - \hbar\Omega_p|3\rangle\langle 1| - \hbar\Omega_c|2\rangle\langle 3| - \hbar\Omega_c|3\rangle\langle 2|, \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

odnosno, u matričnom obliku

$$H_\Lambda = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_p & 0 \\ -\Omega_p & \Delta_p & -\Omega_c \\ 0 & -\Omega_c & \Delta_p - \Delta_c \end{bmatrix}, \quad (3.1.2)$$

pri čemu su $\Delta_p = \omega_{31} - \omega_p$ i $\Delta_c = \omega_{32} - \omega_c$ razdešenosti lasera, a $\Omega_p = \vec{d}_{31} \cdot \vec{\mathcal{E}}_p / 2\hbar$ i $\Omega_c = \vec{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_c / 2\hbar$ Rabijeve frekvence koje karakterišu intenzitet interakcije atoma sa odgovarajućim laserskim poljima.

Hamiltonijan za kaskadnu konfiguraciju ima oblik

$$\begin{aligned} H_\Xi = & + \hbar\Delta_p|2\rangle\langle 2| + \hbar(\Delta_p + \Delta_c)|3\rangle\langle 3| \\ & - \hbar\Omega_p|1\rangle\langle 2| - \hbar\Omega_p|2\rangle\langle 1| - \hbar\Omega_c|2\rangle\langle 3| - \hbar\Omega_c|3\rangle\langle 2|, \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

$$H_\Xi = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_p & 0 \\ -\Omega_p & \Delta_p & -\Omega_c \\ 0 & -\Omega_c & \Delta_p + \Delta_c \end{bmatrix}, \quad (3.1.4)$$

pri čemu su $\Delta_p = \omega_{21} - \omega_p$ i $\Delta_c = \omega_{32} - \omega_c$ razdešenosti lasera, a $\Omega_p = \vec{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_p / 2\hbar$ i $\Omega_c = \vec{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_c / 2\hbar$ Rabijeve frekvence, dok za V konfiguraciju Hamiltonijan ima oblik

$$\begin{aligned} H_V = & + \hbar\Delta_p|2\rangle\langle 2| + \hbar\Delta_c|3\rangle\langle 3| \\ & - \hbar\Omega_p|1\rangle\langle 2| - \hbar\Omega_p|2\rangle\langle 1| - \hbar\Omega_c|1\rangle\langle 3| - \hbar\Omega_c|3\rangle\langle 1|, \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

$$H_V = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_p & -\Omega_c \\ -\Omega_p & \Delta_p & 0 \\ -\Omega_c & 0 & \Delta_c \end{bmatrix}, \quad (3.1.6)$$

pri čemu su $\Delta_p = \omega_{21} - \omega_p$ i $\Delta_c = \omega_{31} - \omega_c$ razdešenosti lasera, a $\Omega_p = \vec{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_p / 2\hbar$ i $\Omega_c = \vec{d}_{31} \cdot \vec{\mathcal{E}}_c / 2\hbar$ Rabijeve frekvence.

Zamenom Hamiltonijana (3.1.2) i uključivanjem spontanih raspada u jednačinu (3.0.2) dobija se sledeći sistem spregnutih diferencijalnih master jednačina za Λ kon-

figuraciju sa tri nivoa

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= i\Omega_p\rho_{31} - i\Omega_p\rho_{13} + \gamma_{13}\rho_{33} \\
\dot{\rho}_{22} &= i\Omega_c\rho_{32} - i\Omega_c\rho_{23} + \gamma_{23}\rho_{33} \\
\dot{\rho}_{12} &= i\Omega_p\rho_{31} - i\Omega_c\rho_{13} + i(\Delta_p - \Delta_c)\rho_{12} \\
\dot{\rho}_{13} &= i\Omega_p(\rho_{33} - \rho_{11}) - i\Omega_c\rho_{12} + i(\Delta_p - \gamma_{13} - \gamma_{23})\rho_{13} \\
\dot{\rho}_{23} &= i\Omega_c(\rho_{33} - \rho_{22}) - i\Omega_p\rho_{21} + i(\Delta_c - \gamma_{13} - \gamma_{23})\rho_{23}.
\end{aligned} \tag{3.1.7}$$

Zamenom (3.1.3) i (3.0.3) u (3.0.2) za kaskadnu konfiguraciju sa tri nivoa se dobija sledeći sistem master jednačina

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= 2\gamma_{21}\rho_{11} + i(\rho_{12} - \rho_{21})\Omega_p \\
\dot{\rho}_{33} &= -2\gamma_{32}\rho_{33} - i(\Omega_c\rho_{23} - \Omega_c\rho_{32}) \\
\dot{\rho}_{21} &= -\gamma_{21}\rho_{21} + i(\Delta_p\rho_{21} - \Omega_c\rho_{31} - \Omega_p\rho_{11} + \Omega_p\rho_{22}) \\
\dot{\rho}_{31} &= -\gamma_{32}\rho_{31} + i((\Delta_p + \Delta_c)\rho_{31} - \Omega_c\rho_{21} + \Omega_p\rho_{32}) \\
\dot{\rho}_{32} &= -\gamma_{21}\rho_{32} - \gamma_{32}\rho_{32} + i(\Delta_c\rho_{32} - \Omega_c\rho_{22} + \Omega_c\rho_{33} + \Omega_p\rho_{31}).
\end{aligned} \tag{3.1.8}$$

Zamenom (3.1.6) i (3.0.3) u (3.0.2) za V konfiguraciju sa tri nivoa se dobija sledeći sistem master jednačina

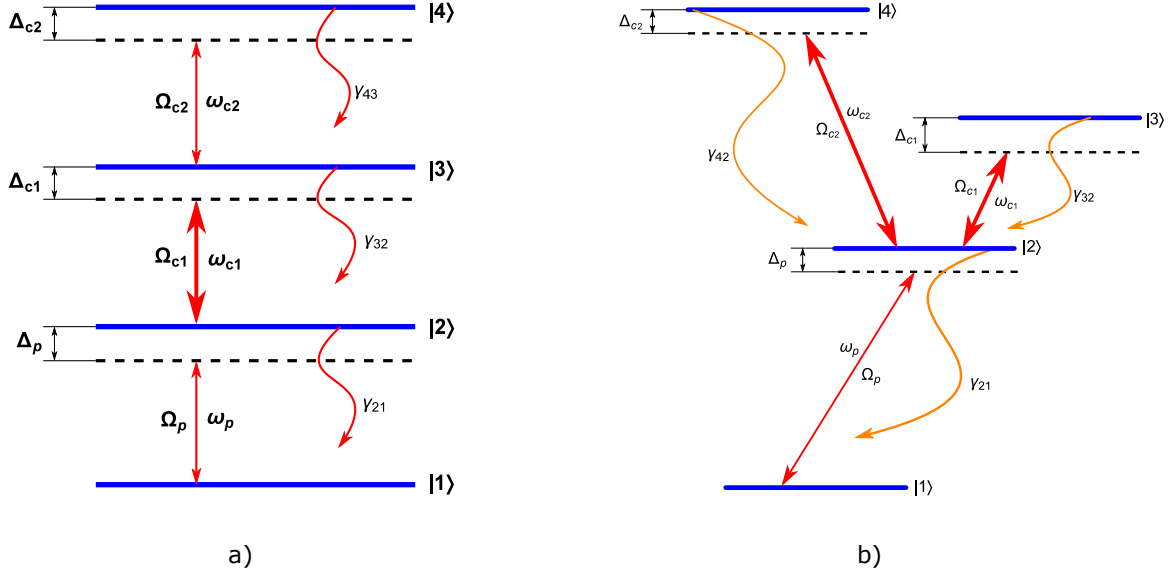
$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= \gamma_{12}\rho_{12} + \gamma_{13}\rho_{33} + i\rho_{21}\Omega_c + i\rho_{31}\Omega_p - i\rho_{12}\Omega_c - i\rho_{13}\Omega_p \\
\dot{\rho}_{22} &= -\gamma_{12}\rho_{22} + i\rho_{12}\Omega_c - i\rho_{21}\Omega_c \\
\dot{\rho}_{12} &= i\Omega_c(\rho_{22} - \rho_{11}) + i\Omega_p\rho_{32} + (i\Delta_c - \gamma_{12})\rho_{12} \\
\dot{\rho}_{13} &= i\Omega_p(\rho_{33} - \rho_{11}) + i\Omega_c\rho_{23} + (i\Delta_c - \gamma_{12})\rho_{12} \\
\dot{\rho}_{32} &= i\Omega_c\rho_{13} - i\Omega_p\rho_{21} + (i\Delta_p - i\Delta_c - \gamma_{12} - \gamma_{13})\rho_{23}.
\end{aligned} \tag{3.1.9}$$

3.2 Interakcija laserskog zračenja sa atomskim sistemom sa četiri nivoa

U ovoj disertaciji će biti reči o realizaciji EIT efekta, kao i o apsorpcionim i disperzionim karakteristikama na kvantnim sistemima sa četiri energijska nivoa. Dve različite konfiguracije sa četiri nivoa koje će biti tema istraživanja u ovom radu su kaskadna i Y konfiguracija, i one su predstavljene na slici 10.

3.2.1 Hamiltonijan za kaskadnu konfiguraciju

Za kvantni sistem sa četiri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji, ukupan Hamiltonijan sistema koji opisuje i atomski deo i interakciju sa elektromagnetnim poljem ima oblik



Slika 10: Dijagrami konfiguracija sa četiri energijska nivoa: a) kaskadna, b) Y.

$$\begin{aligned}
H_{\Xi} = & + \hbar \Delta_p |2\rangle\langle 2| + \hbar(\Delta_p + \Delta_{c1}) |3\rangle\langle 3| + \hbar(\Delta_p + \Delta_{c1} + \Delta_{c2}) |4\rangle\langle 4| \quad (3.2.1) \\
& - \hbar \Omega_p |1\rangle\langle 2| - \hbar \Omega_p |2\rangle\langle 1| - \hbar \Omega_{c1} |2\rangle\langle 3| - \hbar \Omega_{c1} |3\rangle\langle 2| \\
& - \hbar \Omega_{c2} |3\rangle\langle 4| - \hbar \Omega_{c2} |4\rangle\langle 3|,
\end{aligned}$$

odnosno, u matričnom obliku

$$H_{\Xi} = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_p & 0 & 0 \\ -\Omega_p & \Delta_p & -\Omega_{c1} & 0 \\ 0 & -\Omega_{c1} & \Delta_p + \Delta_{c1} & -\Omega_{c2} \\ 0 & 0 & -\Omega_{c2} & \Delta_p + \Delta_{c1} + \Delta_{c2} \end{bmatrix}. \quad (3.2.2)$$

Zamenom (3.2.2) i (3.0.3) u (3.0.2) za kaskadnu konfiguraciju sa četiri nivoa se dobija sledeći sistem master jednačina

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= 2\gamma_{21}\rho_{22} + i\Omega_p(\rho_{12} - \rho_{21}) \quad (3.2.3) \\
\dot{\rho}_{33} &= -2\gamma_{32}\rho_{33} + 2\gamma_{43}\rho_{44} - i(\Omega_{c1}\rho_{23} - \Omega_{c1}\rho_{32} - \Omega_{c2}\rho_{34} + \Omega_{c2}\rho_{43}) \\
\dot{\rho}_{44} &= -2\gamma_{43}\rho_{44} - i\Omega_{c2}(\rho_{34} - \rho_{43}) \\
\dot{\rho}_{21} &= -\gamma_{21}\rho_{21} + i(\Delta_p\rho_{21} - \Omega_{c1}\rho_{31} - \Omega_p\rho_{11} + \Omega_p\rho_{22}) \\
\dot{\rho}_{31} &= -\gamma_{32}\rho_{31} + i((\Delta_p + \Delta_{c1})\rho_{31} - \Omega_{c1}\rho_{21} + \Omega_p\rho_{32} - \Omega_{c1}\rho_{41}) \\
\dot{\rho}_{32} &= -\gamma_{21}\rho_{32} - \gamma_{32}\rho_{32} + i(\Delta_{c1}\rho_{32} - \Omega_{c1}\rho_{22} + \Omega_{c1}\rho_{33} + \Omega_p\rho_{31} - \Omega_{c2}\rho_{42}) \\
\dot{\rho}_{42} &= -\gamma_{32}\rho_{31} + i((\Delta_p + \Delta_{c1})\rho_{31} - \Omega_{c1}\rho_{21} + \Omega_p\rho_{32} - \Omega_{c1}\rho_{41}) \\
\dot{\rho}_{43} &= -\gamma_{32}\rho_{31} + i((\Delta_p + \Delta_{c1})\rho_{31} - \Omega_{c1}\rho_{21} + \Omega_p\rho_{32} - \Omega_{c1}\rho_{41}).
\end{aligned}$$

3.2.2 Hamiltonijan za Y konfiguraciju

Ukupan Hamiltonijan sistema koji opisuje i atomski deo i interakciju sa elektromagnetnim poljem u Y konfiguraciji, ima oblik:

$$\begin{aligned}
H_Y = & + \Delta_p |2\rangle\langle 2| + (\Delta_p + \Delta_{c1}) |3\rangle\langle 3| + (\Delta_p + \Delta_{c2}) |4\rangle\langle 4| \\
& - \frac{1}{2} \Omega_p |2\rangle\langle 1| - \frac{1}{2} \Omega_{c1} |3\rangle\langle 2| - \frac{1}{2} \Omega_{c2} |4\rangle\langle 2| - \\
& - \frac{1}{2} \Omega_p |1\rangle\langle 2| - \frac{1}{2} \Omega_{c1} |2\rangle\langle 3| - \frac{1}{2} \Omega_{c2} |2\rangle\langle 4|, \tag{3.2.4}
\end{aligned}$$

odnosno u matričnom obliku

$$H_Y = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\Omega_p}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega_p}{2} & \Delta_p & -\frac{\Omega_{c1}}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega_{c1}}{2} & \Delta_p + \Delta_{c1} & -\frac{\Omega_{c2}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{\Omega_{c2}}{2} & \Delta_p + \Delta_{c2} \end{bmatrix}. \tag{3.2.5}$$

gde su $\Delta_p = \omega_{21} - \omega_p$, $\Delta_{c1} = \omega_{32} - \omega_{c1}$ i $\Delta_{c2} = \omega_{42} - \omega_{c2}$ razdešenosti probnog i kontrolnih laserskih polja, respektivno i Ω_p , Ω_{c1} i Ω_{c2} Rabijeve frekvence koje karakterišu intenzitet interakcije atoma sa probnim i kontrolnim laserskim poljima: $\Omega_p = \vec{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_p / \hbar$, $\Omega_{c1} = \vec{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_{c1} / \hbar$ i $\Omega_{c2} = \vec{d}_{42} \cdot \vec{\mathcal{E}}_{c2} / \hbar$.

Polazeći od Hamiltonijana (3.2.5) i Liouville-ove jednačine za matricu gustine (3.0.2), gde je sa $\mathcal{L}\rho$ označen deo koji potiče od relaksacionih procesa i koji će u ovom delu imati opštiji oblik od jednačine (3.0.3), kako bi mogao da uključi i efekte spontano generisane koherentnosti

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\rho = & -\frac{1}{2} \gamma_{21} (\rho S_{22} + S_{22} \rho - 2 S_{12} \rho S_{21}) \\
& -\frac{1}{2} \gamma_{32} (\rho S_{33} + S_{33} \rho - 2 S_{23} \rho S_{32}) \\
& -\frac{1}{2} \gamma_{42} (\rho S_{44} + S_{44} \rho - 2 S_{24} \rho S_{42}) \\
& -\frac{1}{2} \eta (\rho S_{34} + S_{34} \rho - 2 S_{24} \rho S_{32}) \\
& -\frac{1}{2} \eta^* (\rho S_{43} + S_{43} \rho - 2 S_{23} \rho S_{42}), \tag{3.2.6}
\end{aligned}$$

dobijaju se master jednačine koje definišu dinamiku sistema u prisustvu laserskih polja. U prethodnom izrazu je $\eta = \sqrt{\gamma_{32} \gamma_{42}} \cos \theta$.

Po svojoj definiciji, Rabijeve frekvence su kompleksne veličine i mogu se zapisati na sledeći način: $\Omega_p = |\Omega_p| e^{-i\phi_p}$, $\Omega_{c1} = |\Omega_{c1}| e^{-i\phi_{c1}}$ i $\Omega_{c2} = |\Omega_{c2}| e^{-i\phi_{c2}}$, gde su ϕ_p , ϕ_{c1} i ϕ_{c2} faze probnog i kontrolnog polja respektivno. Bez umanjivanja opštosti za Rabijeve frekvence se mogu uzeti njihovi moduli, a njihove faze ugraditi u matrične elemente matrice gustine ρ . Uvođenjem oznaka $\sigma_{12} = \rho_{12} e^{-i\phi_p}$, $\sigma_{13} = \rho_{13} e^{-i(\phi_p + \phi_{c1})}$, $\sigma_{14} =$

$\rho_{14}e^{-i(\phi_p+\phi_{c2})}$, $\sigma_{23} = \rho_{23}e^{-i\phi_{c1}}$, $\sigma_{24} = \rho_{24}e^{-i\phi_{c2}}$, $\sigma_{34} = \rho_{34}e^{-i(\phi_{c1}-\phi_{c2})}$ (i odgovarajuće oznake koje se dobijaju kompleksnom konjugacijom navedenih izraza), $\sigma_{ii} = \rho_{ii}$ ($i = 1, 2, 3, 4$), iz (3.2.5), (3.2.6) i (3.0.2) dobijaju se sledeće master jednačine

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{i}{2}\Omega_p(\sigma_{21} - \sigma_{12}) + \gamma_{21}\sigma_{22}, \quad (3.2.7)$$

$$\dot{\sigma}_{33} = \frac{i}{2}\Omega_{c1}(\sigma_{23} - \sigma_{32}) - \gamma_{32}\sigma_{33} - \frac{1}{2}(\eta_{\Phi}\sigma_{34} + \eta_{\Phi}\sigma_{43}), \quad (3.2.8)$$

$$\dot{\sigma}_{44} = \frac{i}{2}\Omega_{c2}(\sigma_{24} - \sigma_{42}) - \gamma_{43}\sigma_{44} - \frac{1}{2}(\eta_{\Phi}\sigma_{34} + \eta_{\Phi}\sigma_{43}), \quad (3.2.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{12} = & -\frac{i}{2}\Omega_p(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + \left(i\Delta_p - \frac{1}{2}\gamma_{21}\right)\sigma_{12} \\ & - \frac{i}{2}\Omega_{c1}\sigma_{13} - \frac{i}{2}\Omega_{c2}\sigma_{14}, \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{13} = & -\frac{i}{2}\Omega_{c1}\sigma_{12} + \left[i(\Delta_p + \Delta_{c1}) - \frac{1}{2}\gamma_{32}\right]\sigma_{13} \\ & + \frac{i}{2}\Omega_p\sigma_{23} - \frac{1}{2}\eta_{\Phi}\sigma_{14}, \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{14} = & -\frac{i}{2}\Omega_{c2}\sigma_{12} - \frac{1}{2}\eta_{\Phi}^*\sigma_{13} \\ & + \left(i\Delta_p + i\Delta_{c2} - \frac{1}{2}\gamma_{43}\right)\sigma_{14} + \frac{i}{2}\Omega_p\sigma_{24}, \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{23} = & \frac{i}{2}\Omega_p\sigma_{13} + \frac{i}{2}\Omega_{c1}(\sigma_{33} - \sigma_{22}) + \left(i\Delta_{c1} - \frac{1}{2}\gamma_{21} - \frac{1}{2}\gamma_3\right)\sigma_{23} \\ & - \frac{1}{2}\eta_{\Phi}\sigma_{24} + \frac{i}{2}\Omega_{c2}\sigma_{43}, \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{24} = & \frac{i}{2}\Omega_p\sigma_{14} - \frac{i}{2}\Omega_{c2}(\sigma_{22} - \sigma_{44}) - \frac{1}{2}\eta_{\Phi}^*\sigma_{23} + \\ & + \left(i\Delta_{c2} - \frac{1}{2}\gamma_{21} - \frac{1}{2}\gamma_{43}\right)\sigma_{24} + \frac{i}{2}\Omega_{c1}\sigma_{34}, \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{34} = & \frac{i}{2}\Omega_{c1}\sigma_{24} - \frac{i}{2}\Omega_{c2}\sigma_{32} - \frac{1}{2}\eta_{\Phi}^*(\sigma_{33} + \sigma_{44}) \\ & + \left(i\Delta_{c2} - i\Delta_{c1} - \frac{1}{2}\gamma_{32} - \frac{1}{2}\gamma_{43}\right)\sigma_{34}, \end{aligned} \quad (3.2.15)$$

$$1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} + \sigma_{44}. \quad (3.2.16)$$

U master jednačinama sa η_{Φ} označena je veličina

$$\eta_{\Phi} = \sqrt{\gamma_{32}\gamma_{42}}e^{i\omega_{43}t}e^{i(\phi_{c2}-\phi_{c1})}\cos\vartheta = p\sqrt{\gamma_{32}\gamma_{42}}e^{i\omega_{43}t}e^{i\Phi}, \quad (3.2.17)$$

koja može biti različita od nule kada su dva najviša energijska nivoa $|3\rangle$ i $|4\rangle$ kvazidegenerisana ili degenerisana i kroz nju se ispoljava efekat spontano generisane koherentnosti [157, 158]. U prethodnom izrazu je ϑ ugao između dva dipola d_{32} i d_{42} , a $\omega_{43} = \omega_4 - \omega_3$ razlika energija između stanja $|3\rangle$ i $|4\rangle$.

3.3 Susceptibilnost

Optičke osobine atomskih i molekulskih gasova, kao i poluprovodničkih kvantnih sistema, koji su tema ovog rada, usko su povezani sa strukturom energijskih nivoa ovih sistema. Linearni odgovor razmatranog sistema na lasersko zračenje je određeno linearnim koeficijentom susceptibilnosti $\chi^{(1)}$. Imaginarni deo susceptibilnosti $Im[\chi^{(1)}]$ određuje apsorpciju, dok realni deo $Re[\chi^{(1)}]$ određuje indeks prelamanja sredine. Oblik imaginarnog dela $Im[\chi^{(1)}]$ za dipolno dozvoljene prelaze je funkcija frekvence i predstavlja Lorencijan, čija je širina određena koeficijentom raspada odgovarajućeg prelaza. U nastavku će biti dato izvođenje za Y konfiguraciju, i analogno se mogu dobiti izrazi i za ostale konfiguracije korišćene u ovoj disertaciji.

Polarizacija sredine definiše se kao električni dipolni moment jedinice zapremine sredine

$$\vec{P} = N\langle \vec{d} \rangle = N\text{Tr}(\tilde{\rho}\vec{d}) = N(\tilde{\rho}_{12}d_{21} + \tilde{\rho}_{23}d_{32} + \tilde{\rho}_{24}d_{42} + c.c.) , \quad (3.3.1)$$

gde je N koncentracija sistema u odgovarajućoj konfiguraciji, a $\tilde{\rho}$ matrica gustine u originalnom (nerotirajućem) sistemu. Elementi ove matrice su povezani sa elementima matrice gustine σ , koja figuriše u master jednačinama, na sledeći način:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12} &= \sigma_{12}e^{i\omega_p t}e^{i\phi_p}, \quad \tilde{\rho}_{23} = \sigma_{23}e^{i\omega_{c1} t}e^{i\phi_{c1}}, \quad \tilde{\rho}_{24} = \sigma_{24}e^{i\omega_{c2} t}e^{i\phi_{c2}}, \\ \tilde{\rho}_{ii} &= \sigma_{ii}, \quad \tilde{\rho}_{13} = \sigma_{13}e^{i(\omega_p + \omega_{c1})t}e^{i(\phi_p + \phi_{c1})}, \quad \tilde{\rho}_{14} = \sigma_{14}e^{i(\omega_p + \omega_{c2})t}e^{i(\phi_p + \phi_{c2})}, \\ \tilde{\rho}_{34} &= \sigma_{34}e^{i(\omega_{c2} - \omega_{c1})t}e^{i(\phi_{c2} - \phi_{c1})}, \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

i odgovarajući izrazi koji se dobijaju kompleksnom konjugacijom prethodnih. Zamenom u (3.3.1) dobija se

$$\vec{P} = N(\sigma_{12}d_{21}e^{i\omega_p t}e^{i\phi_p} + \sigma_{23}d_{32}e^{i\omega_{c1} t}e^{i\phi_{c1}} + \sigma_{24}d_{42}e^{i\omega_{c2} t}e^{i\phi_{c2}} + c.c.) . \quad (3.3.3)$$

S druge strane, polarizacija sredine povezana je sa jačinom električnog polja uspostavljenog u njoj izrazom:

$$\begin{aligned} \vec{P} = \epsilon_0\chi_{tot}\vec{\mathcal{E}} &= \frac{1}{2}\epsilon_0\chi(\omega_p)\vec{\mathcal{E}}_p(e^{i\omega_p t} + c.c.) + \\ &\frac{1}{2}\epsilon_0\chi(\omega_{c1})\vec{\mathcal{E}}_{c1}(e^{i\omega_{c1} t} + c.c.) + \frac{1}{2}\epsilon_0\chi(\omega_{c2})\vec{\mathcal{E}}_{c2}(e^{i\omega_{c2} t} + c.c.) . \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Izjednačavanjem (odgovarajućih) članova u (3.3.3) i (3.3.4) sa istim vremenski zavisnim eksponentima

$$N\sigma_{12}d_{21}e^{i\omega_p t}e^{i\phi_p} = \frac{1}{2}\epsilon_0\chi(\omega_p)\vec{\mathcal{E}}_pe^{i\omega_p t} \quad (3.3.5)$$

dobija se susceptibilnost sistema u odnosu na probno polje - koherencije σ_{21}

$$\chi \equiv \chi(\omega_p) = \frac{2N|d_{21}|}{\epsilon_0\mathcal{E}_p}\sigma_{21} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\epsilon_0\hbar\Omega_p}\sigma_{21} , \quad (3.3.6)$$

gde je $|d_{21}| = d_{21}e^{i\phi_p}$. Apsorpcija probnog polja i disperzione osobine sistema u odnosu na probno polje određeni su imaginarnim i realnim delom susceptibilnosti, respektivno:

$$\text{Im}\chi = \frac{2N|d_{21}|}{\epsilon_0\mathcal{E}_p}\text{Im}\sigma_{21} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\epsilon_0\hbar\Omega_p}\text{Im}\sigma_{21} \quad (3.3.7)$$

$$\text{Re}\chi = \frac{2N|d_{21}|}{\epsilon_0\mathcal{E}_p}\text{Re}\sigma_{21} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\epsilon_0\hbar\Omega_p}\text{Re}\sigma_{21} . \quad (3.3.8)$$

4 Kvantno konfinirani sistem

4.1 Konfinirani atom vodonika

U ovom delu ćemo razmatrati vodonikov atom koji je konfiniran neprobojnom sferom radijusa R . Ovakav model se može koristiti za opisivanje vodonikovog atoma koji se nalazi unutar kvantne tačke kao nečistoća. Hamiltonijan ovakvog sistema u Hartree atomskim jedinicama je dat jednačinom

$$H = -\frac{1}{2}\Delta + V(r), \quad (4.1.1)$$

gde je potencijalna energija $V(r)$ data izrazom

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{1}{r}, & r < R \\ \infty, & r \geq R \end{cases}. \quad (4.1.2)$$

Kako je konfinirajući potencijal sferno simetričan, talasna funkcija konfiniranog vodonikovog atoma se može zapisati kao proizvod dve funkcije, radijalnog dela $R_{nl}(r)$, koji zavisi samo od radijalne koordinate r , i sfernih harmonika $Y_{lm}(\theta, \phi)$:

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}) = C_{nl}R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (4.1.3)$$

gde su C_{nl} konstante normiranja. Radijalna talasna funkcija je rešenje radijalne Schrödinger-ove jednačine, i data je sledećim izrazom:

$$R_{nl}(r) = r^l e^{-r\sqrt{-2E_{nl}}} F\left(-\frac{1}{\sqrt{-2E_{nl}}} + l + 1, 2l + 2, 2r\sqrt{-2E_{nl}}\right), \quad (4.1.4)$$

gde je F konfluentna hipergeometrijska (Kumerova) funkcija [159]. Vrednosti energija E_{nl} predstavljaju rešenja gornje jednačine pri graničnom uslovu $r = R$, za koju talasna funkcija postaje jednaka nuli.

Energije $1s$, $2p$, $3d$ i $2s$ stanja KAV dobijaju se rešavanjem jednačine (4.1.4) pri graničnom uslovu $r = R$. Sa ovim dobijenim vrednostima energija, formiraju se talasne funkcije (4.1.4) i (4.1.3), a pomoću njih se izračunavaju električni dipolni momenti kao matrični elementi operatora $r_q = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}rY_{1q}$ između početnog stanja $|i\rangle \equiv |n_i l_i m_i\rangle$ i finalnog stanja $|f\rangle \equiv |n_f l_f m_f\rangle$ po formuli

$$\begin{aligned} d_{if}^{(q)} &= \langle \Psi_{n_i l_i m_i} | r_q | \Psi_{n_f l_f m_f} \rangle \\ &= C_{n_i l_i}^* C_{n_f l_f} (-1)^{m_i} r_{if} \sqrt{(2l_i + 1)(2l_f + 1)} \times \\ &\times \begin{pmatrix} l_i & 1 & l_f \\ -m_i & q & m_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & 1 & l_f \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

gde je uvedena oznaka

$$r_{if} = \langle R_{n_i l_i} | r | R_{n_f l_f} \rangle. \quad (4.1.6)$$

Za izračunavanje matričnog dipolnog elementa d_{21} treba u jednačini (4.1.5) staviti $q = -1$ za sve vrednosti poluprečnika konfiniranja. Za $R = 1$ i $R = 2$, kada je $|3\rangle \equiv |3d_2\rangle$ matrični dipolni elementi d_{32} i d_{42} dobijaju se iz (4.1.5) za $q = -1$ i $q = +1$, respektivno. Kada je radijus konfiniranja $R \geq 3$, usled promene redosleda nivoa $3d_{-2}$ i $2s_0$, matrični dipolni elementi d_{32} i d_{42} dobijaju se iz (4.1.5) za $q = +1$ i $q = -1$, respektivno. Vrednosti energija i r_{if} (4.1.6) preuzete su iz rada [85].

U tabeli 1 date su vrednosti energija stanja $1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $2s_0$, i matrični dipolni elementi posmatranih prelaza u KAV za različite vrednosti radijusa konfiniranja.

Tabela 1: Energije i matrični dipolni elementi za različite vrednosti radijusa konfiniranja

R	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	d_{21}	d_{32}	d_{42}
1.0	2.37399	8.22314	14.96746	16.57026	0.29010783	0.38047997	0.19088008
2.0	-0.12500	1.57602	3.32751	3.32751	0.53973446	0.74860989	0.41794688
3.0	-0.42397	0.48125	1.11168	1.29280	0.73391361	0.68539738	1.10240951
4.0	-0.48327	0.14353	0.42024	0.62136	0.86004644	0.98774756	1.4395163
6.0	-0.49928	-0.05556	0.01273	0.18034	0.92249478	1.61769512	2.05213069
8.0	-0.49998	-0.10445	-0.08474	0.04606	0.86380532	2.15135142	2.55991754

Koristeći jednačinu (3.0.4) i vrednosti energija i matričnih dipolnih elemenata iz prethodne tabele, dobijaju se vrednosti za koeficijente spontane emisije za date vrednosti radijusa konfiniranja, koje su navedene u tabeli 2. U ovoj tabeli su takođe za svako R date i skalirane vrednosti koeficijenata γ_{32} i γ_{42} u odnosu na koeficijent γ_{21} , za koji će u daljem tekstu biti uzimana vrednost $\gamma_{21} = 1$.

Tabela 2: Koeficijenti spontane emisije KAV za različite vrednosti radijusa konfiniranja.

R	γ_{21}	γ_{32}	γ_{42}	γ_{32}/γ_{21}	γ_{42}/γ_{21}
1.0	$8.72632 \cdot 10^{-6}$	$2.30099 \cdot 10^{-5}$	$1.09791 \cdot 10^{-5}$	2.63684	1.25816
2.0	$7.42886 \cdot 10^{-7}$	$1.56016 \cdot 10^{-6}$	$4.86295 \cdot 10^{-7}$	2.10013	0.65460
3.0	$2.07006 \cdot 10^{-7}$	$6.09873 \cdot 10^{-8}$	$3.36567 \cdot 10^{-7}$	0.29462	1.62588
4.0	$9.43734 \cdot 10^{-8}$	$1.07101 \cdot 10^{-8}$	$1.17134 \cdot 10^{-7}$	0.11349	1.24118
6.0	$3.85207 \cdot 10^{-8}$	$4.31640 \cdot 10^{-10}$	$2.86424 \cdot 10^{-8}$	0.01121	0.74356
8.0	$2.39215 \cdot 10^{-8}$	$1.83656 \cdot 10^{-11}$	$1.15763 \cdot 10^{-8}$	0.00077	0.48393

Vrednosti koeficijenata radijacionog raspada opadaju sa povećanjem radijusa konfiniranja usled približavanja energijskih nivoa (smanjivanja razlike energija između

odgovarajućih nivoa). Od značaja je uočiti da se koeficijent radijacionog raspada $2s_0$ stanja (koeficijent γ_{42} za $R \leq 2$, odnosno γ_{32} za $R > 2$) brzo smanjuje, odnosno da se vreme života ovog stanja brzo povećava sa povećanjem R . Razlog ove brze promene leži u činjenici da stanja $2p_{-1}$ i $2s_0$ postaju kvazidegenerisana sa povećanjem radijusa konfiniranja.

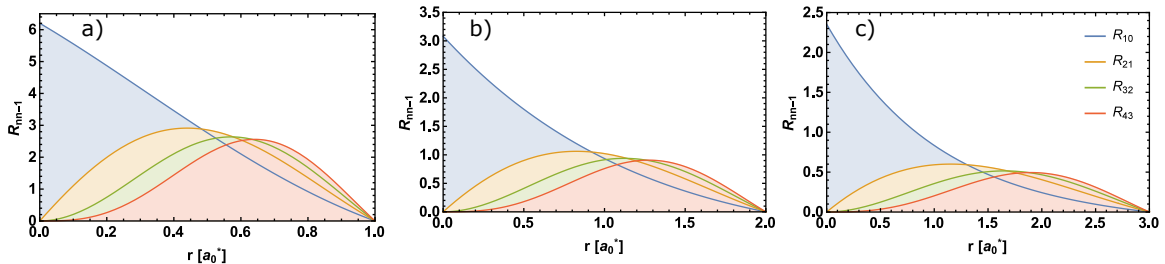
4.2 Vodonična nečistoća u sfernoj kvantnoj tački

U nastavku rada, od interesa će biti sledeći nivoi: $1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$. Vrednosti energija ovih nivoa za poluprečnike konfiniranja $R = 1.0a_0^*$, $R = 2.0a_0^*$ i $R = 3.0a_0^*$ su dati u sledećoj tabeli.

Tabela 3: Vrednosti energija za $1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$ nivoe konfiniranog atoma vodonika u SKT za različite poluprečnike.

$R[a_0^*]$	$E_{1s}[Ry^*]$	$E_{2p}[Ry^*]$	$E_{3d}[Ry^*]$	$E_{4f}[Ry^*]$
1.0	2.37399	8.22314	14.9675	22.8958
2.0	-0.125000	1.57602	3.32751	5.34209
3.0	-0.423967	0.481250	1.29280	2.20366

Zamenom vrednosti energija iz prethodne tabele u jednačinu (4.1.4), dobijaju se sledeći grafici radijalnih talasnih funkcija. Veličine koje će biti potrebne u daljem radu su



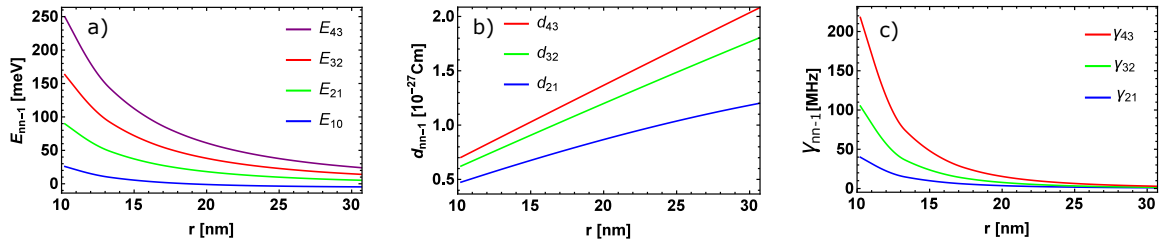
Slika 11: Normalizovane radijalne talasne funkcije R_{1s} , R_{2p} , R_{3d} i R_{4f} za SKT poluprečnika: a) $R = 1.0a_0^*$, b) $R = 2.0a_0^*$ i c) $R = 3.0a_0^*$.

dipolni elementi prelaza i koeficijenti spontanih raspada za prelaze između ovih nivoa. Ove veličine su prikazane u tabeli 4 i date su u SI sistemu jedinica.

Za ovaj sistem su izračunate vrednosti energija stanja $1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$, dipolni matrični elementi prelaza između ovih stanja, kao i odgovarajući koeficijenti raspada za različite poluprečnike KT. Kao što je očekivano, smanjenjem poluprečnika SKT, vrednosti energija kvantnih nivoa se povećavaju - slika 12a, dipolni matrični elementi se povećavaju - slika 12b, a koeficijenti raspada u skladu sa jednačinom (3.0.4) su predstavljeni na slici 12c.

Tabela 4: Dipolni matrični elementi i koeficijenti raspada za relevantne prelaze konfiniranog atoma vodonika u SKT za različite poluprečnike.

$R[\text{nm}]$	10.22	20.44	30.66
$d_{21}[10^{-28} \text{ nm}]$	4.74471	8.82734	12.0031
$d_{32}[10^{-28} \text{ nm}]$	6.22274	12.2435	18.0299
$d_{43}[10^{-28} \text{ nm}]$	7.02909	13.9608	20.7869
$\gamma_{21}[\text{MHz}]$	39.8674	3.39398	0.945737
$\gamma_{32}[\text{MHz}]$	105.124	7.12781	1.53765
$\gamma_{43}[\text{MHz}]$	217.907	14.1027	2.88965



Slika 12: a) Energije E_{10} , E_{21} , E_{32} i E_{43} nivoa $1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$, b) dipolni matrični elementi d_{21} , d_{32} i d_{43} prelaza $1s_0 \leftrightarrow 2p_{-1}$, $2p_{-1} \leftrightarrow 3d_{-2}$ i $3d_{-2} \leftrightarrow 4f_{-3}$, c) koeficijenti raspada γ_{21} , γ_{32} i γ_{43} , nivoa $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$, u funkciji poluprečnika SKT.

4.2.1 Vodonična nečistoća u sfernoj kvantnoj tački u spoljašnjem magnetnom polju

Ukoliko se na sistem razmatran u prethodnom odeljku primeni spoljašnje magnetno polje konstantnog intenziteta B_0 duž z -ose, Hamiltonijan koji opisuje vodoničnu nečistoću u centru sferne kvantne tačke radijusa R , u aproksimaciji efektivne mase, u Rydberg-ovim atomskim jedinicama se može zapisati na sledeći način

$$H = -\Delta - \frac{2}{r} + V_1 + V_2 + V_c, \quad (4.2.1)$$

gde članovi

$$V_1 = \vec{B} \cdot \vec{L}_z = mB_0 \quad (4.2.2)$$

i

$$V_2 = \frac{1}{4} B_0^2 r^2 \sin^2 \theta \quad (4.2.3)$$

opisuju interakciju elektrona nečistoće sa magnetnim poljem, a V_c predstavlja konfinirajući potencijal:

$$V(r) = \begin{cases} 0, & r < R \\ \infty, & r \geq R \end{cases}. \quad (4.2.4)$$

Kako zbog postojanja dodatnih interakcionih članova (4.2.2) i (4.2.3), ukupni potencijal nije više sferno simetričan, ukupna talasna funkcija elektrona se ne može razdvojiti na radijalni deo i sferne harmonike. Zbog toga se ovaj problem rešava numerički. U ovom radu je ovaj problem rešavan pomoću metoda Lagrange-eve mreže [72, 160, 161].

Lagrange-eve mreža na intervalu $[a, b]$ se definiše tako što se interval podeli sa N tačaka u položajima x_i kojima se pridružuje odgovarajuća težina λ_i , koja je povezana sa Gauss-ovom kvadraturnom aproksimacijom na datom intervalu:

$$\int_a^b g(x)dx = \sum_{i=1}^N \lambda_i g(x_i), \quad (4.2.5)$$

gde $g(x)$ predstavlja diferencijabilnu funkciju. Lagrange-eve funkcije $f_i(x)$ definisane za $(i = 1, 2, \dots, N)$ na intervalu $[a, b]$ su diferencijabilne i ortonormirane funkcije koje zadovoljavaju Lagrange-ev uslov

$$f_i(x_j) = \lambda_i^{-\frac{1}{2}} \delta_{ij}. \quad (4.2.6)$$

Ukupna talasna funkcija sistema se može razviti preko bazisnih funkcija, koje su date kao proizvod radijalnog dela i sfernih harmonika:

$$\Psi_m(r, \theta, \phi) = \sum_{i=1}^N \sum_{l_i=|m|}^L c_i f_i(r) Y_{l_i m}(\theta, \phi), \quad (4.2.7)$$

gde su $f_i(r)$ Lagrange-eve funkcije, a sumiranje podrazumeva samo članove za koje važi $l_i \geq |m|$. Za problem koji ovde razmatramo, Lagrange-eve funkcije su izvedene preko pridruženih Legendre-ovih polinoma reda N , pri čemu se vrši skaliranje intervala $0 \leq r \leq R$

$$f_i(x) = (-1)^{i+N} \frac{x(1-x)}{\sqrt{x_i(1-x_i)}} \frac{P_N(2x-1)}{x-x_i}, \quad (4.2.8)$$

tako da se sada za promenljivu uzima bezdimenziona radijalna koordinata $x = r/R$ ($0 \leq x \leq 1$). Čvorovi Lagrange-eve mreže x_i predstavljaju nule šiftovanih Legendre-ovih polinoma $P_N(2x_i - 1) = 0$. Dodatni član $x(1-x)$ je uveden zbog regularizacije Coulomb-ovog potencijala u koordinatnom početku ($x = 0$) i kako bi bio zadovoljen granični uslov (koji je posledica dodatnog konfinirajućeg potencijala): $f_i(x) = 0$ za $x = 1$. Matrični elementi Hamiltonijana (4.2.1) napisani preko bazisnih funkcija (4.2.7) su dati izrazom

$$H_{ij,l_i l_j} = \frac{1}{R^2} T_{ij,l_i l_j} + \frac{1}{R^2} \frac{l_i(l_i + 1)}{2x_i^2} \delta_{ij} \delta_{l_i l_j} - \frac{2}{R} \frac{1}{x_i} \delta_{ij} \delta_{l_i l_j} + m B_0 \delta_{ij} \delta_{l_i l_j} + 2R^2 (V_2)_{ij,l_i l_j}, \quad (4.2.9)$$

gde su matrični elementi operatora kinetičke energije dati sa [72]

$$T_{ij,l_i l_j} = \delta_{l_i l_j} \begin{cases} \frac{(-1)^{i+j}}{\sqrt{x_i x_j (1-x_i)(1-x_j)}} \frac{x_i + x_j - 2x_i x_j}{(x_i - x_j)^2}, & i \neq j \\ \frac{1}{3x_i(1-x_i)} \left[N(N+1) + \frac{1}{x_i(1-x_i)} \right], & i = j \end{cases}, \quad (4.2.10)$$

a matrični elementi potencijala

$$(V_2)_{ij,l_i l_j} = \frac{1}{4} B_0^2 x_i^2 \langle Y_{l_i m} | \sin^2 \theta | Y_{l_j m} \rangle \delta_{ij}, \quad (4.2.11)$$

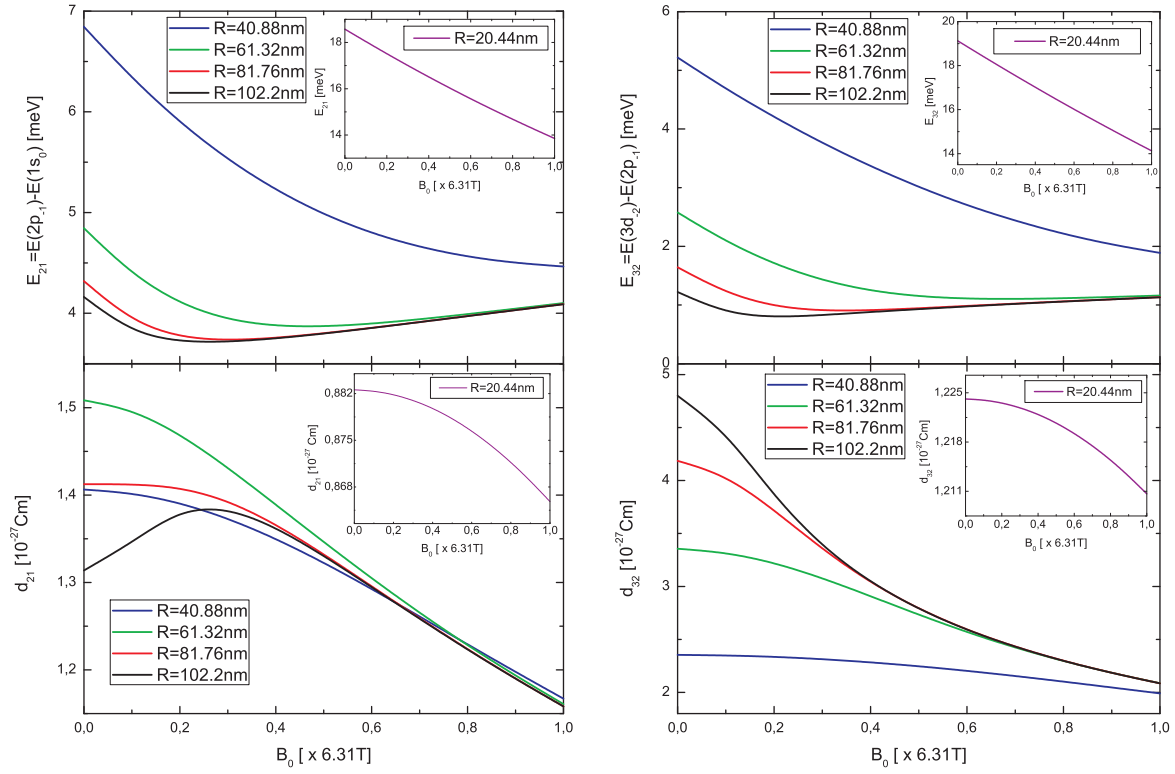
odnosno u eksplicitnom obliku

$$(V_2)_{ij,l_i l_j} = \frac{1}{12} B_0^2 x_i^2 \left[1 - (-1)^m \sqrt{(2l_i - 1)(2l_j - 1)} \times \right. \\ \left. \times \begin{pmatrix} l_i & 2 & l_j \\ -m & 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & 2 & l_j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \delta_{ij}. \quad (4.2.12)$$

Dijagonalizacijom Hamiltonijana (4.2.9) dobijaju se energije stanja i odgovarajuće talasne funkcije vodonične nečistoće za određene vrednosti magnetnog kvantnog broja m . Dodatni kvantni broj n je uveden kako bi prebrojavao stanja sa datim magnetnim kvantnim brojem, tako da se odgovarajuće talasne funkcije označavaju sa Ψ_{nm} , gde je $n = 1, 2, 3, \dots$. Ukoliko je magnetno polje slabo, ili srednjeg intenziteta, stanja vodonične nečistoće se mogu označavati na isti način kao i u odsustvu spoljašnjeg magnetnog polja, tj. uzimaće se oznake sa tri indeksa nlm , kao što je urađeno u radovima [162] i [163].

Vrednosti energija i odgovarajuće talasne funkcije za ovakvo konfiniranje vodonikovog atoma u prisustvu spoljašnjeg magnetnog polja, dobijene su dijagonalizacijom Hamiltonijana (4.2.9) pomoću metoda Lagrange-eve mreže, pri čemu su korišćeni sledeći parametri mreže $L = 20$ i $N = 40$. Na slici 13 su predstavljene energije prelaza, kao i dipolni elementi matrice prelaza u funkciji spoljašnjeg magnetnog polja B za nekoliko različitih vrednosti poluprečnika SKT.

Sa grafika se vidi da se vrednosti energija prelaza smanjuju sa povećanjem poluprečnika KT za sve vrednosti spoljašnjeg magnetnog polja. Za manje KT, energije prelaza se monotonno smanjuju sa povećanjem spoljašnjeg magnetnog polja. U većim KT ove vrednosti energije prelaza prolaze kroz minimum i zatim se polako povećavaju sa povećanjem intenziteta spoljašnjeg magnetnog polja. Sličan kvalitativan opis je dobijen u ranijim radovima [162] i [163], čime se potvrđuje pouzdanost i tačnost



Slika 13: Energije i odgovarajući matrični elementi dipolnih momenata za $1s_0 \leftrightarrow 2p_{-1}$ (levo) i $2p_{-1} \leftrightarrow 3d_{-2}$ (desno) prelaze u funkciji intenziteta spoljašnjeg magnetnog polja SKT za različite poluprečnike.

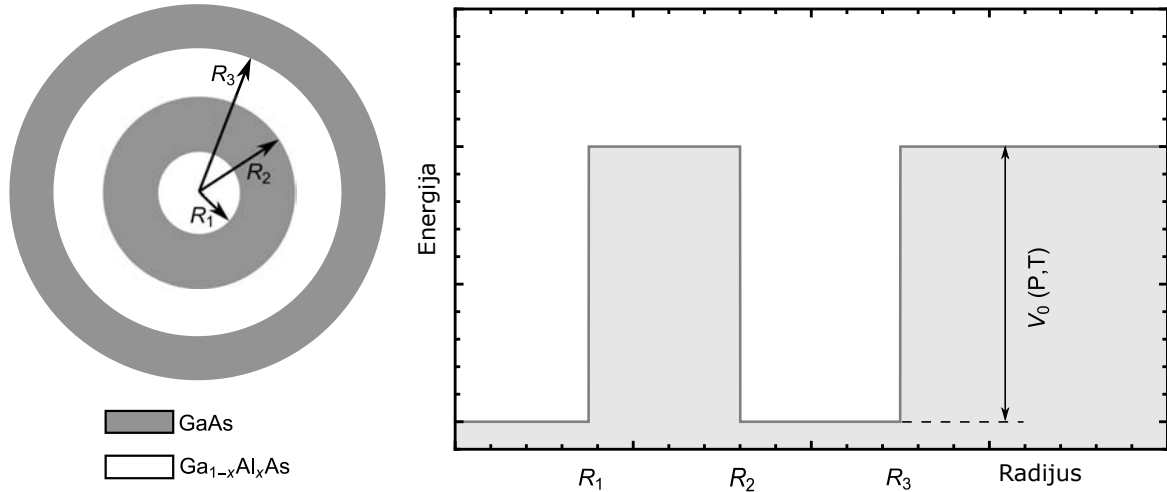
numeričkog modela koji je korišćen u ovom radu. Dipolni moment d_{32} monotono opada sa spoljašnjim magnetnim poljem za dati poluprečnik, a raste sa povećanjem poluprečnika. Ista zavisnost se može uočiti i za vrednost dipolnog momenta d_{21} , sa izuzetkom KT sa najvećim poluprečnikom koji je razmatran u ovom radu ($R = 10a_0^* = 102.2$ nm). Od interesa je porediti vrednosti koje su dobijene za konfinirani atom sa vrednostima koje su karakteristične za slobodne atome. Za naš sistem ove vrednosti su reda veličine 10^{-27} Cm, dok su uobičajene vrednosti za slobodan atom vodonika između 10^{-29} Cm i 10^{-28} Cm. Vrednosti dipolnih momenata prelaza su veoma bitne za interakciju između atoma i laserskih polja, pošto se iste vrednosti za Rabijeve frekvence mogu dobiti za lasere manjih intenziteta ukoliko se koriste sistemi kod kojih je dipolni element prelaza veći. Upravo je to slučaj sa sistemom koji se ovde istražuje. S druge strane, nije moguće u potpunosti iskoristiti navedene prednosti, jer su koeficijenti raspada ovih sistema za nekoliko redova veličina veći od onih kod slobodnih atoma.

4.3 Slojevita sferna kvantna tačka sa vodoničnom nečistoćom

Sistem koji ćemo razmatrati u ovoj glavi je slojevita kvantna tačka (SKT) koja se sastoji od dve sferne kvantne tačke, jedne unutar druge, razdvojene konačnim potencijalom. Ceo sistem je takođe izolovan spolja dodatnim potencijalom. Ovakva vrsta potencijala definiše slojevit sfernu kvantnu tačku (SSKT) i data je sledećim izrazom:

$$V(r, P, T) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq R_1(P) \\ V_0(P, T), & R_1(P) < r < R_2(P) \\ 0, & R_2(P) \leq r \leq R_3(P) \\ V_0(P, T), & R_3(P) < r < \infty \end{cases}, \quad (4.3.1)$$

gde je $V_0(P, T)$ vrednost konfinirajućeg potencijala koji zavisi od pritiska i temperature, a $R_1(P)$, $R_2(P)$ i $R_3(P)$ su dužine koje definišu geometriju SSKT. Ovakva vrsta kvantne tačke, koja se može napraviti od slojeva različitih poluprovodnika, šematski je prikazana na slici 14.



Slika 14: Šematski prikaz SSKT i njenog potencijala u radijalnom pravcu.

Sada ćemo razmatrati elektron vodonične nečistoće, smeštene u centru SSKT. Hamiltonijan ovakvog sistema, koji je zavistan od pritiska i temperature, dat je izrazom

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*(r, P, T)}p^2 + V(r, P, T) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\epsilon(r, P, T)r}, \quad (4.3.2)$$

gde su $m^*(r, P, T)$ i $\epsilon(r, P, T)$ efektivna masa elektrona i dielektrična konstanta re-

spektivno, koje zavise od temperature i pritiska. Ove veličine su date na sledeći način:

$$m^*(r, P, T) = \begin{cases} m_w^*(P, T), & 0 \leq r \leq R_1(P) \\ m_b^*(P, T), & R_1(P) < r < R_2(P) \\ m_w^*(P, T), & R_2(P) \leq r \leq R_3(P) \\ m_b^*(P, T), & R_3(P) < r < \infty \end{cases} \quad (4.3.3)$$

i

$$\varepsilon(r, P, T) = \begin{cases} \varepsilon_w(P, T), & 0 \leq r \leq R_1(P) \\ \varepsilon_b(P, T), & R_1(P) < r < R_2(P) \\ \varepsilon_w(P, T), & R_2(P) \leq r \leq R_3(P) \\ \varepsilon_b(P, T), & R_3(P) < r < \infty \end{cases}, \quad (4.3.4)$$

pri čemu indeks $w(b)$ označava da se radi o $GaAs(Ga_{1-x}Al_xAs)$ koji u ovom slučaju predstavlja kvantnu jamu (barijeru). Efektivna masa elektrona (i dielektrična konstanta) na položaju barijere napravljene od $Ga_{1-x}Al_xAs$ se može dobiti od efektivne mase elektrona (i odgovarajuće dielektrične konstante) na položaju jame napravljene od $GaAs$ uzimajući u obzir molarni udeo aluminijuma x [164, 165]:

$$m_b^*(P, T) = m_w^*(P, T) + 0.083x \quad (4.3.5)$$

$$\varepsilon_b(P, T) = \varepsilon_w(P, T) - 3.12x. \quad (4.3.6)$$

Zavisnost statičke dielektrične konstante od pritiska i temperature, za jame napravljene od $GaAs$ data je pomoću jednačine:

$$\varepsilon_w(P, T) = \begin{cases} 12.74e^{-1.73 \cdot 10^{-3}P} e^{9.4 \cdot 10^{-5}(T-75.6)}, & T < 200 \\ 13.18e^{-1.73 \cdot 10^{-3}P} e^{20.4 \cdot 10^{-5}(T-300)}, & T \geq 200 \end{cases}, \quad (4.3.7)$$

a efektivna masa zavisna od pritiska i temperature za jame napravljene od $GaAs$ [166, 167, 168]:

$$m_w^*(P, T) = \frac{m_0}{1 + E_P^\Gamma \left(\frac{2}{E_g^\Gamma(P, T)} + \frac{1}{E_g^\Gamma(P, T) + \Delta_0} \right)}, \quad (4.3.8)$$

gde je m_0 masa slobodnog elektrona, $E_g^\Gamma = 7.51$ eV, $E_g^\Gamma(P, T)$ energijski procep $GaAs$ zavistan od pritiska i temperature i $\Delta_0 = 0.341$ eV spin-orbitalna energija. Energijski procep $E_g^\Gamma(P, T)$ u eV je dat sa:

$$E_g^\Gamma(P, T) = 1.519 - \frac{5.405 \cdot 10^{-4}T^2}{T + 204} + 1.26 \cdot 10^{-2}P - 3.77 \cdot 10^{-5}P^2, \quad (4.3.9)$$

pri čemu je pritisak dat u kbar, a temperatura u K. Visina barijere je data kao:

$$V_0(P, T) = Q_c \Delta_g^\Gamma(x, P, T), \quad (4.3.10)$$

gde je $Q_c = 0.6$, a $E_g^\Gamma(x, P, T)$ širina procepa između kvantne jame i barijere u Γ tački, zavisna od molarnog udela aluminijuma, pritiska i temperature:

$$E_g^\Gamma(x, P, T) = 1.55x + 0.37x^2 - 1.3 \cdot 10^{-3}xP - 1.11 \cdot 10^{-4}xT. \quad (4.3.11)$$

Širine jama i barijera su takođe zavisne od pritiska i eksplicitno su date sa

$$W_i(P) = W_i(0)(1 - SP) \quad (4.3.12)$$

$$W_b(P) = W_b(0)(1 - SP) \quad (4.3.13)$$

$$W_o(P) = W_o(0)(1 - SP), \quad (4.3.14)$$

gde je $S = 19 \cdot 10^{-4} \text{ kbar}^{-1}$ konstanta povezana sa elastičnim osobinama $GaAs$, a $W_i(P)$, $W_b(P)$ i $W_o(P)$ predstavljaju početne dimenzije slojeva, unutrašnje jame ($W_i = R_1$), barijere ($W_b = R_2 - R_1$) i spoljašnje jame ($W_o = R_3 - R_2$).

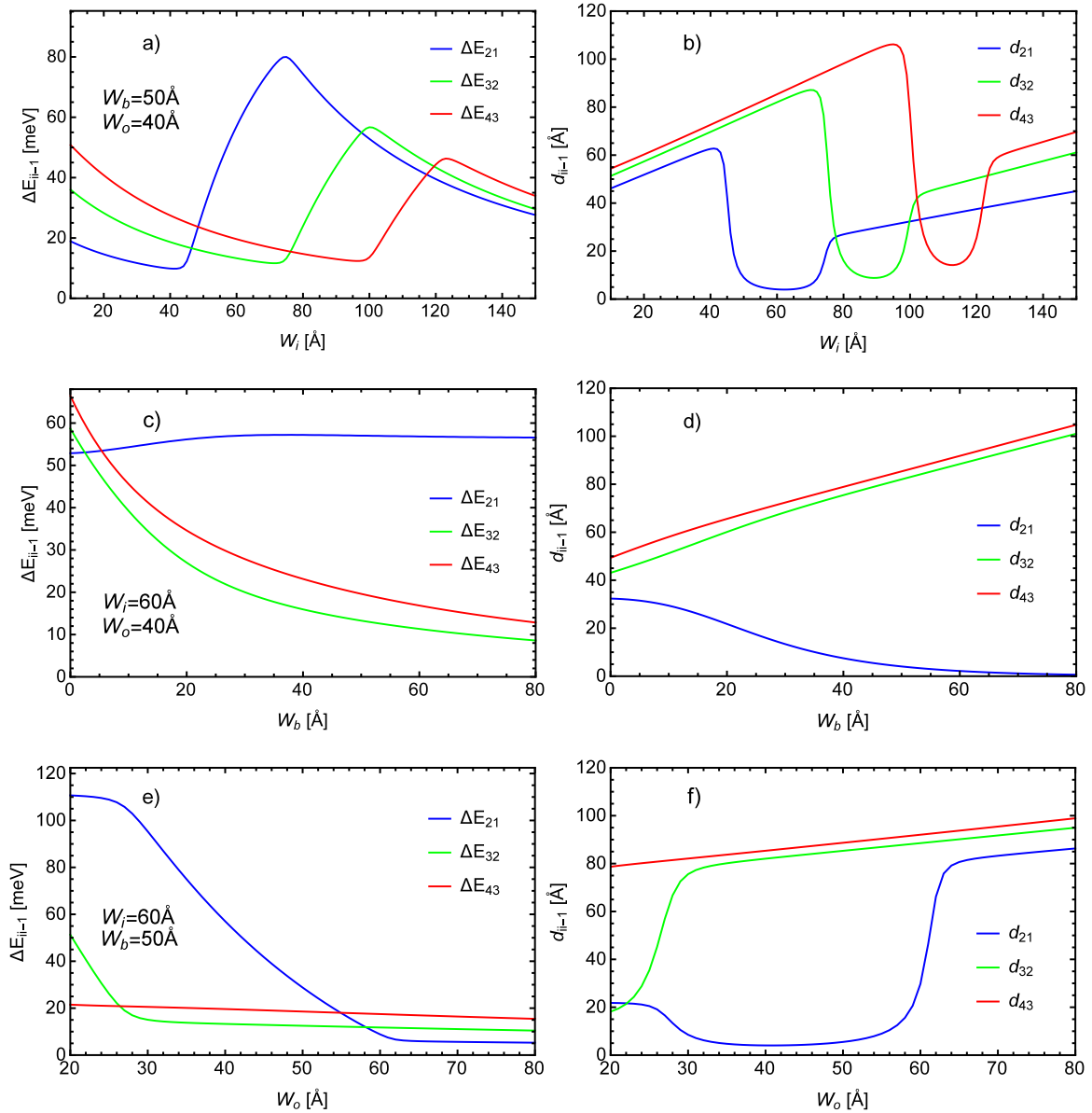
Kako bi se izračunale energije koje elektron može da ima krećući se u ovakvom potencijalu, kao i odgovarajuće talasne funkcije, jednačina (4.3.2) je rešena numerički pomoću metoda gađanja (na engleskom *shooting method*). Kako je potencijal sferno simetričan, Schrödinger-ova jednačina za ovaj slučaj se pojednostavljuje na 1D radijalnu jednačinu. U ovom metodu, radijalna koordinata i operator Hamiltonijana su diskretizovani na uniformnoj mreži koristeći metod konačnih razlika, a svojstveni problem se svodi na problem sa početnim uslovima [47, 50]:

$$\begin{aligned} R_{n,l}(i+1) = & + \frac{r}{r+h} \left[2 + \frac{2m^*(r, P, T)\hbar^2}{\hbar^2} \times \right. \\ & \times \left(V(i) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m^*(r)r^2} - E_{n,l} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\epsilon(r, P, T)r} \right) \Big] R_{n,l}(i) \\ & - \frac{r-h}{r+h} R_{n,l}(i-1), \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

gde indeks i označava tačku mreže, a h predstavlja rastojanje između dve susedne tačke.

4.3.1 Energijski nivoi i dipolni momenti prelaza kod slojevite sferne kvantne tačke

U ovom odeljku, svojstvene energije i svojstvene funkcije elektrona unutar SSKT su određene pomoću metoda gađanja numeričkim rešavanjem jednačine (4.3.15). Pri numeričkom rešavanju ove jednačine, za rastojanje između dve susedne tačke mreže je uzeto $h = 0.01 \text{ \AA}$. Energije nivoa $1s_0$ ($n = 1, l = 0$), $2p_{-1}$ ($n = 2, l = 1$), $3d_{-2}$ ($n = 3, l = 2$) i $4f_{-3}$ ($n = 4, l = 3$), kao i odgovarajući dipolni matrični elementi su izračunati u funkciji W_i , W_b i W_o . Razlika energija dva susedna nivoa i odgovarajući dipolni matrični elementi su predstavljeni na slici 15.



Slika 15: Razlike energija dva uzastopna nivoa (leva strana) i odgovarajući dipolni matrični elementi prelaza (desna strana), u zavisnosti od W_i (a, b), W_b (c, d) i W_o (e, f), za $p = 1$ kbar i $T = 1$ K.

Na ovoj slici, pritisak i temperatura su konstantni, a jedan od parametara W_i , W_b i W_o se menja dok su preostala dva fiksirana. Na slici 15 (a, b), dimenzija unutrašnje jame W_i je promenljiva, dok su širine barijere i spoljašnje jame $W_b = 50$ Å i $W_o = 40$ Å, respektivno. Na slici 15 (c, d), W_b je promenljiva, a širine $W_i = 60$ Å i $W_o = 40$ Å, dok je na slici 15 (e, f), W_o promenljiva, a $W_i = 60$ Å i $W_b = 50$ Å.

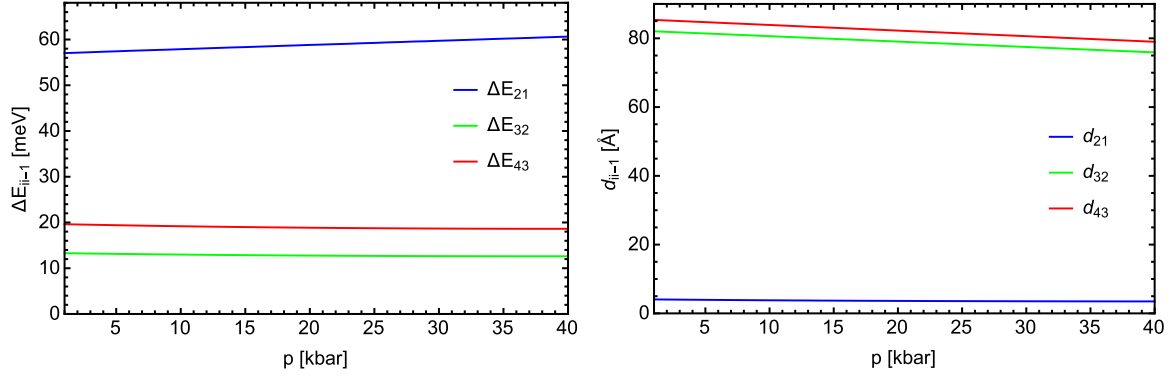
Slika 15 (a, b) pokazuje da razlike energija i dipolni matrični elementi prelaza predstavljaju nemonotone funkcije W_i . Vrednosti energija se menjaju zbog dva suprotstavljena efekta: privlačna Coulomb-ova sila dovodi do smanjenja energija, dok jače konfiniranje pomoću potencijalne barijere i uže jame dovodi do viših energija. Vred-

nosti dipolnih momenata matričnih elemenata su povezani sa preklapanjem između odgovarajućih talasnih funkcija. Sa slike 15 (a, b) može se zaključiti da je za male vrednosti W_i verovatnoća nalaženja elektrona mnogo veća u spoljašnjoj jami. Privlačna Coulomb-ova sila je tada skoro zanemarljiva i vrednosti energija elektrona kod ovakvog sistema su slične kao u slučaju kada imamo samo jednu jamu. Tada je ispunjen uslov $\Delta E_{21} < \Delta E_{32} < \Delta E_{43}$, a talasne funkcije se skoro preklapaju, što je posledica činjenice da su vrednosti odgovarajućih dipolnih matričnih elemenata međusobno veoma bliske. Povećanjem vrednosti W_i (npr. na vrednosti oko $W_i = 60 \text{ \AA}$), verovatnoća nalaženja elektrona u $1s_0$ stanju će se povećati za region unutar prve jame i smanjiti unutar druge. Iz tog razloga, Coulomb-ova sila će imati značajniju ulogu i time smanjiti vrednost energije $1s_0$ nivoa (ΔE_{21} će se povećati - Slika 15 (a)). Posledično, preklapanje između talasnih funkcija $1s_0$ i $2p_{-1}$ nije više tako dobro kao ranije, i dipolni matrični element d_{21} će se smanjiti - Slika 15 (b). Daljim povećanjem W_i , verovatnoća nalaženja elektrona u unutrašnjoj jami će se povećavati i za više nivoa. Za vrednosti oko $W_i = (100 - 105) \text{ \AA}$ postoji pik u vrednosti ΔE_{32} , a preklapanje između nivoa $2p_{-1}$ i $3d_{-2}$ kao posledicu ima veću vrednost za d_{32} . Na sličan način, za vrednosti oko $W_i = (120 - 125) \text{ \AA}$ postoji pik u vrednosti ΔE_{43} , a veće preklapanje između talasnih funkcija nivoa $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$ daje veću vrednost veličini d_{43} . Do suprotnih zaključaka se može doći razmatranjem ponašanja širine spoljašnje jame W_o , sa slike 15 (e, f). Povećanjem širine spoljašnje jame W_o , talasne funkcije koje su u početku lokalizovane u unutrašnjoj jami, jedna po jedna, počinju da tuneluju u spoljašnju jamu, a razlike energija između nivoa i dipolni matrični elementi se menjaju u skladu sa tim. Povećanjem širine barijere W_b , za $W_i = 60 \text{ \AA}$ i $W_o = 40 \text{ \AA}$, nivo $1s_0$ će ostati lokalizovan u unutrašnjoj jami, a ostali nivoi u spoljašnjoj jami. Kao posledica, preklapanje između nivoa $1s_0$ i $2p_{-1}$ će se monotono smanjivati dok ne opadne na vrednosti bliske nuli, dok će preklapanje između ostalih nivoa ostati dobro, a vrednosti d_{32} i d_{43} će nastaviti da se monotono povećavaju sa povećanjem W_b .

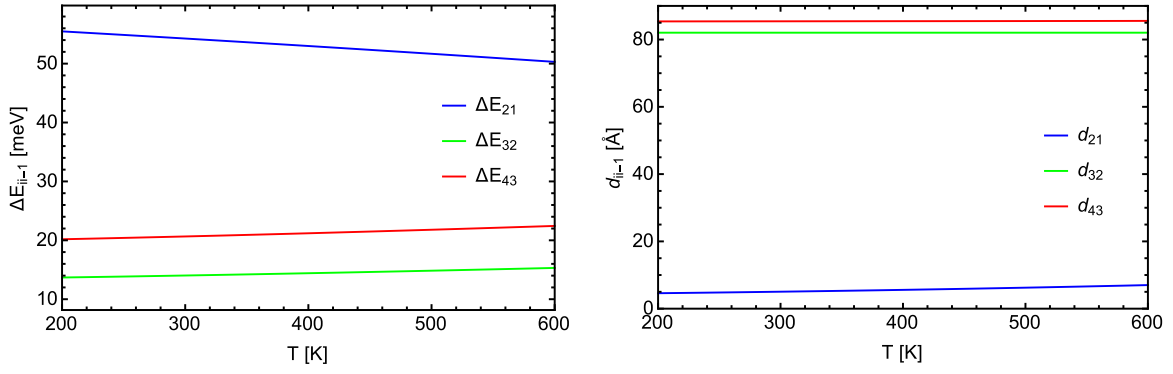
Uticaji hidrostatskog pritiska (temperature) na energijske nivoe i dipolne matrične elemente prelaza, za $W_i = 60 \text{ \AA}$, $W_b = 50 \text{ \AA}$ i $W_o = 40 \text{ \AA}$ prikazan je na slici 16 (17).

Slika 16 pokazuje da se razlike energija između dva uzastopna energijska nivoa i odgovarajući dipolni matrični elementi monotono menjaju sa povećanjem hidrostatskog pritiska. ΔE_{21} se monotono povećava, dok se ΔE_{32} , ΔE_{43} , d_{21} , d_{32} i d_{43} monotono smanjuju. Ovakvo ponašanje pomenutih veličina predstavlja posledicu kombinovanog efekta promena efektivne mase, koja se povećava sa pritiskom, promena dielektrične konstante koja se smanjuje sa pritiskom, promena u dimenzijama SSKT, koje se smanjuju sa pritiskom, kao i promenama u visini potencijalne barijere.

Slika 17 pokazuje da se razlike energija između dva uzastopna energijska nivoa i ma-



Slika 16: Razlike energija dva uzastopna nivoa (levo) i odgovarajući matrični dipolni elementi prelaza (desno) u zavisnosti od hidrostatsičkog pritiska za $W_i = 60$ Å, $W_b = 50$ Å, $W_o = 40$ Å i $T = 1$ K.



Slika 17: Razlike energija dva uzastopna nivoa (levo) i odgovarajući matrični dipolni elementi prelaza (desno) u zavisnosti od temperature za $W_i = 60$ Å, $W_b = 50$ Å, $W_o = 40$ Å i $p = 1$ kbar.

trični dipolni elementi prelaza takođe monotono menjaju sa povećanjem temperature, i posledica su kombinovanog efekta u promeni efektivne mase elektrona, dielektrične konstante i visine potencijalne barijere.

5 Rezultati i diskusija

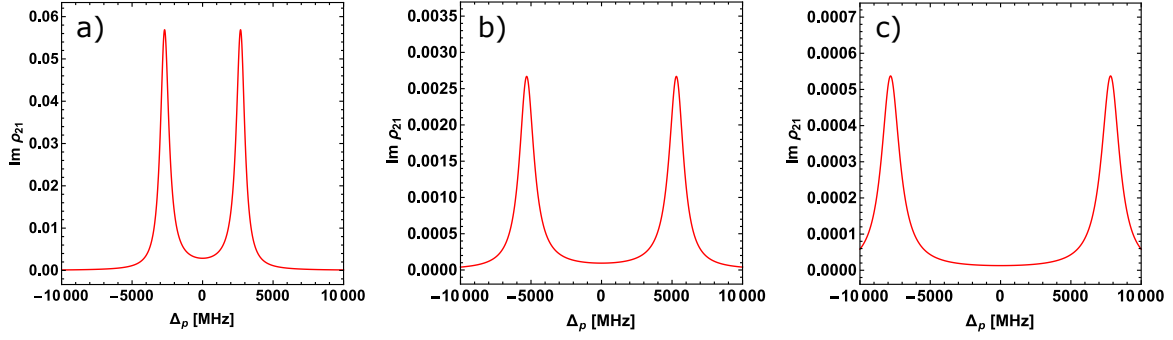
U ovom delu će biti predstavljeni rezultati realizacije EIT efekta i usporavanja svetlosti u različitim tipovima sfernih tačaka sa vodoničnom nečistoćom i pod različitim spoljašnjim uslovima. U daljim izračunavanjima, za efektivnu masu elektrona je uzeto $m^* = 0.067m_e$, gde je m_e masa slobodnog elektrona. Za dielektričnu konstantu GaAs od koga je SKT napravljena je uzeto $\varepsilon = 12.9$ [165].

5.1 EIT u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u kaskadnoj konfiguraciji sa tri i četiri nivoa

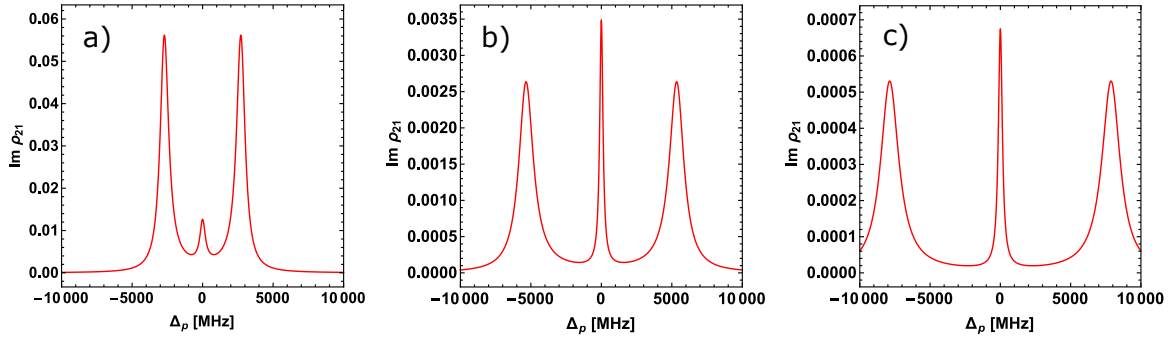
U ovom poglavlju će biti predstavljeni rezultati analize elektromagnetno indukovane transparentnosti u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u centru kvantne tačke sa četiri nivoa i biće dato poređenje sa dosta istraživanim sistemom sa tri nivoa. U ovom razmatranju, posmatraćemo sledeće nivoe vodonične nečistoće $1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$. Ovi nivoi zajedno sa dva kontrolna laserska polja i jednim probnim poljem, koji indukuju σ^- prelaze, čine kaskadnu konfiguraciju. Pokazuje se da se u apsorpcionom spektru u sistemu sa četiri nivoa, javlja dodatni apsorpcioni pik u poređenju sa istim sistemom sa tri nivoa. Osobine ovog dodatnog pika i razlog njegovog pojavljivanja će biti posebno diskutovani.

Kako bi razmatrali uticaj drugog kontrolnog polja u kaskadnom sistemu sa četiri nivoa, najpre će biti predstavljeni rezultati za kaskadni sistem sa tri nivoa $1s_0$, $2p_{-1}$ i $3d_{-2}$ i sa jednim kontrolnim poljem. U ovom slučaju se razmatraju master jednačine (3.1.8). Apsorpcija probnog polja za rezonantni prelaz ($\Delta_{c1} = 0$) je prikazana na slici 18. Pojava transparentnog prozora u apsorpcionom spektru ukazuje na pojavu EIT efekta. Intenziteti laserskih polja su držani konstantnim, dok je radijus konfiniranja variran na $R = 10.22$ nm, $R = 20.44$ nm i $R = 30.66$ nm na slikama 18a, 18b i 18c, respektivno. Intenziteti laserskih polja su podešeni tako da budu jednaki $I_p = 10$ W/m² i $I_{c1} = 10^3$ W/m². Poređenjem vrednosti iz tabele 4, može se zaključiti da veći poluprečnik kvantne tačke znači i veći dipolni matrični element prelaza. Za isti intenzitet lasera, Rabijeve frekvence su veće za veće dipolne elemente prelaza. Zbog toga, iako su intenziteti lasera držani konstantnim, transparentni prozori postaju širi sa povećanjem poluprečnika kvantne tačke.

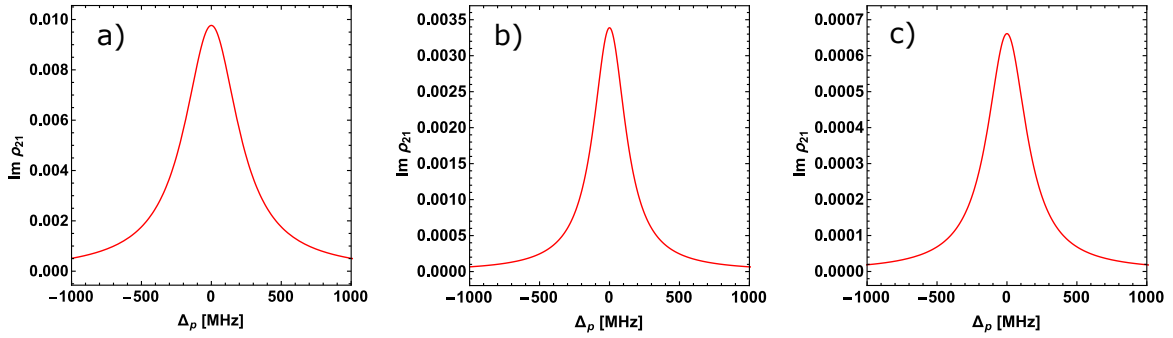
Na grafiku 19 se vidi uticaj drugog kontrolnog lasera na transparentni prozor u SKT za rezonantne prelaze ($\Delta_{c1} = \Delta_{c2} = 0$) i za različite vrednosti poluprečnika KT (za iste poluprečnike kao na grafiku 18). Ovi rezultati su generisani pomoću sistema jednačina (3.2.3). Intenzitet drugog kontrolnog lasera je podešen na $I_{c2} = 10$ W/m². Pri uključivanju drugog kontrolnog lasera, primećuje se pojava uskog apsorpcionog



Slika 18: Grafici imaginarnih delova susceptibilnosti SKT za $I_p = 10 \text{ W/m}^2$, $I_c = 10^3 \text{ W/m}^2$ i: a) $R = 10.22 \text{ nm}$, b) $R = 20.44 \text{ nm}$ i c) $R = 30.66 \text{ nm}$.



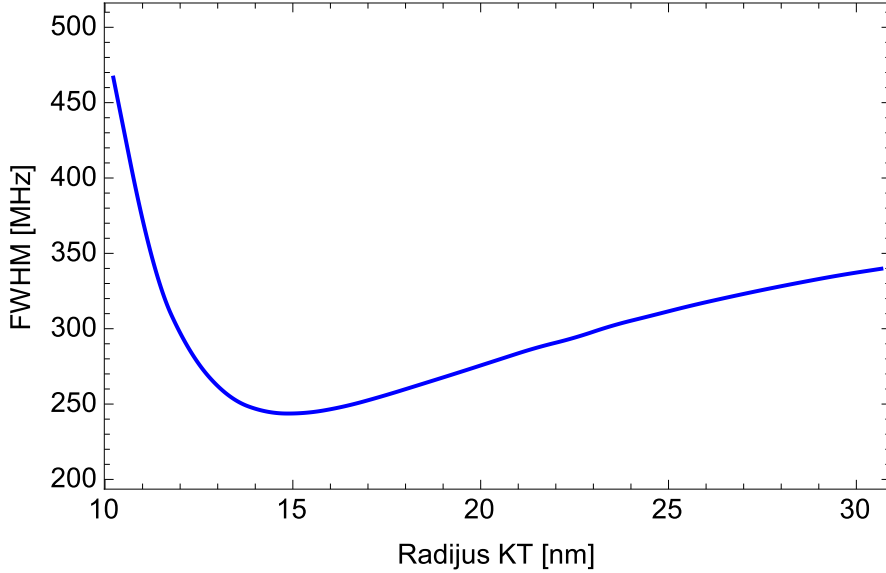
Slika 19: Grafici imaginarnih delova susceptibilnosti SKT za $I_p = 10 \text{ W/m}^2$, $I_{c1} = 10^3 \text{ W/m}^2$, $I_{c2} = 10 \text{ W/m}^2$ i: a) $R = 10.22 \text{ nm}$, b) $R = 20.44 \text{ nm}$ i c) $R = 30.66 \text{ nm}$.



Slika 20: Dodatni apsorpcioni pik sa slike 4 za $I_p = 10 \text{ W/m}^2$, $I_{c1} = 10^3 \text{ W/m}^2$, $I_{c2} = 10 \text{ W/m}^2$ i: a) $R = 10.22 \text{ nm}$, b) $R = 20.44 \text{ nm}$ i c) $R = 30.66 \text{ nm}$.

pika u sredini EIT prozora. Ovaj dodatni uski pik za iste parametre je prikazan na grafiku 20. Osobina koja je ovde ispitavana je širina pika (na engleskom *full width at half maximum* - FWHM), odnosno širina pika na polovini njegove visine. Za kvantnu tačku poluprečnika $R = 10.22 \text{ nm}$, $R = 20.44 \text{ nm}$ i $R = 30.66 \text{ nm}$ dobijene su sledeće širine apsorpcionog pika: 466.7 MHz, 279.3 MHz i 339.9 MHz, respektivno. Iz ovoga je očigledno da je širina dodatnog apsorpcionog pika nemonotona funkcija poluprečnika KT.

Na osnovu rezultata dobijenih na graficima 20, FWHM dodatnog apsorpcionog pika u sredini EIT prozora je izračunat za ovaj opseg parametara i prikazan na slici 21. Sa ovog grafika se vidi da je širina ovog dodatnog pika unutar apsorpcionog spektra nemonotona funkcija poluprečnika SKT i ima minimum za određeni poluprečnik SKT. Pojava dodatnog pika u apsorpcionom spektru se može objasniti pomoću obučenih



Slika 21: FWHM dodatnog apsorpcionog pika u sredini EIT prozora kao funkcija poluprečnika SKT.

stanja. Razmotrimo najpre vodonikov atom u kaskadnoj konfiguraciji sa tri nivoa. U ovoj konfiguraciji, nivoi $|2p_{-1}\rangle$ i $|3d_{-2}\rangle$ zajedno sa kontrolnim laserskim poljem Rabijeve frekvence Ω_{c1} , formiraju jedan podsistem. Hamiltonijan ovog podsistema pod rezonantnim uslovom $\Delta_{c1} = 0$ ima oblik

$$H_{-} = -\hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_{c1} \\ \Omega_{c1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.1.1)$$

Obučena stanja se dobijaju dijagonalizacijom Hamiltonijana koji opisuje ovaj podsistem. U slici obučenih stanja, ovaj podsistem ima dva svojstvena stanja

$$\psi_{\pm} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}|2p_{-1}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|3d_{-2}\rangle \quad (5.1.2)$$

sa svojstvenim energijama

$$E_{\pm} = \pm \hbar \Omega_{c1}. \quad (5.1.3)$$

Dva pika na grafiku 18 odgovaraju ovim svojstvenim energijama i ovim svojstvenim stanjima. Ukoliko razmatramo vodonikov atom u kaskadnoj konfiguraciji sa četiri

nivoa, stanja $|2p_{-1}\rangle$, $|3d_{-2}\rangle$ i $|4f_{-3}\rangle$ zajedno sa dva kontrolna laserska polja Rabijevih frekvenci Ω_{c1} i Ω_{c2} formiraju podsistem od tri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji. Hamiltonijan ovog podsistema pri rezonantnim uslovima $\Delta_{c1} = \Delta_{c2} = 0$ ima oblik

$$H_{\Xi} = -\hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_{c1} & 0 \\ \Omega_{c1} & 0 & \Omega_{c2} \\ 0 & \Omega_{c2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.1.4)$$

U slici obučenih stanja, ovaj podsistem ima tri svojstvena stanja ψ_0 i $\psi_{\pm}$. Ova svojstvena stanja su data preko atomskih stanja na sledeći način

$$\psi_0 = -\frac{\Omega_{c2}}{\Omega}|2p_{-1}\rangle + \frac{\Omega_{c1}}{\Omega}|4f_{-3}\rangle \quad (5.1.5)$$

$$\psi_{\pm} = \frac{\Omega_{c1}}{\Omega}|2p_{-1}\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}}|3d_{-2}\rangle + \frac{\Omega_{c2}}{\Omega}|4f_{-3}\rangle \quad (5.1.6)$$

sa svojstvenim energijama

$$E_0 = 0 \quad (5.1.7)$$

$$E_{\pm} = \pm\hbar\Omega, \quad (5.1.8)$$

gde je

$$\Omega = \sqrt{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}. \quad (5.1.9)$$

Prelaz između stanja $|1s_0\rangle$ i $|2p_{-1}\rangle$ je dozvoljen, a kako je stanje $|2p_{-1}\rangle$ deo obučenih stanja, sistem se može ekscitovati iz osnovnog stanja $|1s_0\rangle$ na bilo koje obučeno stanje. Dodatni pik koji se javlja u apsorpcionom spektru odgovara svojstvenom stanju ψ_0 i svojstvenoj energiji $E_0 = 0$. Dobijeni rezultati se kvalitativno slažu sa teorijskim radom [110].

5.2 EIT u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u spoljašnjem magnetnom polju

U ovom poglavlju će biti predstavljeni rezultati analize elektromagnetno indukovane transparentnosti u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u centru kvantne tačke pri delovanju spoljašnjeg magnetnog polja. Pri analizi ovog sistema u obzir su uzeta tri nivoa vodonične nečistoće $1s_0$, $2p_{-1}$ i $3d_{-2}$, tako da sa probnim i laserskim poljem koji indukuju σ^- prelaze, formiraju kaskadnu konfiguraciju. Master jednačine (3.1.8) su rešene u stacionarnom režimu. Zatim je ispitivana zavisnost susceptibilnosti za ovakav sistem kao funkcija Rabijeve frekvence kontrolnog polja, intenziteta spoljašnjeg magnetnog polja, razdešenosti kontrolnog polja i koeficijenata raspada.

Kako bi istražili pojavu EIT efekta u ovakvom sistemu, razmatramo realni i imaginarni deo susceptibilnosti KT koja je povezana sa probnim poljem i data jednačinama

(5.2.1) i (5.2.2), a koje se dobijaju iz jednačina (3.1.8), (3.3.7) i (3.3.8) u aproksimaciji slabog probnog polja [35].

$$Im\chi = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\gamma_{31} [\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p(\Delta_p + \Delta_c)] + (\Delta_p + \Delta_c) [\gamma_{21}(\Delta_p + \Delta_c) + \gamma_{31}\Delta_p]}{[\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p(\Delta_p + \Delta_c)]^2 + [\gamma_{21}(\Delta_p + \Delta_c) + \gamma_{31}\Delta_p]^2} \quad (5.2.1)$$

$$Re\chi = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{-(\Delta_p + \Delta_c) [\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p(\Delta_p + \Delta_c)] + \gamma_{31} [\gamma_{21}(\Delta_p + \Delta_c) + \gamma_{31}\Delta_p]}{[\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p(\Delta_p + \Delta_c)]^2 + [\gamma_{21}(\Delta_p + \Delta_c) + \gamma_{31}\Delta_p]^2} \quad (5.2.2)$$

Ukoliko nije drugačije naglašeno, izračunavanja u ovom odeljku su vršena za parametre $\gamma_{21} = \gamma_{31} = 10^{10}$ Hz i $R = 102.2$ nm.

Ukoliko je kontrolno lasersko polje isključeno, imaginarni i realni deo susceptibilnosti KT su dati preko

$$Im\chi = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon\hbar} \frac{\gamma_{21}}{\gamma_{21}^2 + \Delta_p^2} \quad (5.2.3)$$

$$Re\chi = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon\hbar} \frac{\Delta_p}{\gamma_{21}^2 + \Delta_p^2} \quad (5.2.4)$$

i predstavljeni su na slici 22 za različite vrednosti Rabijeve frekvence kontrolnog laserskog polja. Sa ovog grafika i iz formule (5.2.3) se može videti da su imaginarni delovi susceptibilnosti Lorencijani sa maksimalnom vrednošću

$$(Im\chi)_{max} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{1}{\gamma_{21}} \quad (5.2.5)$$

za nultu vrednost razdešenosti kontrolnog polja, tj. kada je kontrolno polje u rezonanci sa prelazom $1s_0 \leftrightarrow 2p_{-1}$. Realni deo susceptibilnosti je, sa druge strane, jednak nuli za razdešenost $\Delta_p = 0$ i dostiže ekstremne vrednosti

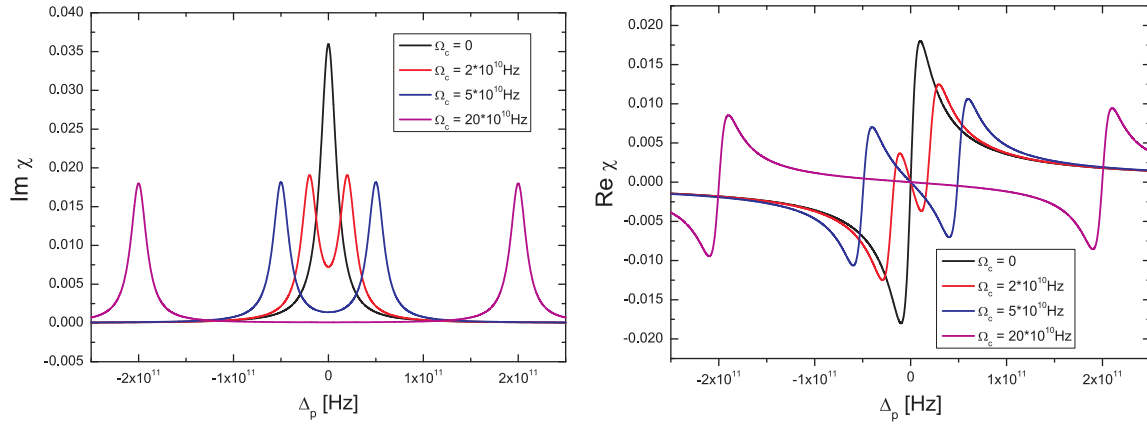
$$(Re\chi)_{min} = -\frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{1}{\gamma_{21}} \quad (5.2.6)$$

$$(Re\chi)_{max} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{1}{\gamma_{21}} \quad (5.2.7)$$

za razdešenosti $\Delta_p = -\gamma_{21}$ i $\Delta_p = \gamma_{21}$, respektivno. Pozitivan koeficijent pravca u oblasti oko $\Delta_p = 0$ znači da se indeks prelamanja smanjuje sa povećanjem frekvence probnog polja ω_p . Ovakvo ponašanje je karakteristično za anomalnu disperziju.

Ukoliko se uključi kontrolno lasersko polje i njena razdešenost podese na $\Delta_c = 0$ (kako bi se postigao maksimalni EIT efekat), apsorpcioni maksimum će se podeliti na dva pika koja su razdvojena transparentnim prozorom koji se nalazi u oblasti oko nulte razdešenosti probnog polja. U ovom centralnom delu, u kome je apsorpcija smanjena, koeficijent pravca krive realnog dela susceptibilnosti postaje negativan i karakter disperzije se menja iz anomalne u normalnu - indeks prelamanja se povećava sa povećanjem frekvence probnog polja. Promena u tipu disperzije sredine u odnosu

na probno polje, kada se uključi kontrolno polje izaziva i smanjenje grupne brzine svetlosti.



Slika 22: Grafici imaginarnog i realnog dela susceptibilnosti KT za različite Rabijeve frekvence kontrolnog laserskog polja, za $R = 102.2$ nm, $\gamma_{31} = \gamma_{21} = 10^{10}$ Hz i $B_0 = 0$ T.

Pojava transparentnog prozora i opisana karakteristična disperzija impliciraju pojavu EIT efekta. Kao što se može videti sa prethodne slike, širina transparentnog prozora, maksimalne vrednosti apsorpcije i koeficijent pravca disperzione krive u centralnom delu (oko $\Delta_p = 0$) zavise od vrednosti Rabijeve frekvence Ω_c . Za veće vrednosti ovog parametra, transparentni prozor postaje širi i apsorpcija probnog polja postaje manja - transparentnost se povećava. Sa grafika na kome je predstavljena zavisnost $Re\chi$ od frekvence probnog polja, može se zaključiti da se koeficijent pravca krive (a time i indeks prelamanja) smanjuje sa povećanjem Ω_c . Ovo znači da dolazi do značajnog smanjenja grupne brzine svetlosti ukoliko se EIT efekat realizuje pri nastanku uskog transparentnog prozora.

Ove osobine EIT-a se mogu objasniti pomoću analitičkih izraza (5.2.1) i (5.2.2), koji sada imaju sledeći oblik

$$Im\chi = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\gamma_{31}(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31}) + \gamma_{21}\Delta_p^2}{(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p^2)^2 + (\gamma_{21} + \gamma_{31})^2\Delta_p^2} \quad (5.2.8)$$

$$Re\chi = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{-\Delta_p(\Omega_c^2 - \gamma_{31}^2 - \Delta_p^2)}{(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p^2)^2 + (\gamma_{21} + \gamma_{31})^2\Delta_p^2}. \quad (5.2.9)$$

Imaginarni deo susceptibilnosti, kao funkcija razdešenosti probnog polja dostiže minimalnu vrednost

$$(Im\chi)_{min} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon\hbar} \frac{\gamma_{31}}{\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31}} \quad (5.2.10)$$

kada je ispunjen uslov $\Delta_p = 0$. Ukoliko je ispunjen i sledeći uslov

$$\Omega_c > \gamma_{31} \sqrt{\frac{\gamma_{31}}{\gamma_{21} + 2\gamma_{31}}} \quad (5.2.11)$$

dolazi do pojave dva identnična pika na grafiku $Im\chi$, koji se javljaju pri razdešenosti probnog laserskog polja

$$\Delta_p = \pm \sqrt{\frac{(\gamma_{21} + \gamma_{31})\Omega_c \sqrt{\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31}} - \gamma_{31}(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31})}{\gamma_{21}}}. \quad (5.2.12)$$

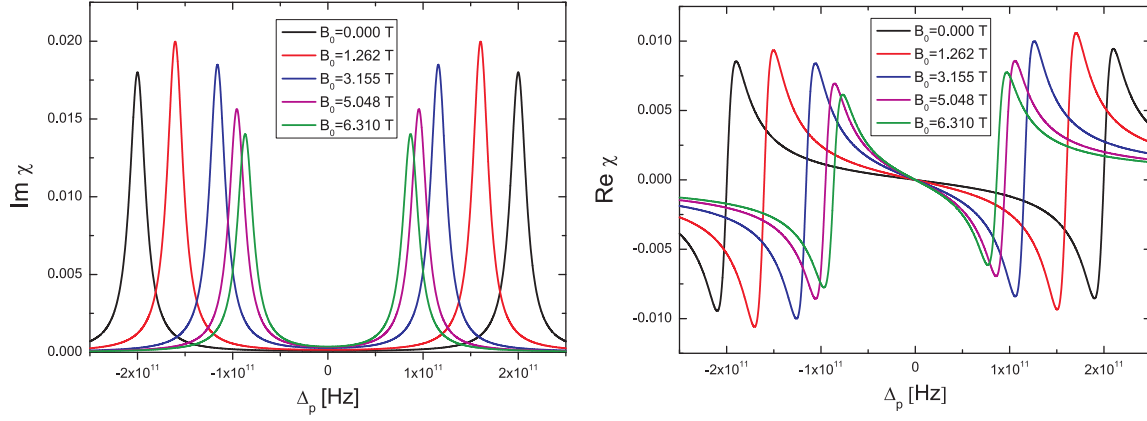
Može se videti iz jednačine (5.2.10) da je apsorpcija probnog polja pri rezonantnom uslovu $\Delta_p = 0$ značajno umanjena kada je $\Omega_c \gg \gamma_{21}, \gamma_{31}$, što je uslov za nastanak efikasnog EIT efekta [124]. Takođe, iz jednačine (5.2.12) sledi da su u režimu efikasnog EIT efekta, apsorpcioni pikovi razdvojeni za $2\Omega_c$, da su njihove širine $(\gamma_{21} + \gamma_{31})/2$ i da iznose

$$(Im\chi)_{max} = \frac{2N|d_{21}|^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{1}{\gamma_{21} + \gamma_{31}}. \quad (5.2.13)$$

Osobine EIT prozora će zavistiti od parametara sistema koji se razmatra. U ovom delu rada će biti razmatrani uticaji magnetnog polja i poluprečnika KT, kao i koeficijenata raspada na transparentni prozor. Parametri koji će se držati konstantnim u ostatku ove glave su intenziteti lasera. Intenzitet kontrolnog lasera je izabran tako da odgovara Rabijevoj frekvenci $\Omega_c = 2 \cdot 10^{11}$ Hz kada je poluprečnik kvantne tačke jednak $R = 102.2$ nm, a spoljašnje magnetno polje $B = 0$ T. Stoga, intenzitet kontrolnog lasera koji je korišćen iznosi $I = \frac{2\hbar^2 \varepsilon_{0n} \Omega_c^2}{d_{32}^2} = 93.76$ kW/m², gde je $n = \sqrt{\varepsilon}$ indeks prelamanja GaAs.

Slika 23 pokazuje efekat koji ima spoljašnje magnetno polje na transparentni prozor KT poluprečnika $R = 102.2$ nm, kada intenzitet kontrolnog laserskog polja ima gore navedenu vrednost. Iako se intenzitet kontrolnog laserskog polja održava konstantnim, Rabijeva frekvencija Ω_c se smanjuje sa povećanjem intenziteta spoljašnjeg magnetnog polja. Ova promena je uzrokovana odgovarajućim promenama dipolnog matričnog elementa d_{21} , koji se monotono menja sa B_0 , dostižući maksimalnu vrednost za $B_0 = 2$ T ($= 0.3B_0^*$). U skladu sa opisanim ponašanjem dipolnih matričnih elemenata i Rabijeve frekvence povezana sa kontrolnim laserskim poljem, može se zaključiti da: 1) transparentni prozor postaje uži sa povećanjem B_0 , 2) nagib $Re\chi$ krive se povećava, što za posledicu ima veći indeks prelamanja sa povećanjem jačine magnetnog polja, 3) $(Im\chi)_{min}$ se povećava sa povećanjem B_0 (jednačina (5.2.10)) i 4) maksimalna vrednost $Im\chi$ se najpre povećava sa povećanjem B_0 , a zatim smanjuje sa daljim povećanjem spoljašnjeg magnetnog polja (jednačine (5.2.8) i (5.2.12)).

Širina transparentnog prozora i indeks prelamanja su veličine koje su veoma osetljive na promene magnetnog polja. Ova osobina se može iskoristiti za veoma precizna merenja intenziteta magnetnog polja. U radovima [105, 106], ova osobina je iskorišćena kako bi se konstruisali veoma precizni magnetometri u kojima se pare natrijuma u kojima se usporava svetlost nalaze u jednoj od grana Mach-Zehnder-ovog interferometra.



Slika 23: Grafici realnog i imaginarnog dela susceptibilnosti KT za različite intenzitete magnetnog polja, za $I = 93761.3 \text{ W/m}^2$, $R = 102.2 \text{ nm}$ i $\gamma_{31} = \gamma_{21} = 10^{10} \text{ Hz}$.

U ovim radovima, atomi natrijumovih para i laserska polja koja interaguju sa ovim atomima čine lambda konfiguraciju. Osobine EIT efekta opisane u ovom radu se takođe mogu koristiti kao uprošćen model za realizaciju magnetometra zasnovanog na kvantnim tačkama.

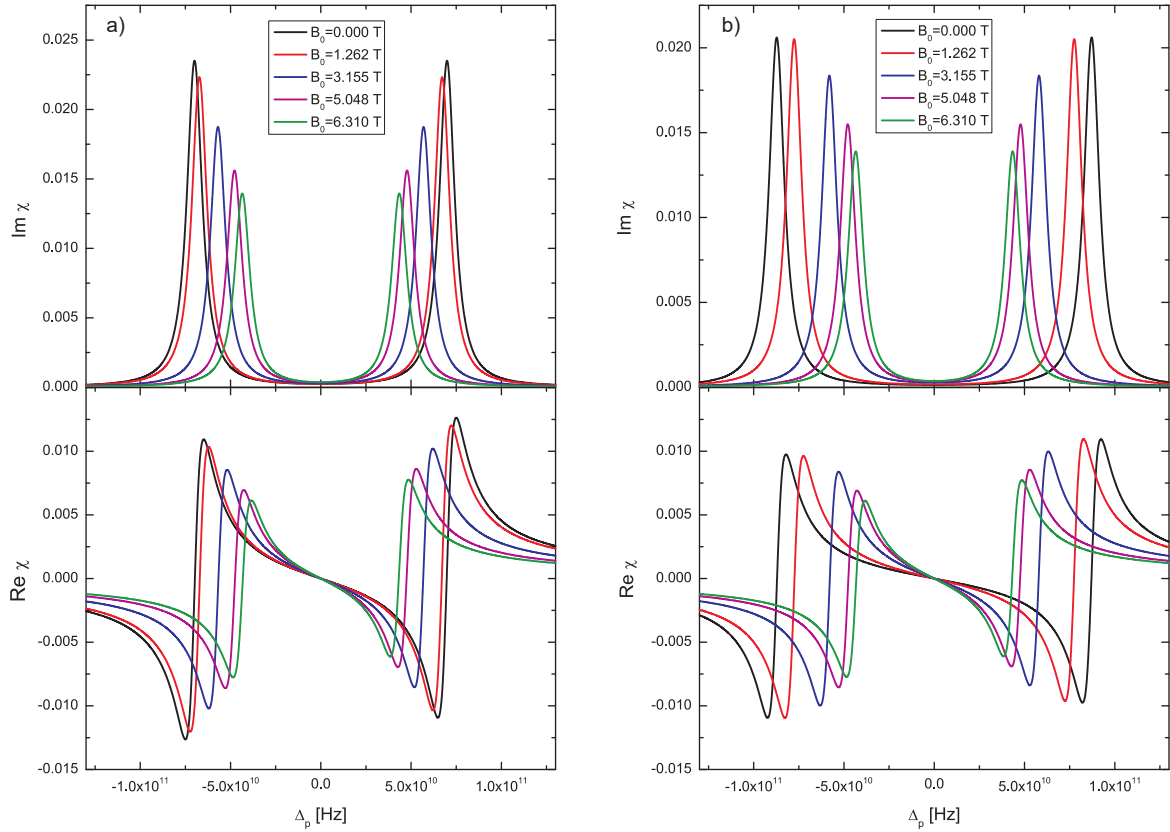
5.2.1 Uticaj poluprečnika kvantne tačke na EIT

Jedna od posledica promene poluprečnika KT su promene dipolnih momenata, a time i promene Rabijeve frekvence Ω_c za konstantan intenzitet laserskog polja. Sa slike 13 sledi da sa smanjenjem poluprečnika KT dolazi do sužavanja transparentnog prozora, a time i do povećanja nagiba disperzione krive za datu vrednost spoljašnjeg magnetnog polja. Uticaj promene spoljašnjeg magnetnog polja za konstantne poluprečnike KT će biti u skladu sa ranijom diskusijom.

Gore izvedeni zaključci se mogu izvesti i poređenjem slika 23 i 24 gde su imaginarni i realni deo susceptibilnosti dati kao funkcija razdešenosti probnog polja za različite poluprečnike KT: $R = 61.32 \text{ nm}$ i $R = 81.76 \text{ nm}$. Jedina razlika u poređenju sa slikom 23 je u maksimalnoj vrednosti $Im\chi$. U poređenju sa ponašanjem koje je karakteristično za kvantne tačke sa najvećim poluprečnikom koje su ovde razmatrane, maksimalna vrednost $Im\chi$ se monotono smanjuje sa povećanjem magnetnog polja B_0 usled različitog ponašanja dipolnog momenta d_{21} u funkciji poluprečnika KT. Osobine realnog dela susceptibilnosti su kvantitativno iste kao i za ostale poluprečnike razmatrane ranije.

5.2.2 Uticaj koeficijenata raspada na EIT

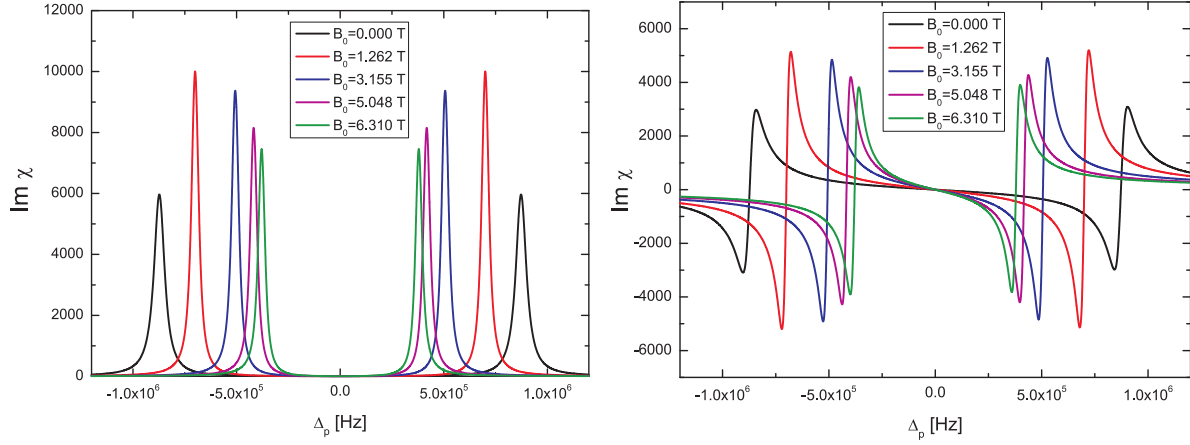
Koeficijenti raspada γ_{21} i γ_{31} u poluprovodnicima potiču od radijativnog raspada usled spontane emisije i raspada usled elektron-fononskih interakcija. Na niskim (kriogenim)



Slika 24: Dijagrami imaginarnog i realnog dela susceptibilnosti KT za različite intenzitete spoljašnjeg magnetnog polja, $I = 93761.3 \text{ W/m}^2$, $\gamma_{31} = \gamma_{21} = 10^{10} \text{ Hz}$ i poluprečnik KT: a) $R = 61.32 \text{ nm}$, b) $R = 81.76 \text{ nm}$

temperaturama, spontani raspad dominira nad raspadom usled elektron-fononskih interakcija [125, 126]. U našem slučaju, za KT poluprečnika $R = 102.2 \text{ nm}$, γ_{21} se smanjuje od $4.4 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ do $3.2 \cdot 10^4 \text{ Hz}$, dok se γ_{31} smanjuje od $1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ do $2.2 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ usled povećanja magnetnog polja B_0 . Imaginarni i realni delovi susceptibilnosti u funkciji razdešenosti probnog polja za KT poluprečnika $R = 102.2 \text{ nm}$ i radijativne raspade računati u skladu sa (3.0.4) dati su na grafiku 25.

Poređenjem grafika 23 i 25 može se doći do zaključka da su kvalitativne osobine transparentnog prozora i nagiba disperzione krive isti i zavise od jačine spoljašnjeg magnetnog polja. Širine pikova $Im\chi$ na grafiku 25 su manje od širina pikova na grafiku 23 zbog manjih vrednosti koeficijenata radijativnih raspada. Brzine raspada zavise od materijala od koga je KT napravljena, njenih dimenzija, procesa koji se odvijaju unutar KT, kao i od temperature. Na veoma niskim temperaturama, između 1 K i 7 K, u zavisnosti od korišćenog materijala, brzine raspada postaju jednake brzinama spontanih raspada. Eksperimentalno određene vrednosti relaksacionih vremena τ ($\gamma = 1/\tau$) obuhvataju veoma širok opseg: od nekoliko stotina femtosekundi do nekoliko stotina pikosekundi. Brzine raspada koje odgovaraju ovim vremenima su između



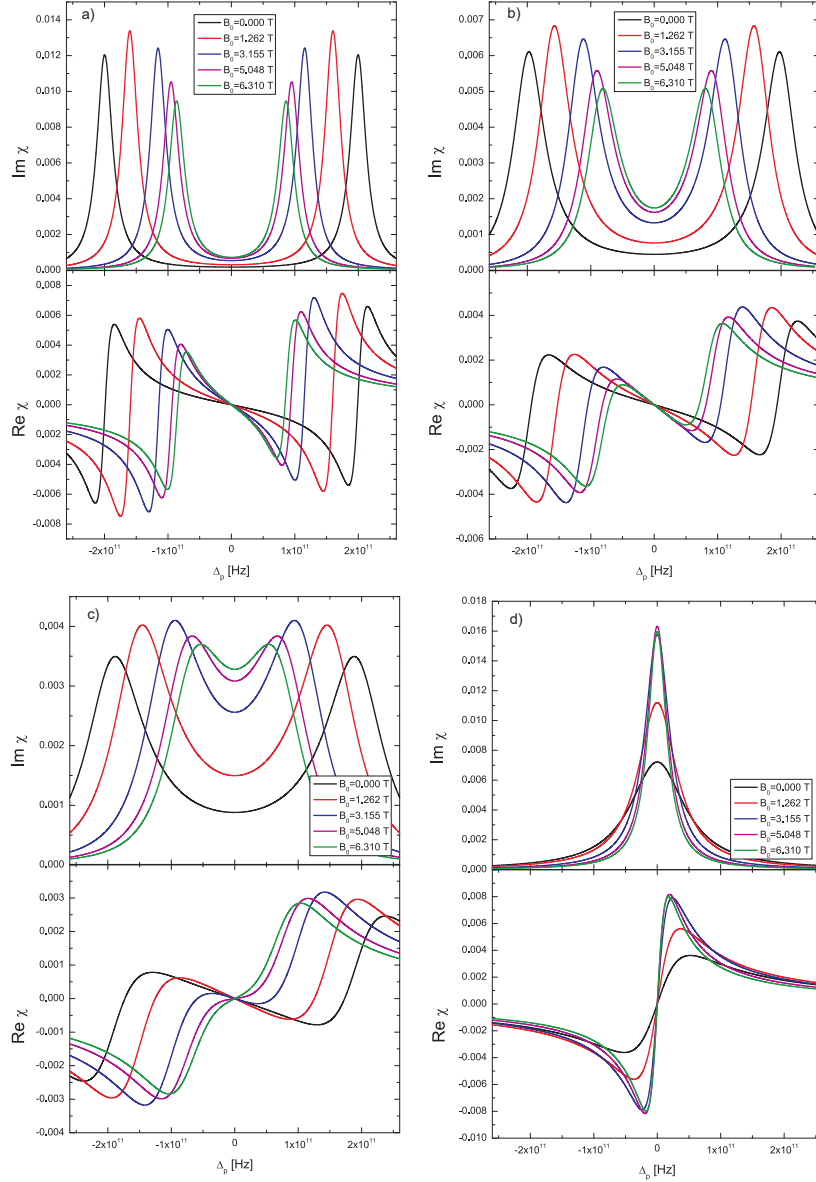
Slika 25: Dijagrami imaginarnog i realnog dela susceptibilnosti KT za različite intenzitete spoljašnjeg magnetnog polja za $R = 102.2$ nm i radijativne raspade.

10^9 Hz i 10^{12} Hz [125, 126]. Vrednosti za γ_{21} i γ_{31} koje su korišćene u izračunavanjima pri dobijanju grafika 22-27 su u opsegu eksperimentalno izmerenih vrednosti. Na graficima 25 i 26 razmatraćemo uticaj promene brzine raspada γ_{31} na EIT efekat za KT poluprečnika $R = 102.2$ nm. Pošto je $E_{31} > E_{21}$ ($E_{31} = E(3d_{-2}) - E(1s_0)$), pretpostaljeno je da važi $\gamma_{31} > \gamma_{21}$.

Sa grafika 26 se može videti da se minimalna vrednost za $Im\chi$ kada nema razdešenosti lasera povećava, maksimalna vrednost $Im\chi$ smanjuje, a pikovi postaju širi sa povećanjem γ_{31} . Takođe, sa povećanjem brzine raspada γ_{31} za konstantnu Rabijevu frekvencu kontrolnog polja, uslov (5.2.11) nije više ispunjen, i EIT efekat nestaje. Ovo je predstavljeno na slici 26d, gde je γ_{31} mnogo veće od γ_{21} i javlja se samo jedan pik u apsorpcionom spektru. Nestanak EIT efekta se takođe može videti i iz realnog dela susceptibilnosti: sa povećanjem vrednosti γ_{31} nagib realnog dela susceptibilnosti se smanjuje (njegova apsolutna vrednost), sve dok u jednom trenutku ne postane pozitivan. Sa grafika 26d se može videti da je koeficijent pravca krive $Re\chi$ pozitivan, za razliku od grafika 26a i 26b, što je jedan od dokaza da se EIT ne pojavljuje. Grafik 26c pokazuje da za neke vrednosti spoljašnjeg magnetnog polja EIT efekat postoji - negativna vrednost koeficijenta pravca krive $Re\chi$ oko nulte razdešenosti probnog lasera, dok je za ostale vrednosti EIT efekat prisutan - pozitivna vrednost koeficijenta pravca krive (crvena i ljubičasta linija).

5.2.3 Uticaj razdešenosti kontrolnog polja na EIT efekat

Uticaj razdešenosti kontrolnog laserskog polja na EIT efekat je prikazana na grafiku 27. Poluprečnik KT i intenzitet kontrolnog lasera su držani konstantnim kao i u ranijim slučajevima, konstante raspada su $\gamma_{21} = \gamma_{31} = 10^{10}$ Hz, a razdešenost kontrolnog polja $\Delta_c = 5\gamma_{21}$. Sa grafika 27 se može videti da je narušena simetrija i da transparentni

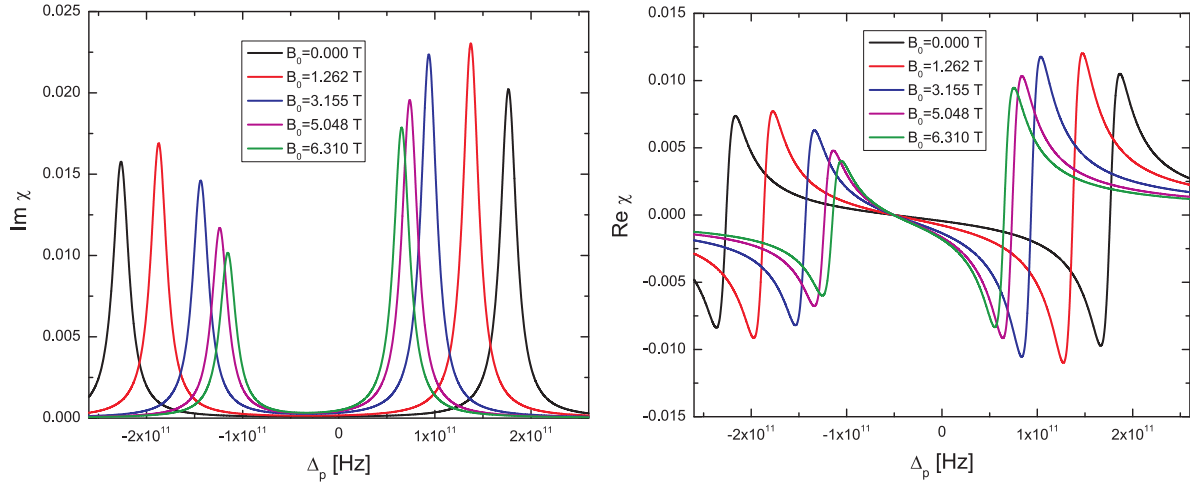


Slika 26: Dijagrami imaginarnog i realnog dela susceptibilnosti KT za različite intenzitete spoljašnjeg magnetnog polja za $R = 102.2 \text{ nm}$, $I = 93761.3 \text{ W/m}^2$ i a) $\gamma_{31} = 2\gamma_{21}$, b) $\gamma_{31} = 5\gamma_{21}$, c) $\gamma_{31} = 10\gamma_{21}$, d) $\gamma_{31} = 100\gamma_{21}$.

prozor više nije centriran oko vrednosti $\Delta_p = 0$, pri čemu je zadovoljen uslov dvo - ftonske rezonance $\Delta_p + \Delta_c = 0$. Apsoptionsi pikovi se takođe razlikuju po visini, ali imaju istu širinu. Ova osbina apsoptionsih pikova će biti detaljno razmatrana u nastavku ovog rada preko analize obučenih stanja.

5.2.4 Analiza u bazu obučenih stanja

Realizacija EIT efekta se može objasniti pomoću destruktivne interferencije između dva različita puta ekscitacija [7, 24, 25, 91]. U našem slučaju, postoje dva različita ekscitaciona puta: prvi predstavlja direktni prelaz između nivoa $|1s_0\rangle \leftarrow |2p_{-1}\rangle$,



Slika 27: Dijagrami imaginarnog i realnog dela susceptibilnosti KT za različite intenzitete spoljašnjeg magnetnog polja za $R = 102.2$ nm, $I = 93761.3$ W/m², $\gamma_{21} = \gamma_{31} = 10^{10}$ Hz i $\Delta_c = 5\gamma_{21}$.

dok drugi prelaz predstavlja složeni prelaz između sledećih nivoa $|1s_0\rangle \rightarrow |2p_{-1}\rangle \rightarrow |3d_{-2}\rangle \rightarrow |2p_{-1}\rangle$. Ukoliko je uslov dvo-fotonske rezonance ($\Delta_p + \Delta_c = 0$) ispunjen, verovatnoće prelaza ova dva različita puta interferiraju destruktivno i pojavljuje se EIT efekat. Alternativni način objašnjavanja EIT efekta je pomoću obučenih stanja - svojstvenih stanja interakcionog Hamiltonijana.

Obučena stanja u našem sistemu, u slučaju kada su probni i kontrolni laser nerazdešeni, su:

$$|+\rangle = \frac{\Omega_p}{\Omega\sqrt{2}}|1s_0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|2p_{-1}\rangle + \frac{\Omega_c}{\Omega\sqrt{2}}|3d_{-2}\rangle \quad (5.2.14)$$

$$|-\rangle = \frac{\Omega_p}{\Omega\sqrt{2}}|1s_0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2p_{-1}\rangle + \frac{\Omega_c}{\Omega\sqrt{2}}|3d_{-2}\rangle \quad (5.2.15)$$

$$|0\rangle = \frac{\Omega_c}{\Omega}|1s_0\rangle - \frac{\Omega_p}{\Omega}|3d_{-2}\rangle, \quad (5.2.16)$$

kojima odgovaraju svojstvene energije $E_0 = 0$ i $E_{\pm} = \pm\hbar\Omega$, gde je $\Omega = \sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_c^2}$. Stanje $|0\rangle$ predstavlja koherentnu superpoziciju atomskih stanja $|1s_0\rangle$ i $|3d_{-2}\rangle$, i predstavlja tamno stanje, koje je odgovorno za postojanje EIT efekta. Kada se sistem nalazi u ovom stanju, on je dekuplovan od probnog polja, i interakcija sa probnim poljem ne može dovesti do ekscitacije sistema u neko od drugih obučenih stanja. Ovo se može videti izračunavanjem matričnih elemenata za interakciju probnog polja između stanja $|0\rangle$ i $|\pm\rangle$:

$$\langle +|\vec{d}|0\rangle = -\frac{\Omega_c}{\Omega\sqrt{2}}\vec{d}_{21} + \frac{\Omega_p}{\Omega\sqrt{2}}\vec{d}_{32} \quad (5.2.17)$$

$$\langle -|\vec{d}|0\rangle = \frac{\Omega_c}{\Omega\sqrt{2}}\vec{d}_{21} - \frac{\Omega_p}{\Omega\sqrt{2}}\vec{d}_{32}. \quad (5.2.18)$$

Iz gornjih jednačina, može se videti da je $\langle +|\vec{d}|0\rangle + \langle -|\vec{d}|0\rangle = 0$. Odatle sledi da lasersko polje ne može da pobudi sistem iz tamnog stanja u neko drugo stanje [7, 24, 25, 91]. U graničnom slučaju slabog probnog polja i jakog kontrolnog polja, slučaj koji se ovde razmatra, tamno stanje je osnovno stanje $|1s_0\rangle$, dok stanja $|+\rangle$ i $|-\rangle$ predstavljaju superpoziciju atomskih stanja $|2p_{-1}\rangle$ i $|3d_{-2}\rangle$.

Za slučaj kada postoji razdešenost kontrolnog polja, obučena stanja su data na sledeći način:

$$|+\rangle = -\sin\phi|2p_{-1}\rangle + \cos\phi|3d_{-2}\rangle \quad (5.2.19)$$

$$|-\rangle = \sin\phi|2p_{-1}\rangle + \cos\phi|3d_{-2}\rangle \quad (5.2.20)$$

$$|0\rangle = |1s_0\rangle, \quad (5.2.21)$$

gde parametar ϕ , dat sa:

$$\tan 2\phi = \frac{2\Omega_c}{\Delta_c}, \quad (5.2.22)$$

opisuje mešanje atomskih talasnih funkcija usled delovanja kontrolnog laserskog polja. Stoga se može videti da se u graničnom slučaju slabog probnog polja, u bazi obučenih stanja, sistem zapravo sastoji iz dva podsistema. Jedan podsistem čini jako kontrolno polje zajedno sa golim stanjima $|2p_{-1}\rangle$ i $|3d_{-2}\rangle$, dok drugi podsistem čini osnovno stanje $|1s_0\rangle$. Interakcija između ova dva podsistema se ostvaruje posredstvom probnog polja. Karakteristično vreme nakon kog sistem dostiže EIT efekat je određeno veličinom $1/\Omega_c$ [7, 25]. Za jaka kontrolna polja, ovo vreme je reda veličine pikosekunde.

Konstante raspada sa obučenih stanja $|+\rangle$ i $|-\rangle$ na stanje $|0\rangle$ su izračunate, i mogu biti izražene pomoću sledećih izraza:

$$\gamma_{0,-} = \gamma_{21} \cos^2 \phi + \gamma_{31} \sin^2 \phi \quad (5.2.23)$$

$$\gamma_{0,+} = \gamma_{21} \sin^2 \phi + \gamma_{31} \cos^2 \phi. \quad (5.2.24)$$

Za slučaj nulte razdešenosti kontrolnog polja, jednačina (5.2.22) za ugao mešanja daje vrednost $\phi = \pi/4$ i konstante raspada sa obučenih stanja imaju iste vrednosti $\gamma_{0,-} = \gamma_{0,+} = (\gamma_{21} + \gamma_{31})/2$ (slike 22-27). Takođe, kada važi da je $\gamma_{31} = \gamma_{21}$, širine apsorpcionih pikova (proporcionalnih sa $\text{Im}\chi$) su iste, i nisu pod uticajem razdešenosti kontrolnog lasera (slika 27). Kako bi uporedili vrednosti apsorpcije u pikovima apsorpcione krive, izračunate su verovatnoće prelaza između osnovnog stanja $|0\rangle$ i pobuđenih stanja $|+\rangle$ i $|-\rangle$:

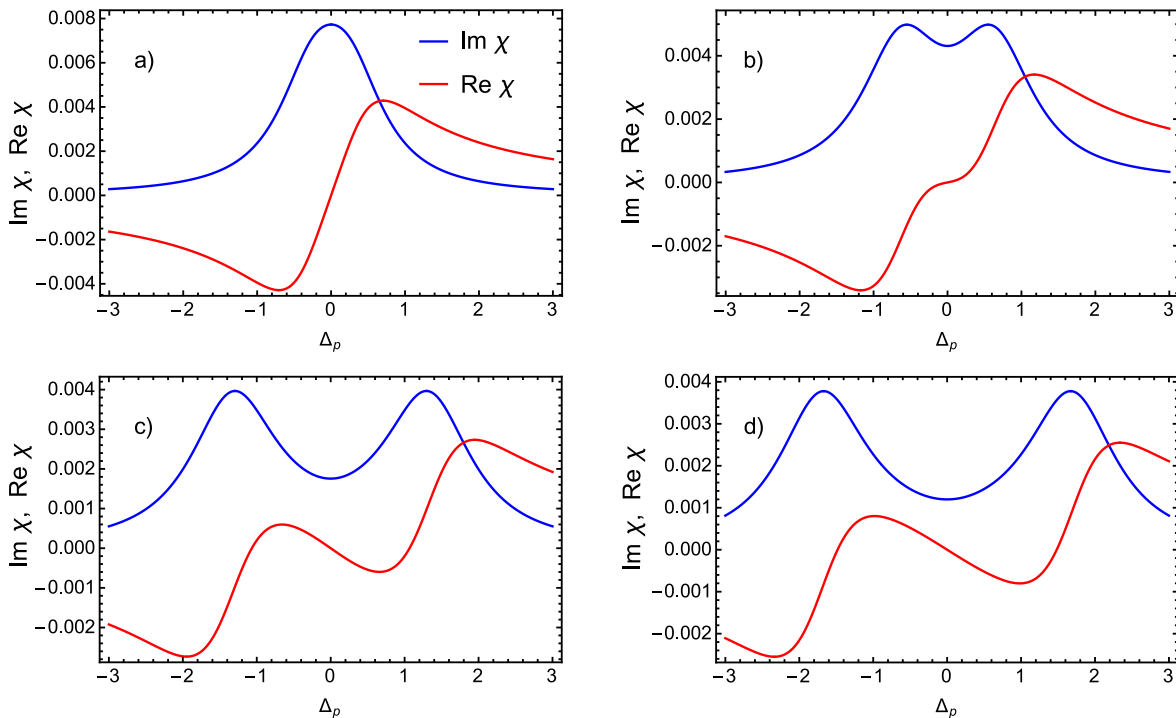
$$P_{|0\rangle \rightarrow |+\rangle} = 4\pi \frac{\sqrt{\Delta_c^2 + 4\Omega_c^2} - \Delta_c}{\sqrt{\Delta_c^2 + 4\Omega_c^2}} \Omega_p^2 \quad (5.2.25)$$

$$P_{|0\rangle \rightarrow |-\rangle} = 4\pi \frac{\sqrt{\Delta_c^2 + 4\Omega_c^2} + \Delta_c}{\sqrt{\Delta_c^2 + 4\Omega_c^2}} \Omega_p^2. \quad (5.2.26)$$

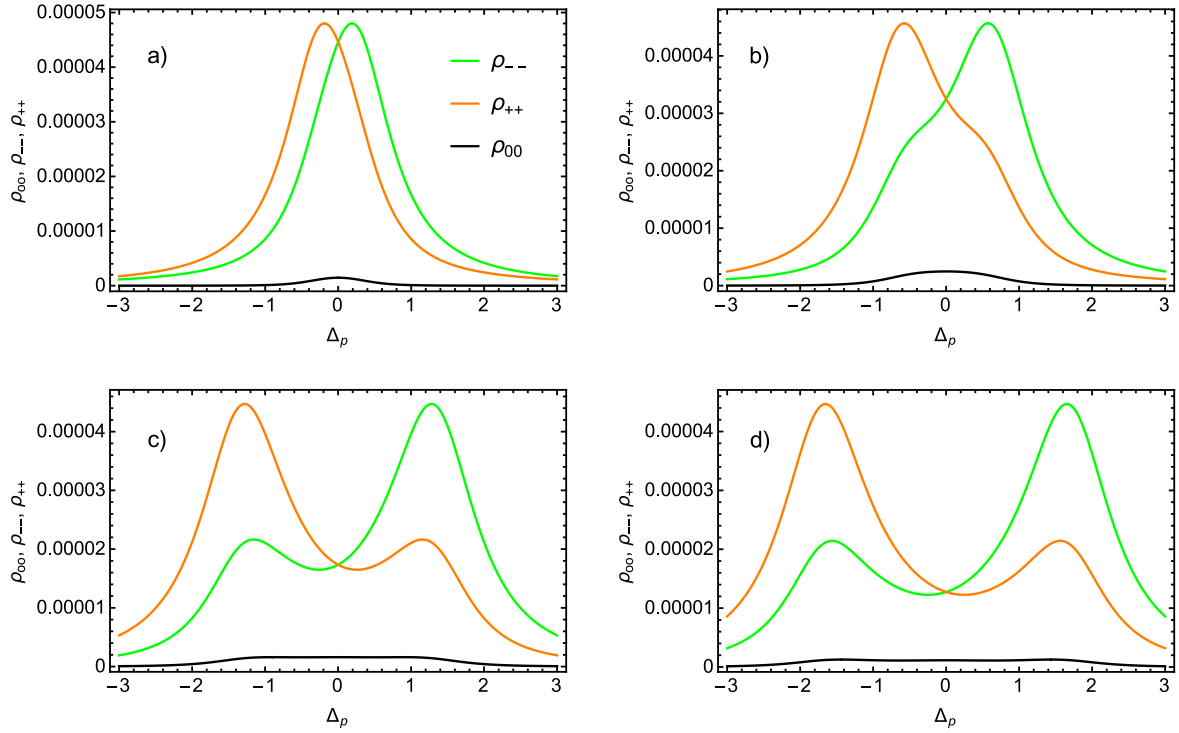
Za slučaj nulte razdešenosti kontrolnog polja, verovatnoće prelaza su iste. Ovim se objašnjava visina apsorpcionih pikova na graficima 22-26. Za nenulte i pozitivne razdešenosti kontrolnog polja, verovatnoća prelaza sa osnovnog na $|+\rangle$ stanje je manje od verovatnoće prelaza sa osnovnog na $|-\rangle$ stanje. Iz tog razloga su visine apsorpcionih pikova na slici 27 različite i grafik više nije simetričan.

5.3 Elektromagnetno indukovana transparentnost u konfiniranom atomu vodonika u Y konfiguraciji

Koristeći navedene vrednosti koeficijenata spontanog radijacionog raspada i zadajući pogodne vrednosti za Rabijevu frekvencu i razdešenosti probnog i kontrolnih polja (sve ove veličine se takođe izražavaju u odnosu na γ_{21} za dato R), rešava se sistem master jednačina (3.2.7)-(3.2.16) u stacionarnom režimu, a zatim se grafički predstavljaju imaginarni i realni deo susceptibilnosti, (3.3.7) i (3.3.8), kao funkcije razdešenosti probnog polja za navedene vrednosti radijusa konfiniranja. Svi grafici dati u ovom delu dobijeni su za rezonantna kontrolna polja: $\Delta_{c1} = \Delta_{c2} = 0$ i Rabijevu frekvencu probnog polja $\Omega_p = 0.01$ za svaki radijus konfiniranja. Realni i imaginarni deo susceptibilnosti na graficima dati su u jedinicama $2N/(\epsilon_0 \hbar)$.



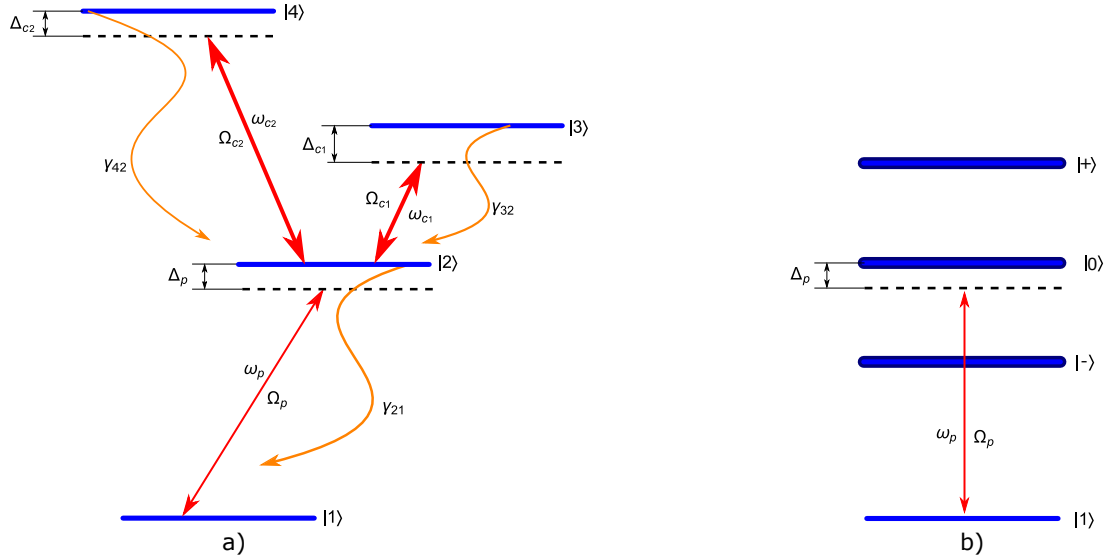
Slika 28: Realni i imaginarni deo susceptibilnosti KAV u odnosu na probno polje kao funkcija razdešenosti probnog polja za $R = 1$ i za sledeće vrednosti kontrolnih Rabijevih frekvenci ($\Omega_{c1} = \Omega_{c2} = \Omega_c$): a) $\Omega_c = 0.5$, b) $\Omega_c = 1.06$, c) $\Omega_c = 2$, d) $\Omega_c = 2.5$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.



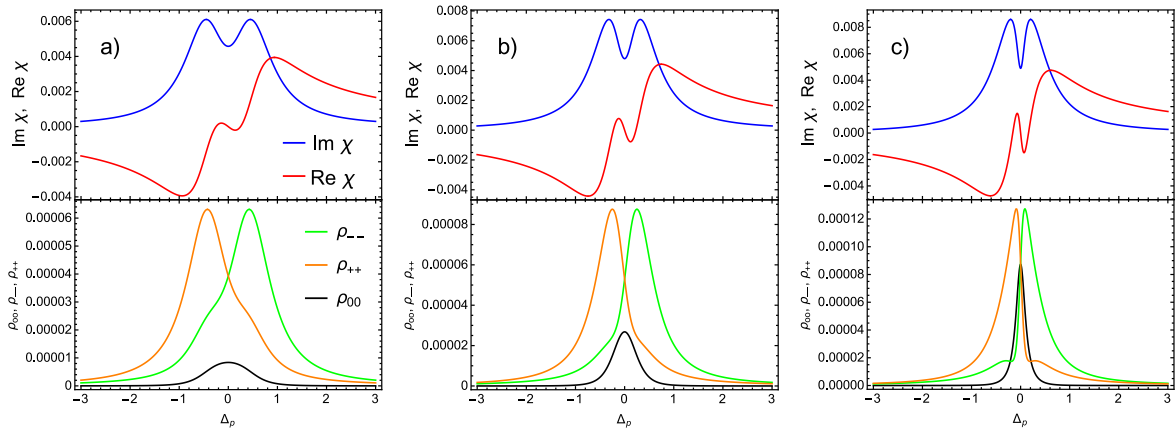
Slika 29: Naseljenosti tamnog i svetlih stanja kao funkcije razdešenosti probnog polja za $R = 1$ i za sledeće vrednosti kontrolnih Rabijevih frekvenci ($\Omega_{c1} = \Omega_{c2} = \Omega_c$): a) $\Omega_c = 0.5$, b) $\Omega_c = 1.06$, c) $\Omega_c = 2$, d) $\Omega_c = 2.5$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

Na slici 28 predstavljeni su realni (crvena linija) i imaginarni deo (plava linija) susceptibilnosti KAV kao funkcije razdešenosti probnog polja za radijus konfiniranja $R = 1$ i iste vrednosti kontrolnih Rabijevih frekvenci $\Omega_{c1} = \Omega_{c2} = \Omega_c = 0.5, 1.06, 2, 2.5$. Na grafiku imaginarnog dela susceptibilnosti (plave linije na slikama) za $\Omega_c = 0.5$ prisutan je rezonantni pik u apsorpciji, dok se za ostale vrednosti kontrolne Rabijeve frekvence uočava cepanje centralnog pika na dva uz formiranje prozora transparentnosti između njih. Ova struktura je simetrična u odnosu na $\Delta_p = 0$. Povećanje Rabijeve frekvence Ω_c dovodi do širenja prozora transparentnosti i produbljivanja minimuma ali ne utiče na visinu i širinu apsorpcionih pikova. Istovremeno, na osnovu realnog dela susceptibilnosti (crvene linije na slikama) zaključuje se da u oblasti smanjene apsorpcije disperzija probnog polja postaje normalna.

Ove karakteristike je najlakše objasniti posmatrajući interakciju KAV sa laserskim poljima u bazu stanja, koji se sastoji od osnovnog stanja $|1\rangle$ i obučenih stanja koja nastaju u interakciji atoma sa kontrolnim poljima (slika 30b). Ova poslednja se dobijaju kao svojstvena stanja podsistema sa tri nivoa u V konfiguraciji sastavljenog od



Slika 30: Dijagram sistema sa četiri nivoa u Y konfiguraciji konfiniranog atoma vodonika u interakciji sa probnim i kontrolnim laserima u slici: a) atomskih stanja i b) obučenih stanja.



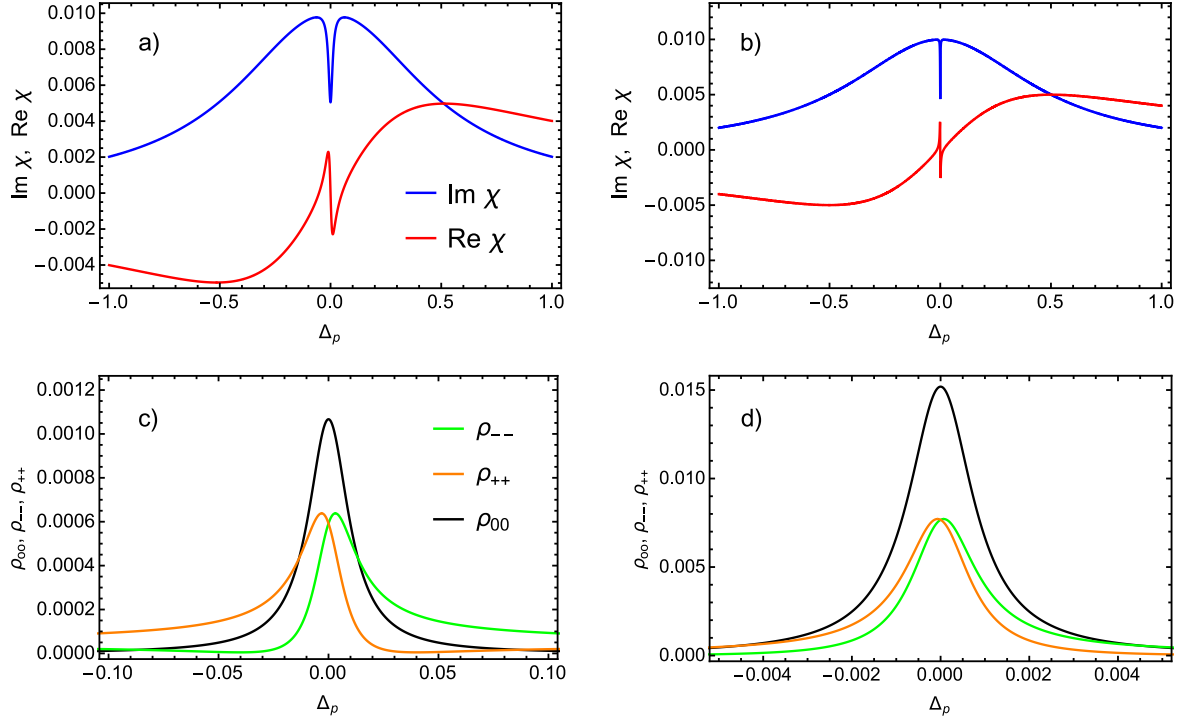
Slika 31: Realni i imaginarni deo susceptibilnosti KAV u odnosu na probno polje i naseljenosti tamnog i svetlih stanja kao funkcije razdešenosti probnog polja za različite vrednosti radijuse konfiniranja: a) $R = 2$, $\Omega_c = 0.769$, b) $R = 3$, $\Omega_c = 0.52$, c) $R = 4$, $\Omega_c = 0.329$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

atomskih stanja $|2\rangle$, $|3\rangle$ i $|4\rangle$ i kontrolnih polja:

$$|0\rangle = -\sin\phi|3\rangle + \cos\phi|4\rangle \quad (5.3.1)$$

$$|-\rangle = \cos\theta|2\rangle + \sin\theta\cos\phi|3\rangle + \sin\theta\sin\phi|4\rangle \quad (5.3.2)$$

$$|+\rangle = -\cos\delta|2\rangle + \sin\delta\cos\phi|3\rangle + \sin\delta\sin\phi|4\rangle. \quad (5.3.3)$$



Slika 32: Realni i imaginarni deo susceptibilnosti i naseljenosti obučenih stanja kao funkcije Δ_p za: a) i c) $R = 6$, $\Omega_c = 0.104$, b) i d) $R = 8$, $\Omega_c = 0.029$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

Dok njihove energije, u odnosu na energiju atomskog stanja $|2\rangle$, iznose

$$E_0 = \Delta \quad (5.3.4)$$

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 + \Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2} \right). \quad (5.3.5)$$

U prethodnim jednačinama je $\Delta = \Delta_{c1} = \Delta_{c2}$ i

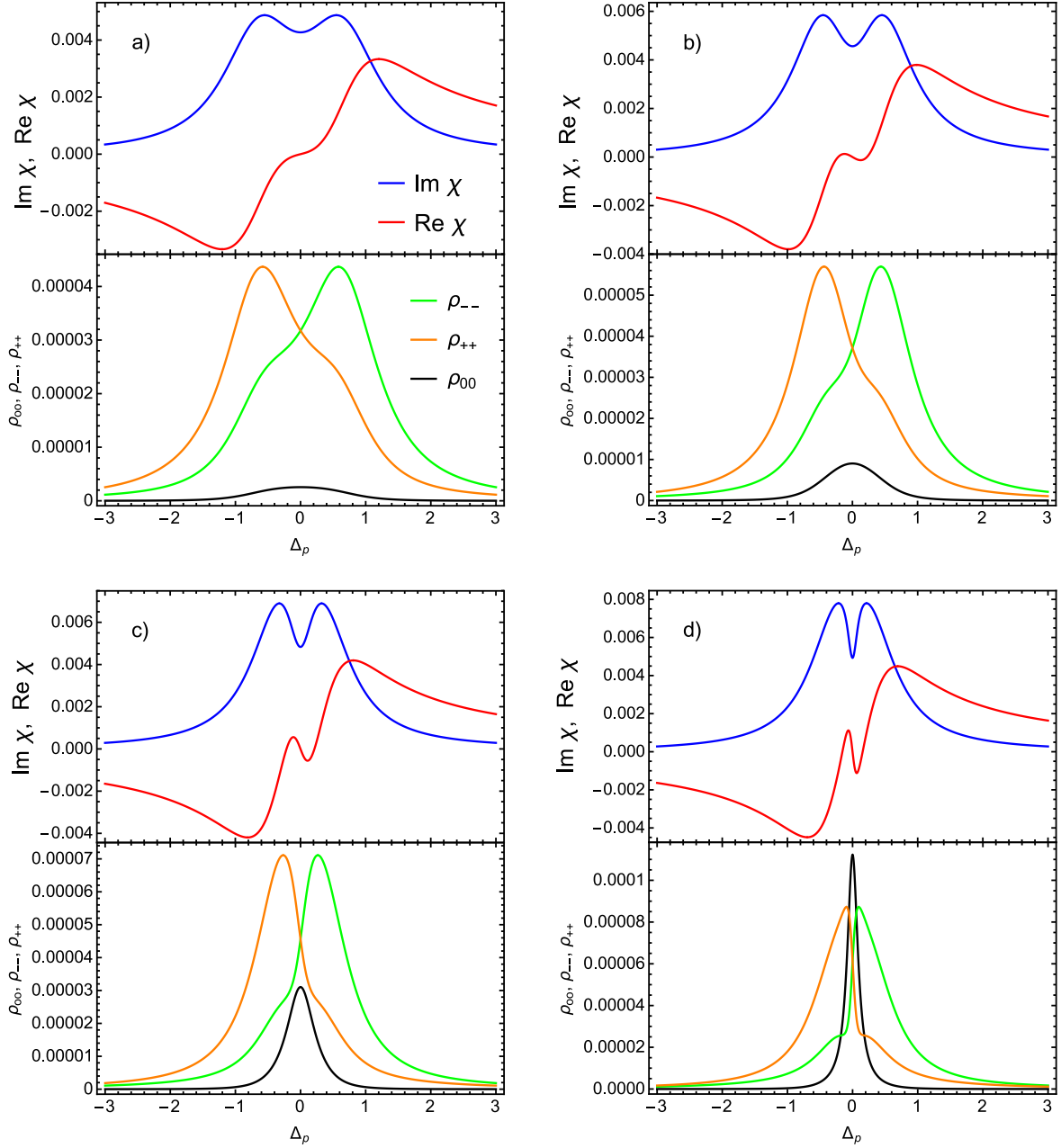
$$\tan \phi = \frac{\Omega_{c2}}{\Omega_{c1}} \quad (5.3.6)$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}}{\sqrt{\Delta^2 + \Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2} + \Delta} \quad (5.3.7)$$

$$\tan \delta = \frac{\sqrt{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}}{\sqrt{\Delta^2 + \Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2} - \Delta}. \quad (5.3.8)$$

Stanja $|+\rangle$ i $|-\rangle$ su svetla stanja i predstavljaju mešavinu atomskih stanja $|2\rangle$, $|3\rangle$ i $|4\rangle$. Kada je probno polje u rezonanci sa jednim od prelaza $|1\rangle \rightarrow |\pm\rangle$, dolazi do jake apsorpcije probnog polja, odnosno pojave dva pika na grafiku imaginarnog dela susceptibilnosti - Autler-Townes dublet [132]. Položaji ovih pikova određeni su sa

$$\Delta_p^{(\pm)} = \mp \frac{1}{2} \left(\sqrt{\Delta^2 + \Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2} \pm \Delta \right). \quad (5.3.9)$$

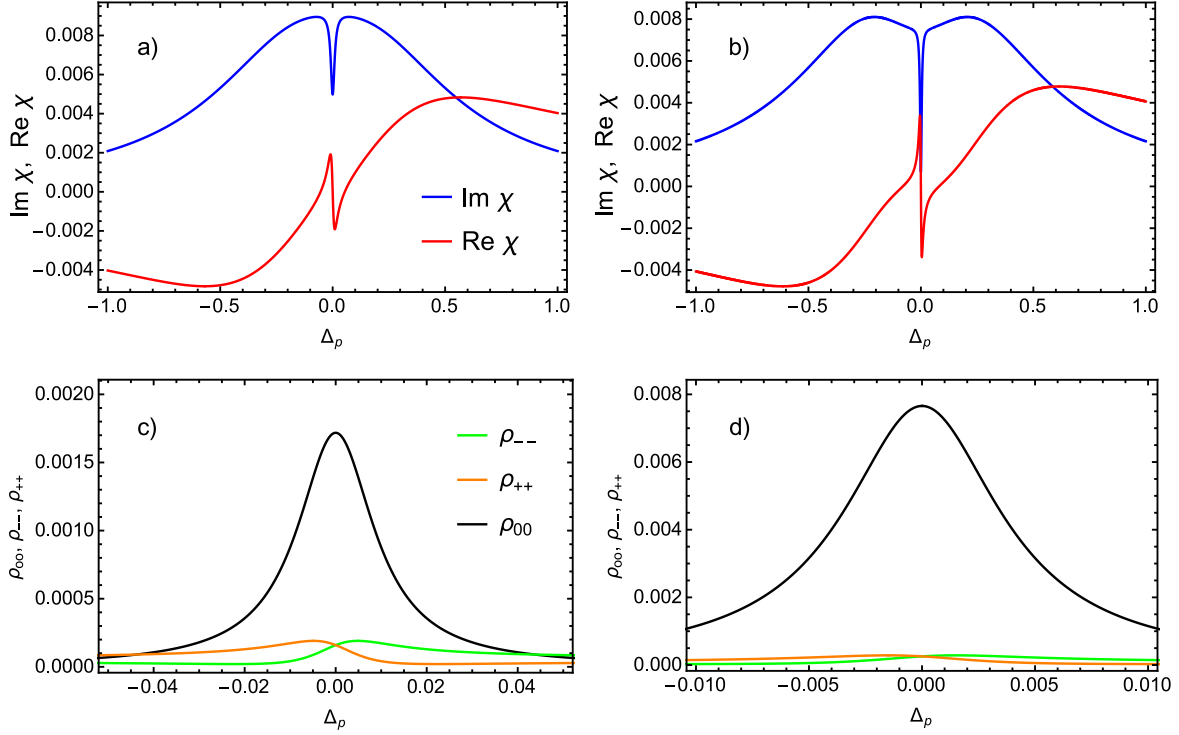


Slika 33: Realni i imaginarni deo susceptibilnosti i naseljenosti obučenih stanja kao funkcije Δ_p za: a) $R = 1$, $\Omega_{c1} = 1.2$, $\Omega_{c2} = 1$, b) $R = 2$, $\Omega_{c1} = 0.94$, $\Omega_{c2} = 0.71$, c) $R = 3$, $\Omega_{c1} = 0.47$, $\Omega_{c2} = 0.72$, d) $R = 4$, $\Omega_{c1} = 0.3$, $\Omega_{c2} = 0.54$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

Visine pikova određene su verovatnoćama navedenih prelaza $|1\rangle \rightarrow |\pm\rangle$ u rezonanci, odnosno proporcionalne su sa $\cos^2 \delta$ i $\cos^2 \theta$:

$$P_{|1\rangle \rightarrow |+\rangle} = 2\pi \cos^2 \delta \quad \text{i} \quad P_{|1\rangle \rightarrow |-\rangle} = 2\pi \cos^2 \theta. \quad (5.3.10)$$

Kako se ovde razmatra slučaj $\Delta = 0$ (kontrolna polja u rezonanci sa atomskim prelazima $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ i $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$), to je $\delta = \theta = \frac{\pi}{4}$, i iz (5.3.9) i (5.3.10) se dobija da su pikovi



Slika 34: Realni i imaginarni deo susceptibilnosti i naseljenosti obučenih stanja kao funkcije Δ_p za: a) i c) $R = 6$, $\Omega_{c1} = 0.1$, $\Omega_{c2} = 0.29$, b) i d) $R = 8$, $\Omega_{c1} = 0.03$, $\Omega_{c2} = 0.3$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

na dijagramu imaginarnog dela susceptibilnosti simetrično raspoređeni u odnosu na $\Delta_p = 0$ i imaju istu visinu

$$\Delta_p^{(\pm)} = \mp \sqrt{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}, \quad P_{|1\rangle \rightarrow |\pm\rangle} = \pi, \quad (5.3.11)$$

dok su njihove širine određene koeficijentima raspada obučenih stanja $|+\rangle$ i $|-\rangle$ i njihove vrednosti su, prema (B.5) i (B.6)

$$\gamma_+ = \gamma_- = \frac{1}{2} \gamma_{21} + \frac{1}{2} (\gamma_{32} \cos^2 \phi + \gamma_{42} \sin^2 \phi). \quad (5.3.12)$$

Širina prozora transparentnosti određena je vrednošću kontrolnih Rabijevih frekvenci i iznosi

$$\Delta_p^{(-)} - \Delta_p^{(+)} = 2\sqrt{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}. \quad (5.3.13)$$

Stanje $|0\rangle$ naziva se tamno stanje i predstavlja mešavinu atomskih stanja $|3\rangle$ i $|4\rangle$, pa je prelaz između njega i osnovnog stanja dipolno zabranjen. Kada je probno polje u rezonanci sa prelazom $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ na grafiku imaginarnog dela susceptibilnosti pojavljuje se prozor transparentnosti. Koeficijent raspada tamnog stanja je, prema (B.4), određen koeficijentima raspada atomskih stanja $|3\rangle$ i $|4\rangle$ i Rabijevim frekvencama kontrolnih polja (preko ugla ϕ):

$$\gamma_0 = \gamma_{32} \frac{\Omega_{c2}^2}{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2} + \gamma_{42} \frac{\Omega_{c1}^2}{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}. \quad (5.3.14)$$

S obzirom da je $\gamma_0 \neq 0$, tamno stanje se vremenom spontano raspada na svetlo stanje $|-\rangle$ u kome postoji udeo atomskog stanja $|2\rangle$ zbog čega postaje moguća apsorpcija probnog polja. Kakav će biti oblik prozora transparentnosti i da li će u njemu postojati apsorpcija i kolika će biti zavisice od toga koliko će biti efikasno "zarobljavanje" KAV u tamnom stanju. Kako su, za dati radijus konfiniranja, γ_{32} i γ_{42} fiksirani, efikasnost ovog procesa biće određena vrednošću Rabijevih frekvenci Ω_{c1} i Ω_{c2} . Zbog toga su, uporedo sa izračunavanjem realnog i imaginarnog dela susceptibilnosti za date vrednosti ovih veličina, računate i naseljenosti osnovnog stanja i obučenih stanja (5.3.1)-(5.3.3):

$$\rho_{00} = \rho_{33} \sin^2 \phi + \rho_{44} \cos^2 \phi - \operatorname{Re}(\rho_{34}) \sin 2\phi \quad (5.3.15)$$

$$\begin{aligned} \rho_{--} = & \frac{1}{2}\rho_{22} + \frac{1}{2}\rho_{33} \cos^2 \phi + \frac{1}{2}\rho_{44} \sin^2 \phi + \operatorname{Re}(\rho_{23}) \cos \phi + \\ & \operatorname{Re}(\rho_{24}) \sin \phi + \frac{1}{2}\operatorname{Re}(\rho_{34}) \sin 2\phi \end{aligned} \quad (5.3.16)$$

$$\begin{aligned} \rho_{++} = & \frac{1}{2}\rho_{22} + \frac{1}{2}\rho_{33} \cos^2 \phi + \frac{1}{2}\rho_{44} \sin^2 \phi - \operatorname{Re}(\rho_{23}) \cos \phi - \\ & \operatorname{Re}(\rho_{24}) \sin \phi + \frac{1}{2}\operatorname{Re}(\rho_{34}) \sin 2\phi. \end{aligned} \quad (5.3.17)$$

Na slici 29 prikazane su naseljenosti tamnog i svetlih stanja kao funkcije razdešenosti probnog polja za $R = 1$ pri vrednostima kontrolnih Rabijevih frekvenci navedenim na slici 28. Očigledno je da je za sve vrednosti Rabijeve frekvence $\rho_{00} < \rho_{++}$, ρ_{--} za $\Delta_p = 0$ i da se maksimalna vrednost ρ_{00} postiže za $\Omega_c = 1.06$. Sa povećanjem vrednosti Ω_c na graficima naseljenosti tamnog stanja pojavljuju se dva dodatna pika koja odgovaraju maksimumima apsorpcije i čije vrednosti rastu sa porastom Ω_c . Osim toga, na graficima ρ_{++} i ρ_{--} se pojavljuje dodatni pik na mestu drugog svetlog stanja. Upoređivanjem slika 28 i 29 zaključuje se da se smanjivanje apsorpcije postiže bez prebacivanja atoma u tamno stanje. Ovaj efekat se označava kao AT efekat [132] ili EIT bez tamnog stanja [169].

Isto ponašanje se uočava i za radijuse konfiniranja $R = 2, 3, 4$, što potvrđuje slika 31 na kojoj su predstavljeni imaginarni i realni deo susceptibilnosti i naseljenosti obučenih stanja kao funkcije razdešenosti probnog polja pri vrednostima kontrolnih Rabijevih frekvenci na kojima ρ_{00} ima maksimum za $\Delta_p = 0$. U tabeli 5 navedene su vrednosti naseljenosti tamnog i svetlih stanja za karakteristične vrednosti Ω_c za svako R , iz kojih se vidi da su naseljenosti oba svetla stanja jednake za dato R . Kada je radijus konfiniranja $R = 1$ naseljenost tamnog stanja u minimumu prozora transparentnosti je za red veličine manja od naseljenosti svetlih stanja. Kada je $R = 2$ i $R = 3$ tamno stanje je oko 5, odnosno 2 puta manje naseljeno u odnosu na svetla stanja. Vrednost radijusa konfiniranja $R = 4$ se razlikuje od prethodno navedenih po skoro izjednačenim vrednostima naseljenosti obučenih stanja za $\Delta_p = 0$. Razlog ovakvog ponašanja sistema se može videti ako se pogledaju tabela 2 i izrazi (5.3.12) i

(B.4). Za $R = 1, 2, 3$ se dobija da je $\gamma_0 > \gamma_+$, γ_- , dok za $R = 4$ ovi koeficijenti imaju bliske vrednosti.

Tabela 5: Maksimalne naseljenosti tamnog i svetlih stanja na $\Delta_p = 0$ za odgovarajuće vrednosti kontrolnih Rabijevih frekvenci $\Omega_{c1} = \Omega_{c2} = \Omega_c$ za različite vrednosti radijusa konfiniranja.

R	Ω_c	ρ_{00}	ρ_{++}	ρ_{--}
1.0	1.06	$2.4702 \cdot 10^{-6}$	$3.2518 \cdot 10^{-5}$	$3.2518 \cdot 10^{-5}$
2.0	0.769	$8.3782 \cdot 10^{-6}$	$3.9238 \cdot 10^{-5}$	$3.9238 \cdot 10^{-5}$
3.0	0.52	$2.6794 \cdot 10^{-5}$	$5.2934 \cdot 10^{-5}$	$5.2934 \cdot 10^{-5}$
4.0	0.329	$8.7335 \cdot 10^{-5}$	$8.8301 \cdot 10^{-5}$	$8.8301 \cdot 10^{-5}$
6.0	0.104	$1.0669 \cdot 10^{-3}$	$5.9204 \cdot 10^{-4}$	$5.9204 \cdot 10^{-4}$
8.0	0.029	$1.5191 \cdot 10^{-2}$	$7.6668 \cdot 10^{-3}$	$7.6668 \cdot 10^{-3}$

Tabela 6: Maksimalne naseljenosti tamnog i svetlih stanja na $\Delta_p = 0$ pri odgovarajućim kontrolnim Rabijevim frekvencama Ω_{c1} i Ω_{c2} za različite vrednosti radijusa konfiniranja.

R	Ω_{c1}	Ω_{c2}	ρ_{00}	ρ_{++}	ρ_{--}
1.0	1.2	1.0	$2.5482 \cdot 10^{-6}$	$3.1758 \cdot 10^{-5}$	$3.1758 \cdot 10^{-5}$
2.0	0.94	0.71	$9.0244 \cdot 10^{-6}$	$3.7167 \cdot 10^{-5}$	$3.7167 \cdot 10^{-5}$
3.0	0.47	0.72	$3.1037 \cdot 10^{-5}$	$4.5615 \cdot 10^{-5}$	$4.5615 \cdot 10^{-5}$
4.0	0.3	0.54	$1.1213 \cdot 10^{-4}$	$6.1204 \cdot 10^{-5}$	$6.1204 \cdot 10^{-5}$
6.0	0.1	0.29	$1.7179 \cdot 10^{-3}$	$1.5943 \cdot 10^{-4}$	$1.5943 \cdot 10^{-4}$
8.0	0.1	0.4	$7.6577 \cdot 10^{-3}$	$2.5653 \cdot 10^{-4}$	$2.5653 \cdot 10^{-4}$

Pri radijusima konfiniranja $R = 6$ i $R = 8$ vremena života pobuđenih stanja se povećavaju i koeficijent γ_{32} je za red veličine, odnosno za tri reda veličine manji od γ_{42} . Ovako dugo vreme života $2s_0$ stanja (stanje $|3\rangle$) uticaće da se naseljenosti obučenih stanja kao funkcije Δ_p ponašaju drugačije u odnosu na manje radijuse konfiniranja, što je ilustrovano slikom 32. Za ove vrednosti R minimum apsorpcije se postiže prebacivanjem KAV u tamno stanje, tako da se u ovim slučajevima ispoljava EIT efekat.

Razmotrimo sada slučaj kada je $\Omega_{c1} \neq \Omega_{c2}$. Za dobijanje grafika na slikama 33 i 34 korišćene su vrednosti kontrolnih Rabijevih frekvenci pri kojima se postiže maksimalna naseljenost tamnog stanja pri $\Delta_p = 0$ za svaki od radijusa konfiniranja. U tabeli 6 navedene su vrednosti naseljenosti tamnog i oba svetla stanja za $\Delta_p = 0$. Ponašanje sistema za $R = 1, 2, 3$ je isto kao i u slučaju jednakih vrednosti kontrolnih Rabijevih

frekvenci. Za radijus konfiniranja $R = 4$, za razliku od prethodnog slučaja, važi $\rho_{00} > \rho_{++}, \rho_{--}$. Isti odnos između naseljenosti obučenih stanja važi i za preostala dva radijusa konfiniranja $R = 6$ i $R = 8$. Upoređivanjem ovde navedenih grafika vidi se da se sa povećanjem radijusa konfiniranja prozor transparentnosti sužava, da se apsorpcija probnog polja u prozoru transparentnosti smanjuje, kao i da grafik $\text{Re}\chi$ u centralnom delu postaje strmiji.

5.3.1 Spontano generisana koherentnost

U ovom odeljku će biti predstavljena realizacija EIT efekta u slučaju kada su dva najviša energijska nivoa u Y konfiguraciji degenerisana, što dovodi do spontano generisane koherentnosti. Ovo se dešava pri radijusu konfiniranja $R = 2$, pošto su tada stanja $|3\rangle$ i $|4\rangle$ degenerisana, kao što pokazuju vrednosti energija date u tabeli 1. Razmotrimo slučaj kada se umesto dosadašnjeg stanja $3d_{-2}$ koristi stanje $3d_0$: $|3\rangle \equiv |3d_0\rangle$. Pri ovakvom izboru stanja, dipolni momenti prelaza $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ i $|4\rangle \rightarrow |2\rangle$ su paralelni. Ovo omogućava da se umesto dva kontrolna laserska polja koristi samo jedan laser, tako da se polazeći od definicija Rabijevih frekvenci i koeficijenata spontane emisije (3.0.4), dobija sledeći odnos između kontrolnih Rabijevih frekvenci:

$$\frac{\Omega_{c1}}{\Omega_{c2}} = \frac{|d_{32}|}{|d_{42}|} = \sqrt{\frac{\gamma_{32}}{\gamma_{42}}}. \quad (5.3.18)$$

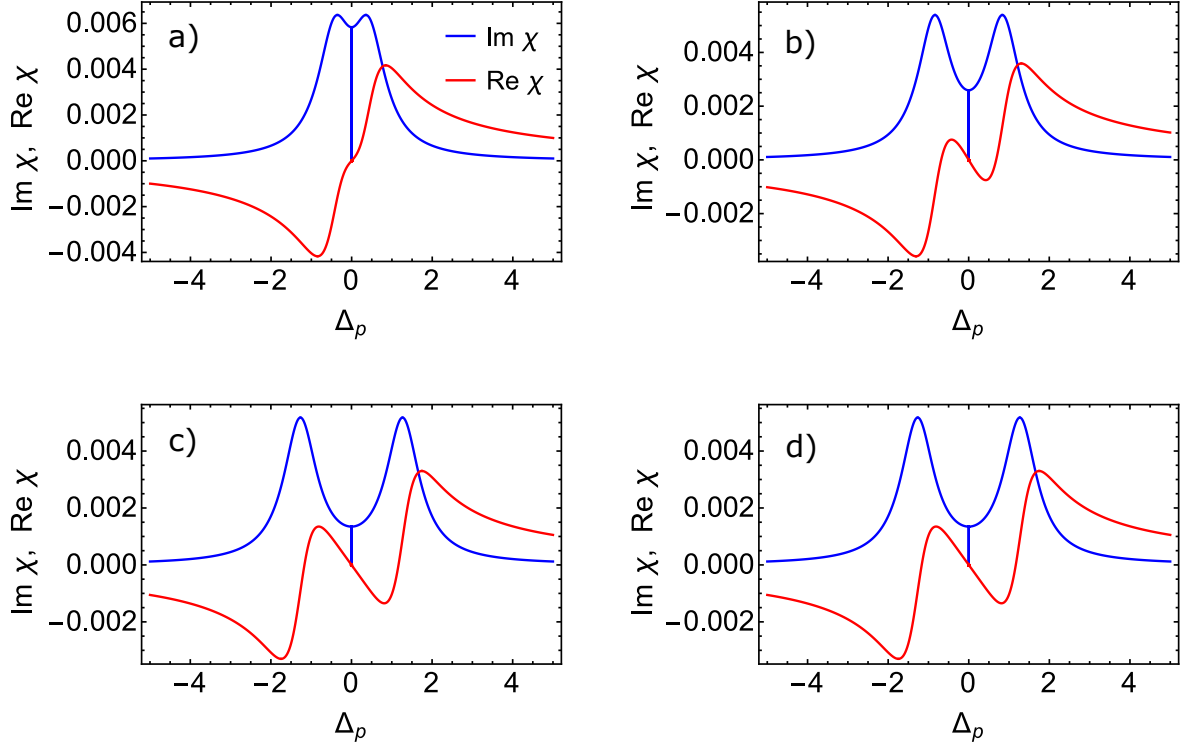
Koristeći vrednosti matričnih elemenata dipolnih prelaza i koeficijenata spontane emisije, navedene u tabeli 5, rešava se sistem master jednačina (3.2.7)-(3.2.16) u kojima je sada

$$\eta_{\Phi} = \sqrt{\gamma_{32} \gamma_{42}}. \quad (5.3.19)$$

Na slici 35 predstavljeni su imaginarni (plava boja) i realni (crvena boja) delovi susceptibilnosti KAV u odnosu na probno polje kao funkcije razdešenosti ovog polja za $\Omega_p = 0.01$ i nekoliko različitih vrednosti Rabijeve frekvence $\Omega_{c1} = 0.5, 1, 1.5, 2$, pri čemu je $d_{21} = 0.53973$, $d_{32} = 0.30562$, $d_{42} = 0.41795$, $\gamma_{32} = 0.350023$ i $\gamma_{42} = 0.654602$.

Za razliku od delimično smanjene apsorpcije kod kvantnih sistema u Y konfiguraciji, prikazanih na slikama 28, 29, 31 - 34 pri nultoj razdešenosti probnog polja, ovde se primećuje veoma uzak transparentan prozor u kome apsorpcija pada na nulu. Kako je transparentni prozor u ovom slučaju veoma uzak, ovaj deo je uvećan i predstavljen na slici 36. Može se primetiti i da je sa porastom Rabijeve frekvence kontrolnog polja, prozor transparentnosti uži. Takođe, gotovo sva populacija sistema je prebačena u tamno stanje pri nultoj razdešenosti probnog polja, što je prikazano na slici 37.

Da bismo objasnili navedeno ponašanje, koristićemo opet bazis sastavljen od osnovnog i obučenih stanja (5.3.1)-(5.3.3) iz prethodnog odeljka. Jedina razlika će sada



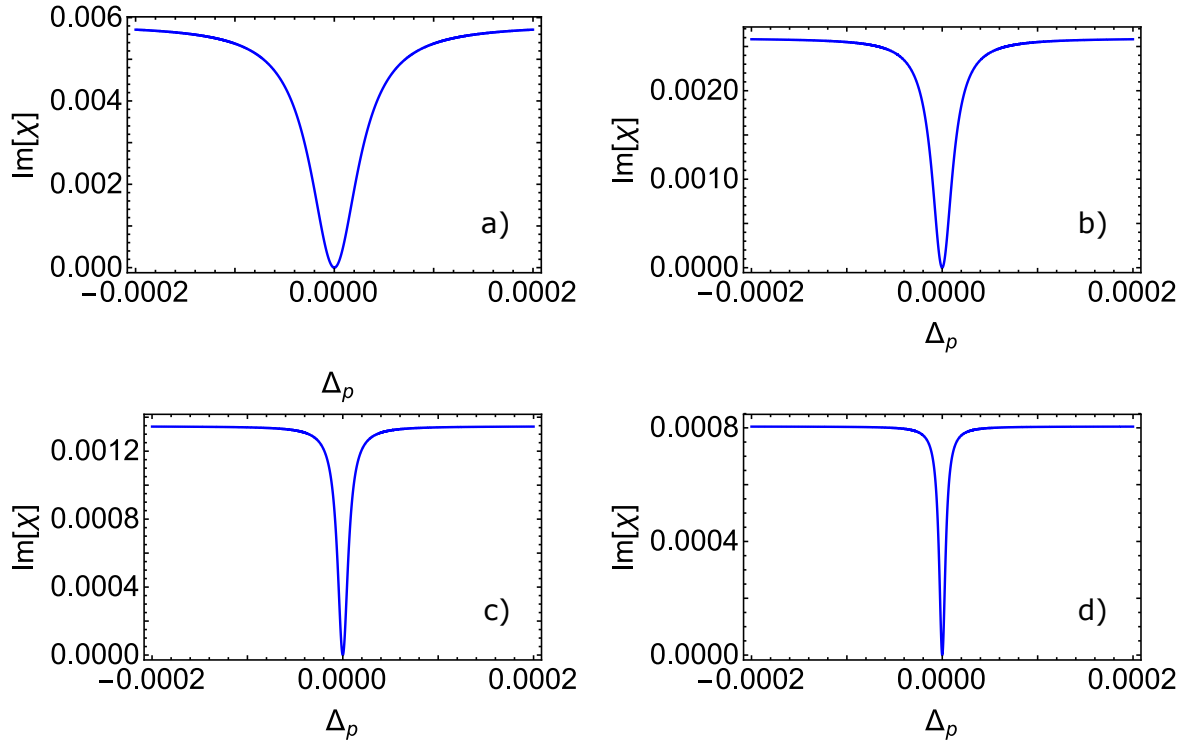
Slika 35: Realni i imaginarni deo susceptibilnosti kao funkcije Δ_p za: a) $\Omega_{c1} = 0.5$, b) $\Omega_{c1} = 1.0$, c) $\Omega_{c1} = 1.5$ i d) $\Omega_{c1} = 2.0$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

biti u činjenici da nećemo koristiti hamiltonijan (B.1), jer se pomoću njega ne može opisati interferencija između kanala $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ i $|4\rangle \rightarrow |2\rangle$, kroz koje se odvija spontana emisija dva najviša pobuđena stanja. Pođimo od Liouville-ove jednačine (3.0.2), koju prepisujemo u obliku

$$\frac{d\sigma}{dt} = -i[H, \sigma] + G, \quad (5.3.20)$$

gde je H hamiltonijan koji opisuje koherentnu interakciju sa laserskim poljima (3.2.5) za rezonantna kontrolna polja

$$H = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_p & 0 & 0 \\ \Omega_p & -2\Delta_p & \Omega_{c1} & \Omega_{c2} \\ 0 & \Omega_{c1} & -2\Delta_p & 0 \\ 0 & \Omega_{c2} & 0 & -2\Delta_p \end{pmatrix}, \quad (5.3.21)$$

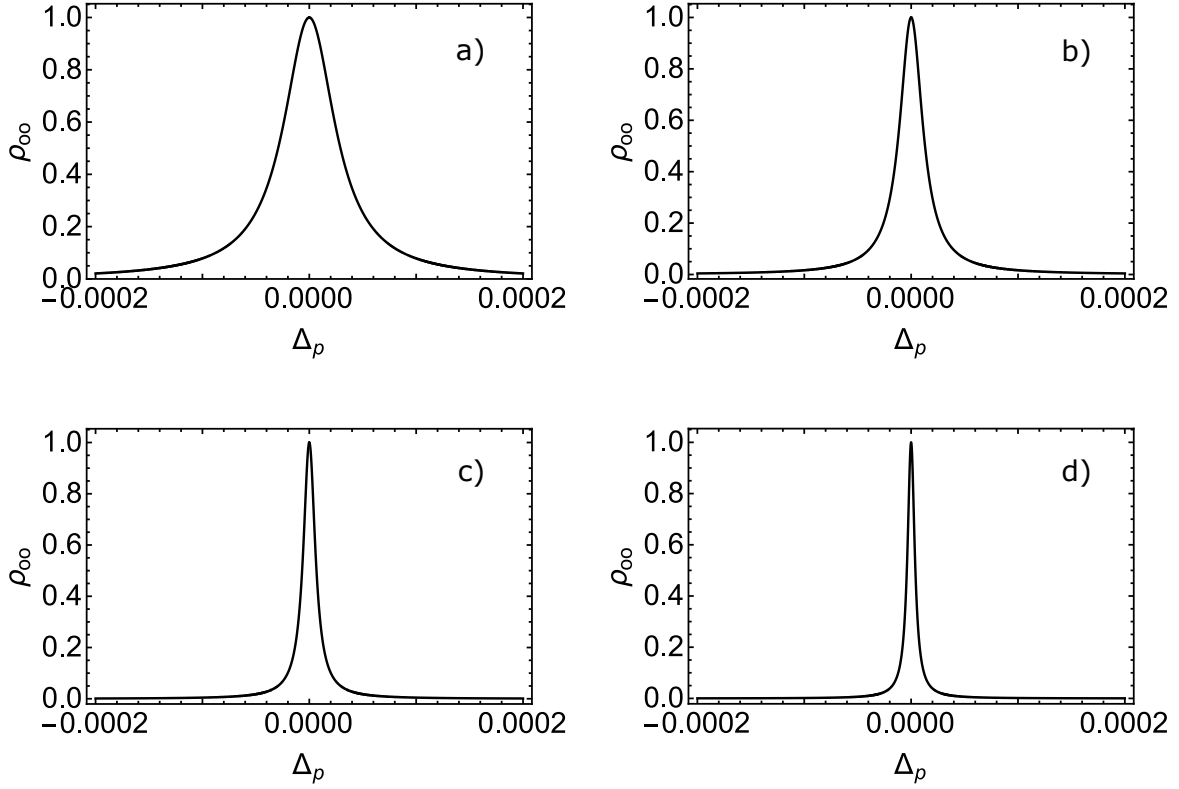


Slika 36: Uvećani deo imaginarnog dela susceptibilnosti (sa grafika 35) gde se vidi nagli pad apsorpcije kao funkcije Δ_p za: a) $\Omega_{c1} = 0.5$, b) $\Omega_{c1} = 1.0$, c) $\Omega_{c1} = 1.5$ i d) $\Omega_{c1} = 2.0$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

a G matrica koja opisuje relaksacione procese i koja je oblika

$$\begin{aligned}
 G = -\frac{1}{2} \bigg[& -2\gamma_{21}\sigma_{22}|1\rangle\langle 1| + \gamma_{21}\sigma_{12}|1\rangle\langle 2| + \\
 & + (\gamma_{32}\sigma_{13} + \eta_{\Phi}\sigma_{14})|1\rangle\langle 3| + (\gamma_{42}\sigma_{14} + \eta_{\Phi}\sigma_{13})|1\rangle\langle 4| \\
 & + \gamma_{21}\sigma_{21}|2\rangle\langle 1| + (2\gamma_{21}\sigma_{22} - 2\gamma_{32}\sigma_{33} - 2\gamma_{42}\sigma_{44} - 2\eta_{\Phi}(\sigma_{34} + \sigma_{43}))|2\rangle\langle 2| \\
 & + ((\gamma_{21} + \gamma_{32})\sigma_{23} + \eta_{\Phi}\sigma_{24})|2\rangle\langle 3| + ((\gamma_{21} + \gamma_{42})\sigma_{24} + \eta_{\Phi}\sigma_{23})|2\rangle\langle 4| \\
 & + (\gamma_{32}\sigma_{31} + \eta_{\Phi}\sigma_{41})|3\rangle\langle 1| + ((\gamma_{21} + \gamma_{32})\sigma_{32} + \eta_{\Phi}\sigma_{42})|3\rangle\langle 2| \\
 & + (2\gamma_{32}\sigma_{33} + \eta_{\Phi}(\sigma_{34} + \sigma_{43}))|3\rangle\langle 3| + ((\gamma_{32} + \gamma_{42})\sigma_{34} + \eta_{\Phi}(\sigma_{33} + \sigma_{44}))|3\rangle\langle 4| \\
 & + (\gamma_{42}\sigma_{41} + \eta_{\Phi}\sigma_{31})|4\rangle\langle 1| + ((\gamma_{21} + \gamma_{42})\sigma_{42} + \eta_{\Phi}\sigma_{32})|4\rangle\langle 2| \\
 & + ((\gamma_{32} + \gamma_{42})\sigma_{43} + \eta_{\Phi}(\sigma_{33} + \sigma_{44}))|4\rangle\langle 3| + (2\gamma_{42}\sigma_{44} + \eta_{\Phi}(\sigma_{43} + \sigma_{34}))|4\rangle\langle 4| \bigg].
 \end{aligned} \tag{5.3.22}$$

Nakon unitarne transformacije matricom U ($\theta = \delta = \pi/4$), za hamiltonijan inter-



Slika 37: Naseljenost tamnog stanja kao funkcije Δ_p za: a) $\Omega_{c1} = 0.5$, b) $\Omega_{c1} = 1.0$, c) $\Omega_{c1} = 1.5$ i d) $\Omega_{c1} = 2.0$. Vrednosti ostalih veličina date su u tekstu.

akcije KAV sa laserskim poljima se dobija

$$\begin{aligned}
 \tilde{H} = & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_p |1\rangle \langle -| - \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_p |1\rangle \langle +| - 2\Delta_p |0\rangle \langle 0| \right. \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} (\Omega_{c2} \cos \phi - \Omega_{c1} \sin \phi) |0\rangle \langle -| + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\Omega_{c2} \cos \phi + \Omega_{c1} \sin \phi) |0\rangle \langle +| \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} (\Omega_{c2} \cos \phi - \Omega_{c1} \sin \phi) |-\rangle \langle 0| + (-2\Delta_p + \Omega_{c1} \cos \phi + \Omega_{c2} \sin \phi) |-\rangle \langle -| \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\Omega_{c2} \cos \phi + \Omega_{c1} \sin \phi) |+\rangle \langle 0| + (-2\Delta_p - \Omega_{c1} \cos \phi - \Omega_{c2} \sin \phi) |+\rangle \langle +| \\
 & \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_p |-\rangle \langle 1| - \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_p |+\rangle \langle 1| \right].
 \end{aligned} \tag{5.3.23}$$

S obzirom na definiciju (5.3.6) ugla ϕ , dobija se da je $\Omega_{c2} \cos \phi - \Omega_{c1} \sin \phi = 0$, tako da je pri rezonantnom probnom polju, tamno stanje u potpunosti dekuplovano od laserskih polja. Analogan zaključak je važio i u prethodnom slučaju, kada je razmatran Y sistem bez spontano generisane koherentnosti, iako je tada apsorpcija probnog polja u prozoru transparentnosti (slike 31 - 34) bila različita od nule. Postojanje nenulte apsorpcije objašnjeno je činjenicom da tamno stanje sistema nije stabilno, odnosno da je njegov koeficijent spontane emisije (B.4) različit od nule. Da bismo sada odredili

dinamiku tamnog stanja, treba transformisati matricu G : $\tilde{G} = UGU^{-1}$ i polazeći od jednačine (5.3.20) napisati odgovarajuću master jednačinu:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{00} = & \frac{1}{2} [(\gamma_{32} - \gamma_{42}) \cos(2\phi) - (\gamma_{32} + \gamma_{42} - 2\eta_{\Phi} \sin(2\phi))] \sigma_{00} + \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} [\Omega_{c2} \cos \phi - \Omega_{c1} \sin \phi] \text{Im}(\sigma_{0-} - \sigma_{0+}) - \\ & \frac{\sqrt{2}}{4} [2\eta_{\Phi} \cos(2\phi) - (\gamma_{32} - \gamma_{42}) \sin(2\phi)] \text{Re}(\sigma_{0-} + \sigma_{0+}).\end{aligned}\quad (5.3.24)$$

S obzirom na (5.3.6) i (5.3.18) dobija se da je koeficijent spontanog raspada tamnog stanja

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} [(\gamma_{32} - \gamma_{42}) \cos(2\phi) - (\gamma_{32} + \gamma_{42} - 2\eta_{\Phi} \sin(2\phi))] = 0, \quad (5.3.25)$$

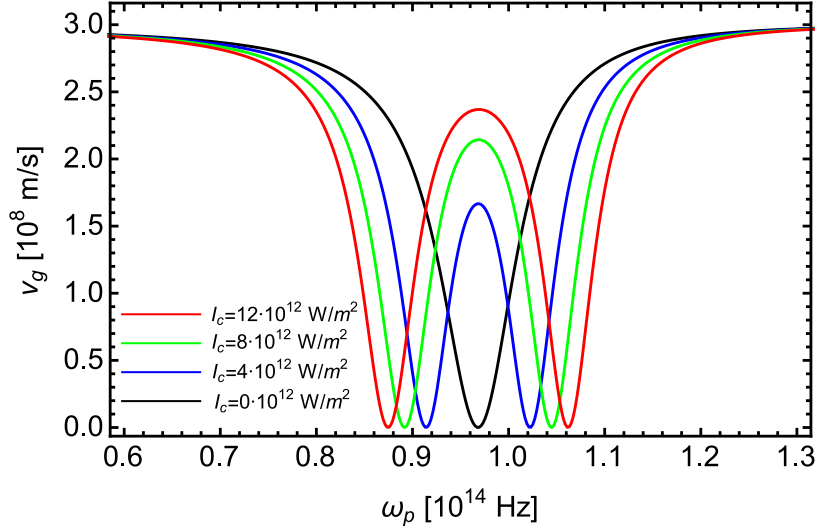
što znači da se naseljenost tamnog stanja ρ_{00} ne menja nakon što laserska polja "prebace" KAV u ovo stanje.

5.4 Grupna brzina svetlosti u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom sa tri nivoa

U ovom poglavlju će biti predstavljeni rezultati analize grupne brzine svetlosti u sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom u centru. Kako bi se realizovao efekat spore svetlosti, biće korišćena tri energijska nivoa vodonične nečistoće $1s_0$, $2p_{-1}$ i $3d_{-2}$ koji zajedno sa dva kružno polarizovana laserska polja čine kaskadnu konfiguraciju sa tri nivoa. Rešavanjem Schrödinger-ove jednačine su dobijene vrednosti energija i talasnih funkcija, a pomoću njih su određeni i dipolni elementi prelaza. Optičke Bloch-ove jednačine su zatim rešene i pomoću njih određena grupna brzina svetlosti probnog polja. Zatim je ispitivan uticaj radijusa konfiniranja, frekvence probnog polja, intenziteta kontrolnog polja, kao i razdešenosti kontrolnog polja na grupnu brzinu svetlosti.

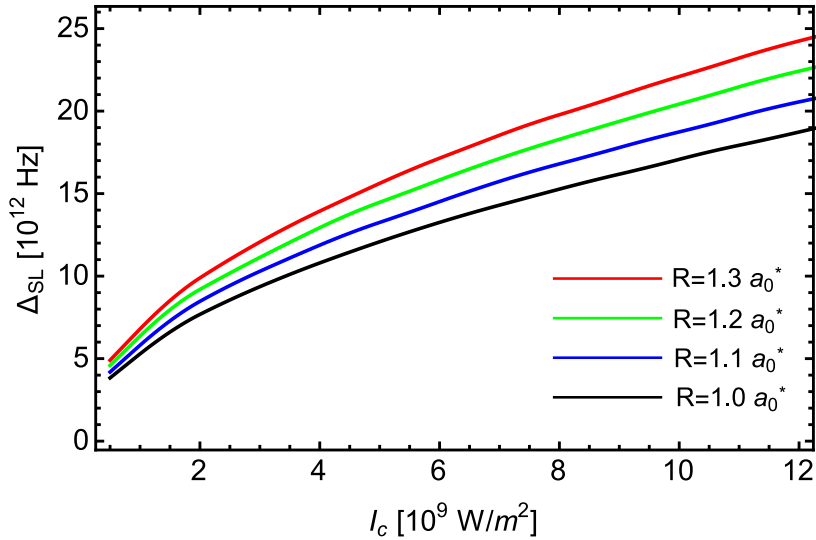
Na slici 38 grupna brzina svetlosti je prikazana u funkciji frekvence probnog lasera za poluprečnik KT $R = 1.0a_0^*$. Na ovoj slici, ova zavisnost je prikazana za nekoliko različitih intenziteta kontrolnog laserskog polja. Može se zaključiti da je grupna brzina svetlosti minimalna na rezonantnoj frekvenci prelaza, ukoliko je kontrolno polje isključeno (crna linija na grafiku). Ukoliko se kontrolno polje uključi, grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci ($\omega_p = \omega_{21}$) se povećava, a pojavljuju se dva minimuma oko ove frekvence. Ovaj opseg frekvenci između dva minimuma se naziva "opseg frekvenci spore svetlosti" - OFSS. Sa istog grafika se može zaključiti da se OFSS povećava sa povećanjem intenziteta kontrolnog lasera.

Kako bi detaljnije ispitali uticaj intenziteta kontrolnog laserskog polja na OFSS, ovaj intenzitet je variran za nekoliko različitih poluprečnika SKT. Ova zavisnost je



Slika 38: Grupna brzina svetlosti u SKT poluprečnika $R = 1.0a_0^*$ za različite intenzitete kontrolnog laserskog polja $I_c = 0 \text{ W/m}^2$, $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, u funkciji frekvence probnog laserskog polja.

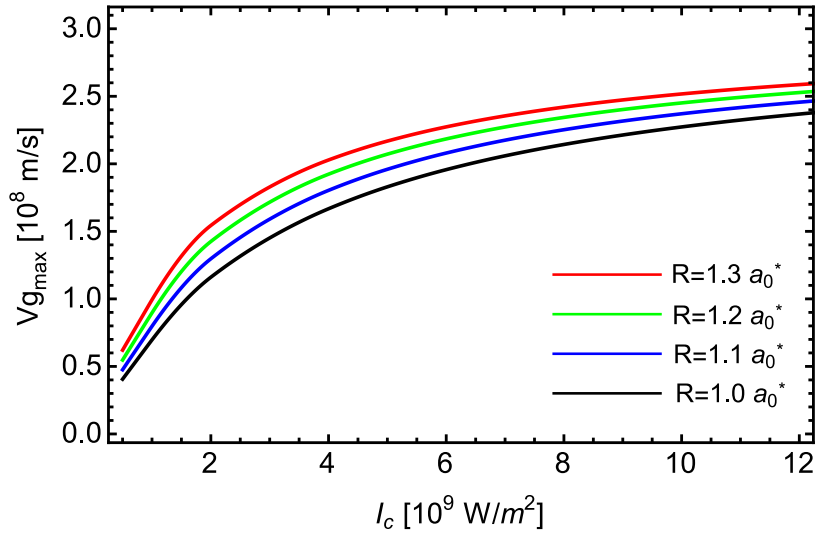
prikazana na slici 39. Sa grafika se vidi da se OFSS monotono povećava sa povećanjem intenziteta kontrolnog lasera, kao i da se brže povećava pri manjim intenzitetima lasera, a da se zatim povećava po skoro linearnom zakonu. Takođe, OFSS se brže povećava za KT većeg poluprečnika.



Slika 39: Opseg frekvenci spore svetlosti u SKT u funkciji intenziteta kontrolnog laserskog polja za poluprečnike $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$.

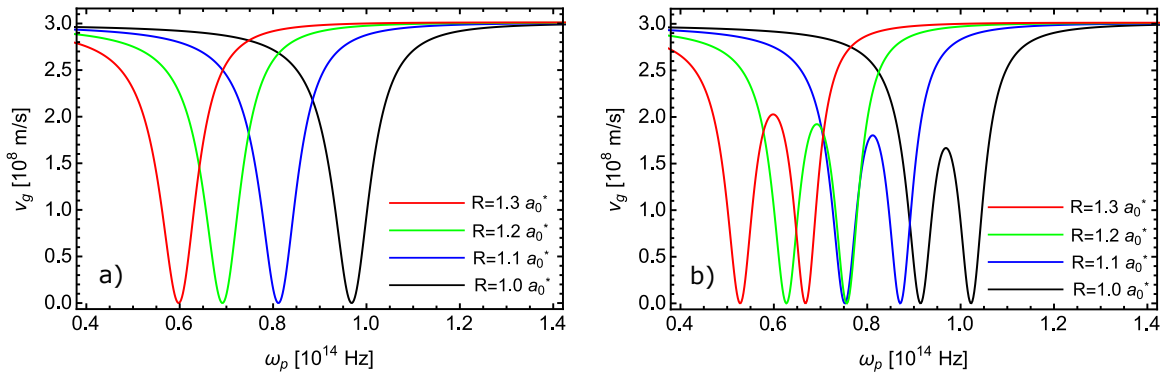
Sa slike 38 se može videti da je maksimalna brzina svetlosti unutar OFSS tačno na rezonantnoj frekvenci. Ova maksimalna brzina se povećava sa povećanjem intenziteta kontrolnog laserskog polja. Ova zavisnost je prikazana na slici 40. Takođe se može uočiti da je povećanje brzine najveće za manje intenzitete i da je maksimalna brzina

svetlosti uvek veća kod SKT većeg poluprečnika za isti intenzitet kontrolnog lasera.



Slika 40: Maksimum grupne brzine unutar OFSS u SKT u funkciji intenziteta kontrolnog laserskog polja za SKT poluprečnika $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$.

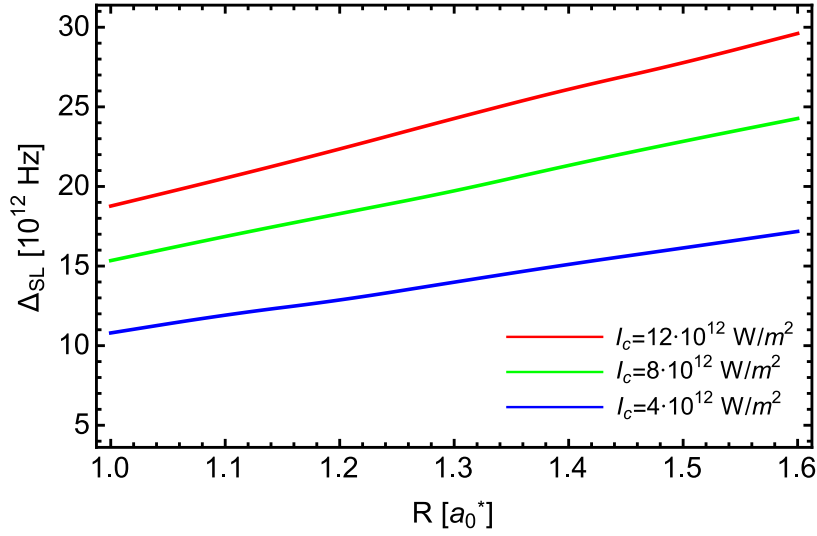
Na slici 41a grupna brzina svetlosti je prikazana za različite poluprečnike SKT kada je isključen kontrolni laser. Sa ovog grafika se vidi da je frekvencija na kojoj se postiže minimalna grupna brzina smanjuje sa povećanjem poluprečnika SKT. Grupna brzina svetlosti, kada je kontrolni laser uključen je prikazan na slici 41b. Odavde sledi da se OFSS i maksimalna brzina svetlosti unutar OFSS povećavaju sa povećanjem poluprečnika SKT.



Slika 41: Grupna brzina svetlosti u SKT u funkciji frekvence probnog polja za SKT poluprečnika $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$, kada je kontrolni laser: a) isključen, b) uključen i intenziteta $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$.

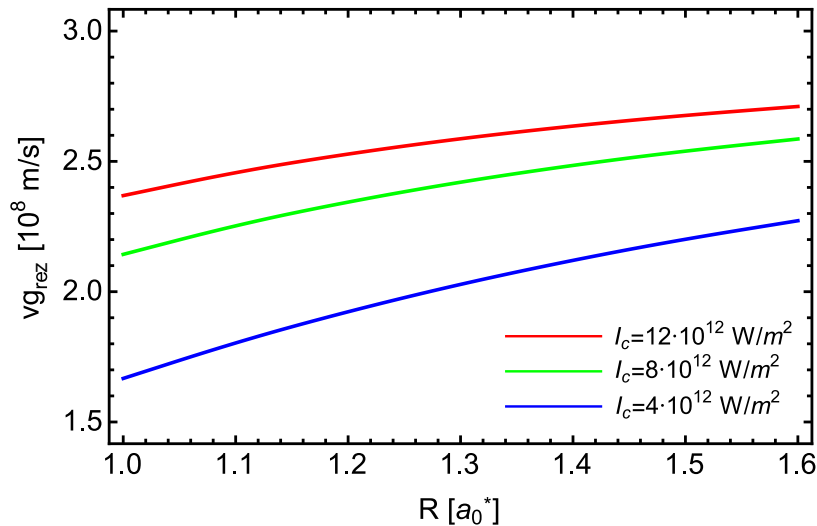
Kako bi detaljnije ispitali kako povećanje poluprečnika SKT utiče na OFSS, variran je poluprečnik SKT za nekoliko različitih intenziteta kontrolnog lasera. Ova zavisnost je prikazana na slici 42. OFSS se monotono povećava sa povećanjem poluprečnika

SKT, i ovo povećanje je približno linearno za opsege parametara koji su korišćeni u ovom radu. Takođe, OFSS se brže povećava za jača kontrolna polja.



Slika 42: OFSS u SKT u funkciji poluprečnika KT za kontrolna polja intenziteta $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$.

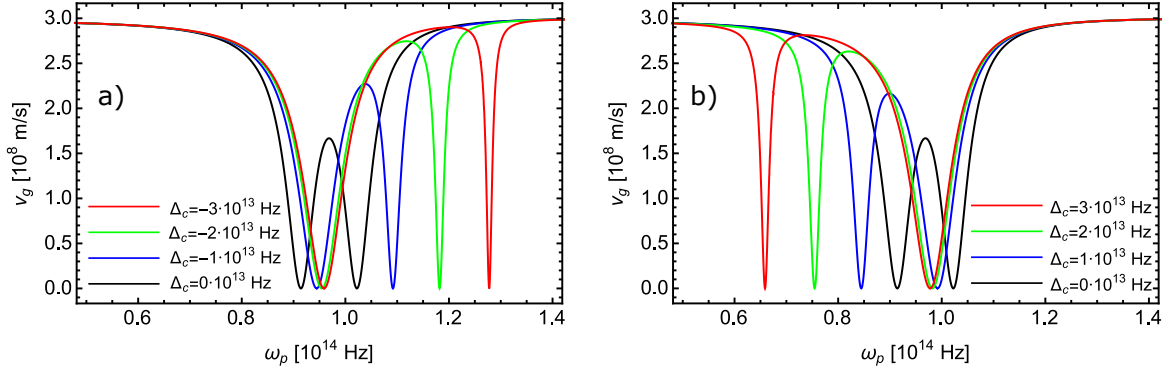
Kako bi detaljnije ispitali uticaj veličine SKT na maksimalnu grupnu brzinu, variran je poluprečnik SKT za nekoliko različitih intenziteta kontrolnog polja. Ova zavisnost je prikazan na slici 43. Maksimalna grupna brzina monotonno raste sa povećanjem poluprečnika SKT, i ovaj porast je veći za manje SKT. Takođe, maksimalna grupna brzina je uvek veća kada se primenjuje jače kontrolno lasersko polje.



Slika 43: Maksimalna grupna brzina unutar OFSS u SKT u funkciji poluprečnika SKT za sledeće intenzitete kontrolnog laserskog polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$.

Na slici 44 je prikazano kako se grupna brzina svetlosti menja u funkciji frekvence

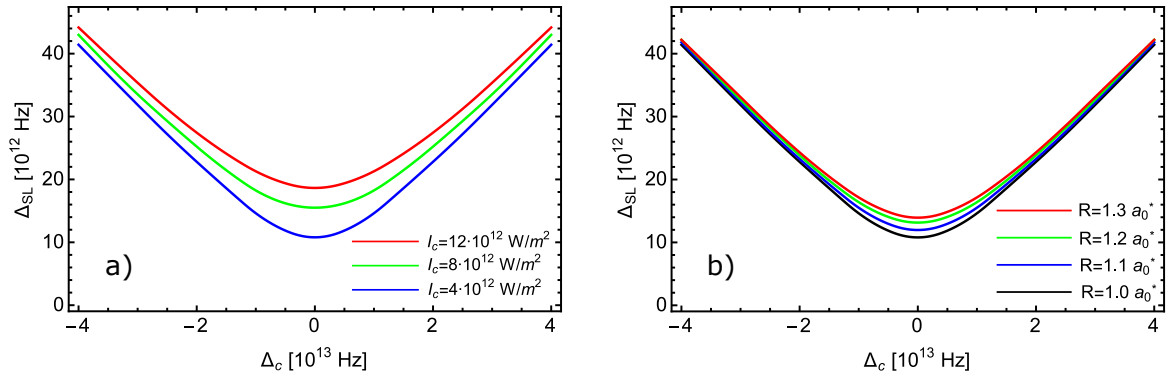
probnog polja za različite vrednosti razdešenosti kontrolnog laserskog polja. Na slici 44a je prikazana ova zavisnost za $\Delta_c < 0$, a na slici 44b za $\Delta_c > 0$. Sa povećanjem $|\Delta_c|$, za $\Delta_c < 0$, OFSS postaje širi, a oba minimuma u brzini svetlosti menjaju svoje pozicije ka većim frekvencama. Slično ponašanje se može primetiti i pri povećanju vrednosti $|\Delta_c|$, za $\Delta_c > 0$, kada se minimumi u brzinama svetlosti pomeraju ka manjim frekvencama.



Slika 44: OFSS u SKT u zavisnosti od razdešenosti kontrolnog laserskog polja za: a) intenzitete kontrolnih laserskih polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i radijus SKT $R = 1.0a_0^*$, b) intenzitet kontrolnog laserskog polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i radijuse SKT $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$.

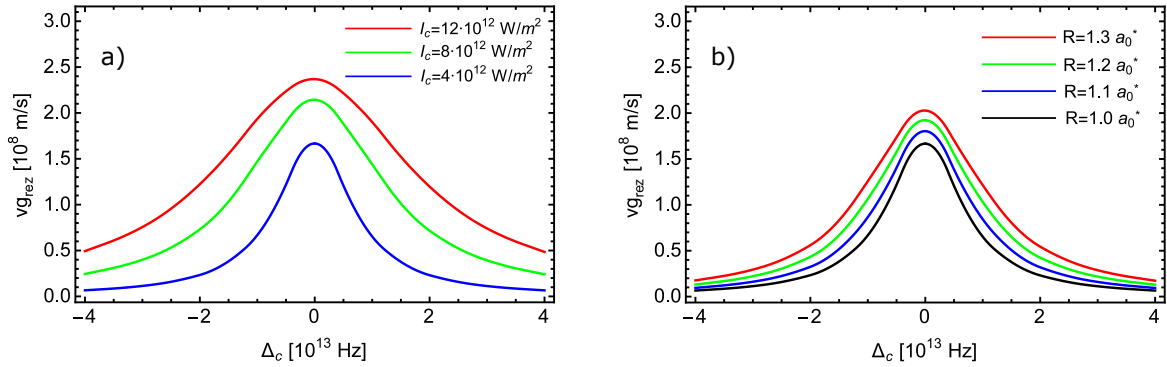
Kako bi ispitali ovu zavisnost malo detaljnije, varirana je razdešenost kontrolnog laserskog polja. Ova zavisnost za SKT poluprečnika $R = 1.0a_0^*$ i intenzitete kontrolnih polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, predstavljena je na slici 45a. OFSS je najmanji kada je $\Delta_c = 0$ i monotono se povećava sa povećanjem $|\Delta_c|$. Za velike razdešenosti, OFSS se povećava skoro linearno sa Δ_c . Takođe, OFSS je uvek širi za jača kontrolna polja. Slična zavisnost je prikazana na slici 44b, gde je OFSS prikazan u funkciji razdešenosti kontrolnog polja za kontrolni laser intenziteta $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i za SKT radijusa $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$. Sa ove slike sledi da je OFSS uvek širi za veće kvantne tačke.

Sa slike 44 se može videti da se grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frkvenci smanjuje sa povećanjem apsolutne vrednosti $|\Delta_c|$. Ova zavisnost za SKT poluprečnika $R = 1.0a_0^*$ i intenzitete kontrolnih polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, predstavljena je na slici 46a. Grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci se smanjuje monotono sa povećanjem $|\Delta_c|$. Takođe, grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci je uvek veća za jača kontrolna polja. Slična zavisnost je prikazana na slici 46b, gde je grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci prikazana u funkciji razdešenosti kontrolnog polja, za intenzitet kontrolnog polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i poluprečnike SKT $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i



Slika 45: OFSS u SKT u zavisnosti od razdešenosti kontrolnog laserskog polja za: a) intenzitete kontrolnih laserskih polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i radijus SKT $R = 1.0a_0^*$, b) intenzitet kontrolnog laserskog polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i radijuse SKT $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$.

$R = 1.3a_0^*$. Sa ove slike sledi da je grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci uvek veća za veće SKT.



Slika 46: Grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci u SKT u zavisnosti od razdešenosti kontrolnog polja za: a) intenzitete kontrolnih laserskih polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$, $I_c = 8 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i $I_c = 12 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i radijus SKT $R = 1.0a_0^*$, b) intenzitet kontrolnog laserskog polja $I_c = 4 \cdot 10^{12} \text{ W/m}^2$ i radijuse SKT $R = 1.0a_0^*$, $R = 1.1a_0^*$, $R = 1.2a_0^*$ i $R = 1.3a_0^*$.

5.5 Apsorpcione i disperzione karakteristike višeslojne sferne kvante tačke sa vodoničnom nečistoćom: Efekti dimenzija, hidrostatičkog pritiska i temperature

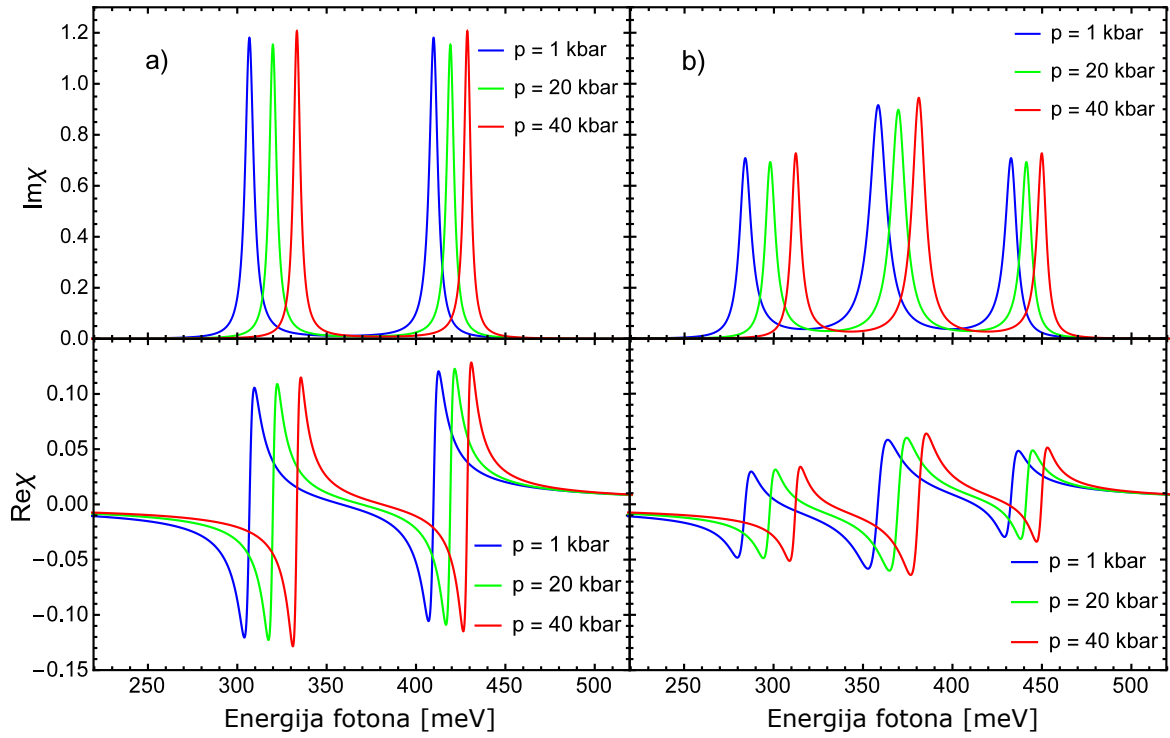
U ovom poglavlju će biti predstavljeni rezultati analize apsorpcionih i disperzionih karakteristika višeslojne sferne kvantne tačke sa vodoničnom nečistoćom. Posebno će biti diskutovana promena ovih karakteristika u zavisnosti od dimenzija kvantne tačke,

odnosno promene debljina njenih slojeva, kao i od promene hidrostatičkog pritiska i temperature. Kao i u nekim ranijim poglavljima, ove karakteristike će biti ispitivane na diskretnim nivoima vodonika u kaskadnoj konfiguraciji, pri čemu će biti diskusije i za sistem sa tri nivoa ($1s_0$, $2p_{-1}$ i $3d_{-2}$) i za sistem sa četiri nivoa ($1s_0$, $2p_{-1}$, $3d_{-2}$ i $4f_{-3}$). Prelazi između navedenih nivoa se ostvaruju pomoću laserskih polja koji indukuju σ^- prelaze, a ponašanje sistema se određuje rešavanjem optičkih Bloch-ovih jednačina. Energije pomenutih stanja, kao i odgovarajuće talasne funkcije su u ovom slučaju određeni metodom gađanja, čije su pojedinosti date u odeljku 4.3. Biće pokazano da pikovi u apsorpcionom i disperzionom spektru doživljavaju plavi pomak sa povećanjem hidrostatičkog pritiska, kao i crveni pomak sa povećanjem temperature. Promene optičkih karakteristika sa promenom debljine slojeva su nemonotone i biće detaljno diskutovane u nastavku.

U nastavku ovog odeljka, biće korišćene sledeće jačine električnih polja lasera $\mathcal{E}_p = 10^6$ V/m, $\mathcal{E}_{c1} = 2 \cdot 10^6$ W/m i $\mathcal{E}_{c2} = 2 \cdot 10^6$ W/m, za probni i kontrolne lasere respektivno.

Na slici 47 prikazan je uticaj hidrostatičkog pritiska na apsorpcioni koeficijent - AK (na engleskom *absorption coefficient* - AC) i indeks prelamanja - IP (na engleskom *refractive index* - RI) za kaskadni sistem sa tri nivoa (levi deo grafika) i za kaskadni sistem sa četiri nivoa (desni deo grafika). Ova slika pokazuje da su apsorpcioni koeficijent i indeks prelamanja zavisni od pritiska i da pikovi ovih veličina doživljavaju plavi pomak sa porastom temperature, što je posledica smanjenja razlike energija između dva najniža stanja. Takođe, transparentni prozor postaje uži, što je posledica promene u dipolnim elementima i odgovarajućoj Rabijevoj frekvenci [35, 36].

Uticaj temperature na apsorpcioni koeficijent i indeks prelamanja je prikazan na slici 48. Ovde ćemo razmatrati ovu zavisnost pri visokim temperaturama, na kojima elektron-fononske interakcije daju znatno veći doprinos prelasku elektrona na niža stanja od spontane emisije. Iz tog razloga, koeficijenti raspada γ_{ii-1} više nisu dati preko jednačine (3.0.4). Na višim temperaturama, uzeto je da su koeficijenti raspada dati sa $\gamma_{ii-1} = 1/T$, gde je $T = 0.14$ ps [54, 35]. Ova zavisnost pokazuje da su AK i IP temperaturno zavisni i da pikovi ovih veličina doživljavaju crveni pomak sa porastom temperature, što je posledica povećanja razlike energija između dva najniža stanja. Uticaj povećanja temperature na transparentni prozor ipak nema monotonu pravilnost. Razlog ovome je taj što dipolni moment prelaza, a sa njim i Rabijeva frekvencija ostaju skoro konstantni sa povećanjem temperature. Pošto su brzine dekoherencije na većim temperaturama mnogo veće, pikovi AK i IP postaju širi, što je u skladu sa rezultatima dobijenim u radu [35]. Takođe, u poređenju sa niskim temperaturama prikazanim na slici 47 prvi izvod IP na sredini EIT prozora je mnogo manji.

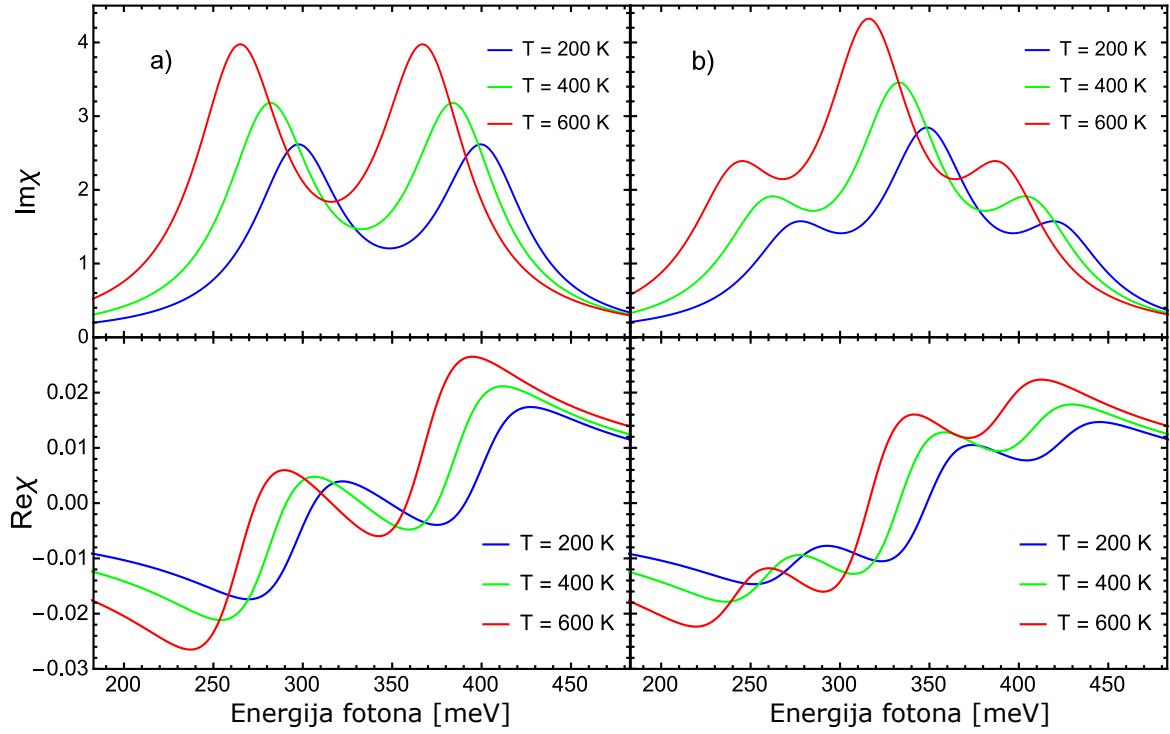


Slika 47: Dijagrami imaginarnih i realnih delova susceptibilnosti SSKT za različite hidrostatske pritiske, $W_i = 60 \text{ \AA}$, $W_b = 50 \text{ \AA}$, $W_o = 40 \text{ \AA}$, $T = 1 \text{ K}$, u funkciji energije fotona probnog lasera, za (a) kaskadni sistem sa tri nivoa, (b) kaskadni sistem sa četiri nivoa.

Na desnim stranama grafika 47 i 48, prikazani su rezultati za AK i IP za kaskadni sistem sa četiri nivoa. U poređenju sa kaskadnim sistemom sa tri nivoa (koji je prikazan na levim stranama istih grafika), može se primetiti prisustvo dodatnog AK pika [36]. Ostale osobine ovog sistema su slične onima sa ranije diskutovanim sistemom sa tri nivoa.

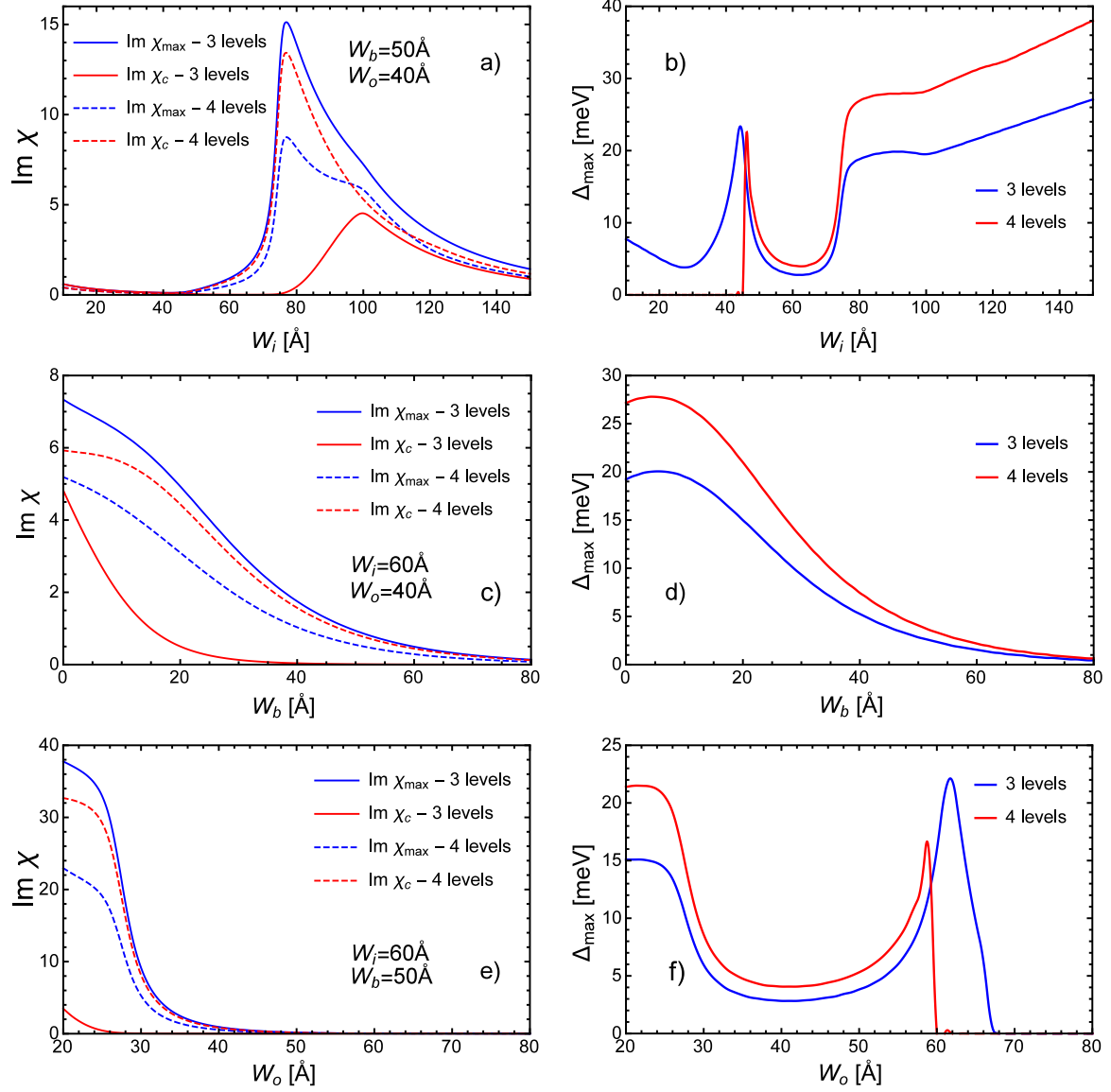
Opšti zaključci, kao što su ovi za uticaj hidrostatskog pritiska i temperature na AK i IP, se ne mogu doneti za varijaciju širina W_i , W_b i W_o . Razlog ovome je taj, što razlike energija uzastopnih energijskih nivoa i odgovarajući dipolni elementi prelaza pokazuju ne monotone promene sa varijacijom W_i , W_b i W_o prikazane na grafiku 15, u poređenju sa monotonim promenama prikazanim na 16 i 17.

Zbog ovakvog ne monotonog ponašanja, umesto predstavljanja promena AK i IP u funkciji energije fotona probnog lasera za nekoliko različitih vrednosti W_i , W_b i W_o , na grafiku 49, predstavljene su karakteristične vrednosti za AK (leva strana) i širina EIT prozora (desna strana) u funkciji ovih parametara. Na levoj strani grafika 49, prikazani su maksimalne vrednosti AK i vrednosti AK na rezonantnim frekvencama probnog laserskog polja za kaskadne sisteme sa tri i četiri nivoa, u funkciji W_i , W_b i W_o , na graphicima 49a), 49c) i 49e), respektivno. Sa grafika 49 (a, b) može se videti da su za



Slika 48: Dijagrami imaginarnih i realnih delova susceptibilnosti SSKT za različite temperature, $W_i = 60\text{ Å}$, $W_b = 50\text{ Å}$, $W_o = 40\text{ Å}$, $p = 1\text{ kbar}$, u funkciji energije fotona probnog lasera, za a) kaskadni sistem sa tri nivoa, b) kaskadni sistem sa četiri nivoa.

male vrednosti W_i maksimalne vrednosti AK i vrednosti AK na rezonantnoj frekvenci veoma blizu za sistem sa tri nivoa. Za sistem sa četiri nivoa, ove dve vrednosti su identične i EIT prozor prestaje da postoji. Za vrednosti širine unutrašnje jame W_i oko $(50 - 70)\text{ Å}$, postizanje efikasnog EIT [28] se primećuje za sistem sa tri nivoa, pri čemu se apsorpcija probnog polja na rezonantnoj frekvenci značajno redukuje. Za sistem sa četiri nivoa, postoje delovi gde je AK na rezonantnoj frekvenci čak i veći od druga dva pika. Sa grafika 49 (c, d), može se videti da EIT prozor uvek postoji za ovaj opseg parametara i da se efikasni EIT javlja za širinu barijere veću od $W_b = 40\text{ Å}$ za sistem sa tri nivoa. Za slučaj sistema sa četiri nivoa, maksimalne vrednosti AK na rezonantnoj frekvenci su uvek veće od vrednosti druga dva pika. Sa grafika 49 (e, f), može se videti da povećanje širine spoljašnje jame, AK monotono opada za oba sistema i EIT prozor nestaje kada je spoljašnja jama dovoljno široka.



Slika 49: Dijagrami karakterističnih vrednosti AK (leva strana) i širina EIT prozora (desna strana) u funkciji (a, b) W_i , (c, d) W_b i (e, f) W_o .

6 Zaključak

Centralni deo ove disertacije zauzima atom vodonika, koji je konfiniran različitim tipovima potencijala. Konfiniranje atoma vodonika ima za posledicu promene njegove energijske strukture, a time i promenu ostalih električnih i optičkih karakteristika. Ove karakteristike su zatim pogodnom promenom konfinirajućeg potencijala i različitim spoljašnjim uticajima, kao što su promena temperature, pritiska i spoljašnjeg magnetnog polja, menjane na željeni način kako bi određeni kvantni interferencioni efekti postali izraženiji. U nastavku je dat niz zaključaka koji su proistekli iz navedenih razmatranja.

Poređenjem EIT efekta u sistemu sa tri i četiri nivoa, koje je bilo tema poglavlja 5.1., u kojoj je vršena analiza energijskih nivoa i odgovarajućih talasnih funkcija vodonične nečistoće u SKT, može se zaključiti sledeće. Smanjenjem poluprečnika SKT: (1) razlika energija energijskih nivoa se povećava, (2) dipolni elementi matrice prelaza se smanjuju, i (3) koeficijenti spontanog raspada između nivoa se povećavaju. Dobijeni rezultati su zatim iskorišćeni kako bi se ispitao uticaj konfiniranja i dodatnog kontrolnog laserskog polja na EIT. Rezultati pokazuju da dodatno lasersko polje indukuje dodatni apsorpcioni pik unutar transparentnog prozora pri rezonantnim uslovima. Osobine ovog dodatnog pika su zatim dodatno analizirani.

U poglavlju 5.2. je razmatran teorijski model realizacije EIT efekta na diskretnim energijskim nivoima vodonične nečistoće koja se nalazi unutar sverne kvantne tačke od galijum-arsenida. Sistem koji je razmatran je sistem od tri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji, pod uticajem spoljašnjeg statičkog magnetnog polja. Vrednosti energija energijskih nivoa su izračunati, kao i odgovarajuće talasne funkcije pomoću metoda Lagrange-ove mreže. Dinamika sistema je opisana pomoću master jednačina i dalje razmatrana za niz različitih parametara kao što su Rabijeve frekvence, koeficijenti raspada i razdešenosti laserskih polja.

Pokazano je da u poređenju sa atomskim sistemima, EIT efekat i grupna brzina svetlosti probnog lasera mogu biti kontrolisani promenom poluprečnika kvantne tačke, kao i promenom intenziteta spoljašnjeg magnetnog polja. Takođe, doneti su sledeći zaključci: (1) maksimalne vrednosti apsorpcije, odnosno $Im\chi$ su nemonotone funkcije intenziteta magnetnog polja, kada je poluprečnik kvantne tačke veliki, i monotono se smanjuju sa povećanjem intenziteta magnetnog polja za male poluprečnike; (2) transparentni prozor postaje uža za magnetna polja većeg intenziteta; (3) širina transparentnog prozora zavisi od intenziteta Rabijeve frekvence kontrolnog polja. Kada se ova Rabijeva frekvenca povećava, transparentni prozor postaje širi; (4) sa povećanjem konstante raspada γ_{31} , apsorpcioni pikovi postaju širi, apsorpcija se povećava, a transparentnost se smanjuje, sve dok ne dođe do nestanka EIT efekta; (5) sa povećanjem

razdešenosti kontrolnog lasera, narušava se simetrija dijagrama realnog i imaginarnog dela susceptibilnosti. Takođe, maksimalne vrednosti imaginarnog dela susceptibilnosti se povećavaju na levoj i smanjuju na desnoj strani (u odnosu na položaj minimalne vrednosti), dok su njihove širine određene koeficijentima raspada.

U poglavlju 5.3, potvrđeno je da je moguće realizovati fenomen EIT na centralno konfiniranom atomu vodonika. U radu je pokazano da je u sistemu energijskih nivoa u Y konfiguraciji moguće postizanje EIT efekta prelaskom sistema u tamno stanje. Iz rezultata predstavljenih u radu se vidi da je moguće smanjiti apsorpciju na rezonantnoj frekvenci za određenu vrednost, ali da se značajno smanjenje apsorpcije i pojava uskog transparentnog prozora dešava samo u slučaju kada je naseljenost tamnog stanja mnogo veća u poređenju sa naseljenošću svetlih stanja. Ova razmatranja dalje impliciraju da bi EIT bilo moguće ostvariti i na realnom fizičkom sistemu - sfernoj kvantnoj tački sa vodoničnom nečistoćom. Korišćenje poluprovodničkih nanostrukture jedna je od najsavremenijih metoda u realizaciji pojave EIT. Razlog ovome je činjenica da se za razliku od atoma (Rb, Na, Ca, Sr), ove strukture mogu, u tehnološkom procesu njihovog dobijanja dizajnirati tako da imaju unapred određena svojstva i to ona koja bi u ovom slučaju omogućila lakše ostvarivanje uslova za ovu optičku pojavu. Bitna promena koju treba uzeti u obzir pri razmatranju konfiniranog atoma vodonika unutar poluprovodničkih nanostrukture su drugačiji koeficijenti raspada posmatranih nivoa. Razlog tome je što se radijativni raspad nivoa u poluprovodnicima sastoje od spontane emisije, kao i od raspada koji potiču od elektron - fononskih interakcija. Razmatranja koja su prezentovana u ovom radu bi važila pri veoma niskim temperaturama gde je prvi član dominantan. Na višim temperaturama je drugi član dominantan i koeficijenti raspada mogu biti za nekoliko redova veličina veći. To bi značilo da je za postizanje EIT efekta u tom slučaju bilo neophodno korišćenje lasera većih intenziteta.

U poglavlju 5.4. je razmatrana grupna brzina laserske svetlosti, pri interakciji laserske svetlosti sa vodoničnom nečistoćom sa tri nivoa unutar sverne kvantne tačke. Talasne funkcije su nađene analitičkim putem, a svojstvene energije iz graničnih uslova. Ovi rezultati su zatim iskorišćeni kako bi se ispitaio uticaj poluprečnika sferne kvantne tačke, intenziteta kontrolnog lasera i razdešenosti kontrolnog lasera na grupnu brzinu svetlosti.

Pokazano je da grupna brzina svetlosti probnog lasera može biti kontrolisana menjanjem poluprečnika sferne kvantne tačke, intenziteta kontrolnog laserskog polja, kao i razdešenošću kontrolnog laserskog polja. Iz varijacija ovih parametara, može se zaključiti sledeće: (1) povećanje intenziteta kontrolnog laserskog polja dovodi do povećanja opsega frekvenci spore svetlosti, (2) opseg frekvenci spore svetlosti je veći za veće sferne kvante tačke za isti intenzitet kontrolnog laserskog polja, (3) maksimalna

grupna brzina svetlosti probnog lasera unutar opsega frekvenci spore svetlosti se pojavljuje na rezonantnoj frekvenci, (4) maksimalna grupna brzina probnog lasera unutar opsega frekvenci spore svetlosti se monotono povećava sa povećanjem intenziteta kontrolnog lasera, (5) maksimalna vrednost grupne brzine svetlosti probnog lasera unutar opsega frekvenci spore svetlosti, za konstantnu vrednost intenziteta kontrolnog lasera, je veća za veće poluprečnike sferne kvantne tačke, (6) opseg frekvenci spore svetlosti postaje širi sa povećanjem apsolutne vrednosti razdešenosti kontrolnog polja, (7) opseg frekvenci spore svetlosti za konstantnu vrednost razdešenosti kontrolnog polja je širi za veće intenzitete kontrolnog polja, (8) opseg frekvenci spore svetlosti za konstantnu vrednost razdešenosti i intenzitet kontrolnog lasera je veći za veće poluprečnike sferne kvantne tačke, (9) grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci se monotono smanjuje sa povećanjem razdešenosti kontrolnog laserskog polja, (10) grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci je uvek veća za jača kontrolna laserska polja, nezavisno od vrednosti razdešenosti kontrolnog lasera, (11) grupna brzina svetlosti na rezonantnoj frekvenci je uvek veća za kvantne tačke većeg poluprečnika, nezavisno od vrednosti razdešenosti kontrolnog lasera.

Ovim je detaljno pokazano kako se grupna brzina svetlosti može kontrolisati na različite načine, menjanjem poluprečnika sfernih kvantnih tačaka, intenziteta kontrolnog laserskog polja i razdešenosti kontrolnog lasera.

U poglavlju 5.5. je razmatran EIT efekat, kao i apsorpcione i disperzione osobine vodonične nečistoće unutar slojevite sferne kvantne tačke. Posebno je ispitivan uticaj konfinirajućeg potencijala, širine jama i barijera, kao i pritiska i temperature. Razmatrani su slučajevi kada na sistem od tri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji deluje jedan probni i jedan kontrolni laser i kada na sistem od četiri nivoa u kaskadnoj konfiguraciji deluju jedan probni i dva kontrolna lasera. Rezultati za ova dva sistema su zatim međusobno upoređivani. Kako bi se teorijski razmatrali EIT efekat, disperzione i apsorpcione osobine ovakvog sistema, najpre su određene svojstvene energije gore opisanog sistema, kao i njima odgovarajuće talasne funkcije. Do ovih rezultata se došlo pomoću numeričkog metoda gađanja.

Rezultati pokazuju da visina barijera, širine jama i barijera, kao i pritisak i temperatura značajno utiču na apsorpcione i disperzione osobine ovakvog sistema. Povećanje hidrostatičkog pritiska i temperature dovodi do monotonih promena vrednosti energija stanja i matričnih elemenata dipolnih momenata, dok promene u širinama barijera i jama dovode do ne monotonih promena. Kao rezultat povećanja hidrostatičkog pritiska (temperature), ekstremne vrednosti realnog i imaginarnog dela susceptibilnosti trpe plavi (crveni) pomak. Promenom širine barijera i jama, pokazano je da je moguće postići EIT efekat, efikasan EIT efekat, kao i da EIT efekat može nestati za određeni

opseg parametara.

Zaključci, izneti u ovom poglavlju, pokazuju relevantnost rezultata, dobijenih u disertaciji, za buduća istraživanja u cilju detaljnijeg izučavanja EIT fenomena u kvantno konfiniranim sistemima. Istraživanja o kojima ovde nije bilo reči, a koja bi mogla da predstavljaju pravac daljeg rada, odnose se na režim uspostavljanja navedenog efekta, kojima se može prići vremenski zavisnim izračunavanjima. Vremenski zavisna izračunavanja su bitna i kada se radi sa laserima sa vremenski promenljivim intenzitetima i za modelovanje problema u kojima se koriste pulsni laseri. U tim slučajevima, master jednačine bi se reševale kao sistem diferencijalnih jednačina i posmatrala bi se vremenska promena populacije određenih nivoa, kao i promena apsorpcije i disperzije sa vremenom. Takođe, pri korišćenju drugačije polarizacije lasera moguće je pobuđivanje elektrona na druge nivoe, čime se izučavani sistemi znatno usložnjavaju, jer su mogući raspad i na nivoe na koje se ne deluje laserskim poljima. Mogu se dakle vršiti uopštenja i što se tiče broja uključenih nivoa, i što se tiče vrste konfinirajućeg potencijala. Svim ovim problemima može se prići formalizmom prikazanim u ovoj disertaciji.

Dodaci

A Dodatak

Fundamentalne atomske jedinice

Četiri fundamentalne konstante (masa elektrona - m_e , elementarno naelektrisanje - e , redukovana Planck-ova konstanta - $\hbar$ i električna konstanta - k_e) predstavljaju osnovu atomskih jedinica. Iz tog razloga, vrednosti ovih veličina u Hartree atomskom sistemu jedinica su jednake jedinici po definiciji.

Hartree atomske jedinice:

$$e = m_e = \hbar = k_e = 1.$$

Rydberg-ove atomske jedinice:

$$\frac{e}{\sqrt{2}} = 2m_e = \hbar = k_e = 1.$$

Tabela 7: Fundamentalne atomske jedinice - Hartree

Naziv	Simbol	Vrednost u SI sistemu
masa elektrona	m_e	$9.10938291(40) \times 10^{-31} \text{ kg}$
elementarno naelektrisanje	e	$1.602176565(35) \times 10^{-19} \text{ C}$
redukovana Planck-ova konstanta	$\hbar = h/2\pi$	$1.054571726(47) \times 10^{-34} \text{ Js}$
električna konstanta	$k_e = 1/4\pi\epsilon_0$	$8.9875517873681 \times 10^9 \text{ kgm}^3 \text{ s}^{-2}\text{C}^{-2}$

Izvedene atomske jedinice

U atomskim jedinicama, koje su korišćene u ovom radu, rastojanje i energija se mere u jedinicama efektivnog Borovog radijusa

$$a_0^* = \frac{4\pi\epsilon\hbar^2}{m^*e^2}, \quad (\text{A.1})$$

Tabela 8: Izvedene atomske jedinice

Naziv	Simbol	izraz	Vrednost u SI sistemu
Dužina	a_0	$\frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$	$5.2917721092(17) \times 10^{-11} \text{ m}$
Energija	E_h	$\frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0\hbar)^2}$	$4.35974417(75) \times 10^{-18} \text{ J}$
Magnetno polje	B^*	$\frac{\hbar}{e a_0^2}$	$2.35 \times 10^5 \text{ T}$

i efektivnog Rydberg-a

$$Ry^* = \frac{m^* e^4}{(4\pi\epsilon\hbar)^2}. \quad (\text{A.2})$$

Šredingerova jednačina

Schrödinger-ova jednačina za elektron u SI sistemu ima oblik:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\psi(r,t) + V(r,t)\psi(r,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(r,t)}{\partial t}, \quad (\text{A.3})$$

dok ista jednačina u Hartree atomskom sistemu jedinica ima oblik:

$$-\frac{1}{2}\nabla^2\psi(r,t) + V(r,t)\psi(r,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(r,t)}{\partial t}. \quad (\text{A.4})$$

Za specijalan slučaj elektrona u atomu vodonika, Hamiltonijan u SI sistemu ima oblik:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}, \quad (\text{A.5})$$

dok ista jednačina u Hartree atomskom sistemu jedinica ima oblik:

$$H = -\frac{1}{2}\nabla^2 - \frac{1}{r}, \quad (\text{A.6})$$

odnosno u Rydberg-ovim jedinicama:

$$H = -\nabla^2 - \frac{2}{r}. \quad (\text{A.7})$$

B Dodatak

Hamiltonijan (3.2.4) opisuje koherentnu interakciju KAV sa laserskim poljima. Da bi se uzeli u obzir nekoherentni efekti usled raspada pobuđenih stanja, dijagonalnim članovima Hamiltonijana dodaju se koeficijenti raspada odgovarajućeg nivoa. Tako dobijeni Hamiltonijan je ne-ermitski [25]:

$$H_Y = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_p & 0 & 0 \\ \Omega_p & -2\Delta_p + i\gamma_{21} & \Omega_{c1} & \Omega_{c2} \\ 0 & \Omega_{c1} & -2(\Delta_p + \Delta_{c1}) + i\gamma_{32} & 0 \\ 0 & \Omega_{c2} & 0 & -2(\Delta_p + \Delta_{c2}) + i\gamma_{42} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Ovaj Hamiltonijan je zatim transformisan u sistem obučenih stanja primenjujući unitarnu transformaciju $\tilde{H} = UH_YU^\dagger$, gde je matrica U definisana izrazima (5.3.1)-(5.3.3):

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi \\ 0 & -\cos \delta & \sin \delta \cos \phi & \sin \delta \sin \phi \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

Transformisani Hamiltonijan je oblika

$$\tilde{H} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\Omega_p \cos \theta & \Omega_p \cos \delta \\ 0 & 2\Delta_0 - i\gamma_0 & \Delta_{0-} + \frac{i}{2}\gamma_{0-} & \Delta_{0+} + \frac{i}{2}\gamma_{0+} \\ \Omega_p \cos \theta & \Delta_{0-} + \frac{i}{2}\gamma_{0-} & -\Omega_c \sin 2\theta + 2\Delta_- - i\gamma_- & \Omega_{-+} + 2\Delta_{-+} - i\gamma_{-+} \\ -\Omega_p \cos \delta & \Delta_{0+} + \frac{i}{2}\gamma_{0+} & \Omega_{-+} + 2\Delta_{-+} - i\gamma_{-+} & \Omega_c \sin 2\delta + 2\Delta_+ - i\gamma_+ \end{pmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Ovde su sa γ_0 , γ_- i γ_+ označeni koeficijenti spontane emisije obučenih stanja (5.3.1)-(5.3.3), a sa Δ_0 , Δ_- i Δ_+ razdešenosti probnog polja u odnosu na ova stanja:

$$\gamma_0 = \gamma_{32} \sin^2 \phi + \gamma_{42} \cos^2 \phi \quad (\text{B.4})$$

$$\gamma_- = \gamma_{21} \cos^2 \theta + (\gamma_{32} \cos^2 \phi + \gamma_{42} \sin^2 \phi) \sin^2 \theta \quad (\text{B.5})$$

$$\gamma_+ = \gamma_{21} \cos^2 \delta + (\gamma_{32} \cos^2 \phi + \gamma_{42} \sin^2 \phi) \sin^2 \delta \quad (\text{B.6})$$

$$\Delta_0 = \Delta_p + \Delta_{c1} \sin^2 \phi + \Delta_{c2} \cos^2 \phi \quad (\text{B.7})$$

$$\Delta_- = \Delta_p + (\Delta_{c1} \cos^2 \phi + \Delta_{c2} \sin^2 \phi) \sin^2 \theta \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta_+ = \Delta_p + (\Delta_{c1} \cos^2 \phi + \Delta_{c2} \sin^2 \phi) \sin^2 \delta. \quad (\text{B.9})$$

Ostale veličine u (B.3) definisane su na sledeći način:

$$\gamma_{0-} = (\gamma_{32} - \gamma_{42}) \sin \theta \sin 2\phi \quad (\text{B.10})$$

$$\gamma_{0+} = (\gamma_{32} - \gamma_{42}) \sin \delta \sin 2\phi \quad (\text{B.11})$$

$$\gamma_{-+} = \frac{1}{2} \gamma_{21} \cos \theta \cos \delta - \frac{1}{2} (\gamma_{32} \cos^2 \phi + \gamma_{42} \sin^2 \phi) \sin \theta \sin \delta \quad (\text{B.12})$$

$$\Delta_{0-} = (\Delta_{c2} - \Delta_{c1}) \sin \theta \sin 2\phi \quad (\text{B.13})$$

$$\Delta_{0+} = (\Delta_{c2} - \Delta_{c1}) \sin \delta \sin 2\phi \quad (\text{B.14})$$

$$\Delta_{-+} = (\Delta_{c1} \cos^2 \phi + \Delta_{c2} \sin^2 \phi) \sin \theta \sin \delta - \Delta_p \cos(\theta + \delta) \quad (\text{B.15})$$

$$\Omega_{-+} = \Omega_c \sin(\theta - \delta) \quad (\text{B.16})$$

$$\Omega_c = \sqrt{\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2}. \quad (\text{B.17})$$

Literatura

- [1] P. Mandel, “Lasing without inversion: a useful concept?”, *Contemp. Phys.*, **34** (1993) 235.
- [2] M. D. Lukin, S. F. Yelin, M. Fleischhauer, M. O. Scully, “Quantum interference effects induced by interacting dark resonances”, *Phys. Rev. A* **60** (1999) 3225.
- [3] M. Fleischhauer, C. H. Keitel, M. O. Scully, C. Su, B. T. Ulrich, S.-Y. Zhu, “Resonantly enhanced refractive index without absorption via atomic coherence”, *Phys. Rev. A* **46** (1992) 1468.
- [4] M. Fleischhauer, M. O. Scully, “Quantum sensitivity limits of an optical magnetometer based on atomic phase coherence”, *Phys. Rev. A*, **49** (1994) 1973.
- [5] M. Fleischhauer, S. F. Yelin, M. D. Lukin, “How to trap photons? Storing single-photon quantum states in collective atomic excitations”, *Opt. Commun.* **179** (2000) 395.
- [6] S. E. Harris, “Electromagnetically induced transparency”, *Phys. Today*, June (1997) 36.
- [7] J. P. Marangos, “Electromagnetically induced transparency”, Topical review, *Journal Mod. Opt.* **45** (1998) 471.
- [8] M. O. Scully, M. S. Zubairy, “Quantum optics”, Cambridge University Press (1997).
- [9] V. Ahunger, R. Corbalan, F. Cataliotti, S. Burger, F. Minardi, C. Fort, “Electromagnetically induced transparency in a Bose-Einstein condensate”, *Opt. Comm.* **211** (2002) 159.
- [10] Ö. E. Müstecaplıoğlu, L. You, “Propagation of Raman-matched laser pulses through a Bose-Einstein condensate”, *Opt. Comm.* **193** (2001) 301.
- [11] I. Vadeiko, A. V. Prokhorov, A. V. Rybin, S. M. Arakelyan, “Nonlinear interaction of light with a Bose-Einstein condensate: Methods to generate sub-Poissonian light”, *Phys. Rev. A* **72** (2005) 013804.
- [12] W. W. Chow, H. C. Schneider, M. C. Phillips, “Theory of quantum-coherence phenomena in semiconductor quantum dots”, *Phys. Rev. A* **68** (2003) 053802.
- [13] J. Kim, S. L. Chuang, P. C. Ku, C. J. Chang-Hasnain, “Slow light using semiconductor quantum dots”, *J. Phys: Condens. Matter* **16** (2004) S3722.

-
- [14] A. Schülzgen, R. Binder, M. E. Donovan, M. Lindberg, K. Wundke, H. M. Gibbs, G. Khitrova, N. Peyghambarian, “Direct observation of excitonic rabi oscillation in semiconductors”, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 2346.
 - [15] M. Lindberg, R. Binder, “Dark states in coherent semiconductor spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 1403.
 - [16] G. S. Agarwal, “Electromagnetically-field-induced transparency in high-density exciton systems”, *Phys. Rev. A* **51** (1995) R2711.
 - [17] G. B. Serapiglia, E. Paspalakis, C. Sirtori, K. L. Vodopyanov, C. C. Phillips, “Laser-induced quantum coherence in a semiconductor quantum well”, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 1019.
 - [18] A. Liu, C. Z. Ning, “Exciton absorption in semiconductor quantum wells driven by a strong intersubband pump field”, *J. Opt. Soc. Am. B* **17** (2000) 433.
 - [19] A. Imamoğlu, R. J. Ram, “Semiconductor lasers without population inversion”, *Opt. Lett.* **19** (1994) 1744.
 - [20] M. C. Phillips, “Electromagnetically induced transparency in semiconductors”, PhD Thesis (2002).
 - [21] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriolis, “An experimental method for the observation of RF transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour”, *Il Nuovo Cimento* **36** (1976) 5.
 - [22] S. Boubilil, A. D. Wilson-Gordon, H. Friedmann, “Two-photon coherence and steady-state saturated and inverted populations in three-level systems”, *J. Mod. Opt.* **38** (1991) 1739.
 - [23] G. Vemiru, G. S. Agarwal, D. N. Rao, “Sub-Doppler resolution in inhomogeneously broadened media using intense control fields”, *Phys. Rev. A* **53** (1996) 2842.
 - [24] K.-J. Boller, A. Imamoğlu, S. E. Harris, “Observation of electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) 2593.
 - [25] M. Fleischhauer, A. Imamoğlu, J. P. Marangos, “Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media”, *Rev. Mod. Phys.* **77** (2005) 633.
 - [26] D. Bimberg, M. Grundmann, N. Ledentsov, “Quantum dot heterostructures”, John Wiley and Sons, Chichester, 1999.

-
- [27] Y.-W. Jiang, K.-D. Zhu, Z.-J. Wu, X.-Z. Yan, M. Yao, “Electromagnetically induced transparency in quantum dot systems”, *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **39** (2006) 2621.
 - [28] P. Kaer Nielsen, H. Thyrrstrup, J. Mørk, B. Tromborg, “Numerical investigation of electromagnetically induced transparency in a quantum dot structure”, *Opt. Express* **15** (2007) 6396.
 - [29] Z. Raki, H. R. Askari, “Effect of light polarization and dimensions of Λ -type three level cylindrical quantum dot on electromagnetically induced transparency”, *Superlatt. Microstruct.* **65** (2014) 161.
 - [30] B. Vaseghi, N. Mohebi, “Effects of external fields, dimension and pressure on the electromagnetically induced transparency of quantum dots”, *J. Lumin.* **134** (2013) 352.
 - [31] H. A. Sarkisyan, “Direct optical absorption in cylindrical quantum dot”, *Mod. Phys. Lett. B* **18** (2004) 443.
 - [32] L. Lu, W. Xie, Z. Shu, “Combined effects of hydrostatic pressure and temperature on nonlinear properties of an exciton in a spherical quantum dot under the applied electric field”, *Phys. B* **406** (2011) 3735.
 - [33] G. Rezaei, S. Shojaeian Kish, B. Vaseghi, S. F. Taghizadeh, “Electromagnetically induced transparency in a two-dimensional quantum dot: Effects of impurity, external fields, hydrostatic pressure and temperature”, *Phys. E* **62** (2014) 104.
 - [34] M. Kirak, Y. Altinok, S. Yilmaz, “The effects of the hydrostatic pressure and temperature on binding energy and optical properties of a donor impurity in a spherical quantum dot under external electric field”, *J. Lumin.* **136** (2013) 415.
 - [35] V. Pavlović, Lj. Stevanović, “Electromagnetically induced transparency in a spherical quantum dot with hydrogenic impurity in the external magnetic field”, *Superlatt. Microstruct.* **92** (2016) 10.
 - [36] V. Pavlović, “Electromagnetically induced transparency in a spherical quantum dot with hydrogenic impurity in a four level ladder configuration”, *Optik* **127** (2016) 6351.
 - [37] D. El-Moghraby, R.G. Johnson, P. Harrison, “The effect of inter-dot separation on the finite difference solution of vertically aligned coupled quantum dots”, *Comput. Phys. Commun.* **155** (2003) 236.

-
- [38] F. J. Betancur, J. Sierra-Ortega, R. A. Escorcia, J. D. Gonzalez, I. D. Mikhailov, “Density of impurity states in doped spherical quantum dots”, *Physica E* **23** (2004) 102.
- [39] X.-Z. Yuan, K.-D. Zhu, “Impurity states in a quantum dot with the shape of spherical cap”, *Physica E* **25** (2004) 93.
- [40] A. John Peter, “Polarizabilities of shallow donors in spherical quantum dots with parabolic confinement”, *Phys. Lett. A* **355** (2006) 59.
- [41] C. L. N. Oliveira, J. A. K. Freire, V. N. Freire, G. A. Farias, “Effects of interfacial profiles on quantum levels in $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ graded spherical quantum dots”, *Appl. Surf. Sci.* **237** (2004) 266.
- [42] F. M. Alves, F. Aristone, G. E. Marques, “Optical transitions in geometrical quantum islands”, *Superlatt. Microstruct.* **37** (2005) 248.
- [43] C. Bose, “Perturbation calculation of impurity states in spherical quantum dots with parabolic confinement”, *Physica E* **4** (1999) 180.
- [44] D. Dorfs, A. Eychsüller, “A Series of Double Well Semiconductor Quantum Dots”, *Nano Lett.* **1** (2001) 663.
- [45] A. Mews, A. Eychmüller, M. Giersig, D. Schooss, H. Weller, “Preparation, Characterization, and Photophysics of the Quantum Dot Quantum Well System $CdS/HgS/CdS$ ”, *J. Phys. Chem.* **98** (1994) 934.
- [46] S. Aktas, F. K. Boz, “The binding energy of hydrogenic impurity in multilayered spherical quantum dot”, *Phys. E* **40** (2008) 753.
- [47] S. Akgül, M. Şahin, K. Köksal, “A detailed investigation of the electronic properties of a multi-layer spherical quantum dot with a parabolic confinement”, *J. Lumin.* **132** (2012) 1705.
- [48] I. F. I. Mikhail, S. B. A. El Sayed, “Exact and variational calculations of a hydrogenic impurity binding energy in a multilayered spherical quantum dot”, *Phys. E* **43** (2011) 1371.
- [49] F. K. Boz, S. Aktas, A. Bilekkaya, S. E. Okan, “The multilayered spherical quantum dot under a magnetic field”, *Appl. Surf. Sci.* **256** (2010) 3832.
- [50] H. Taş, M. Şahin, “The electronic properties of a core/shell/well/shell spherical quantum dot with and without a hydrogenic impurity”, *J. Appl. Phys.* **111** (2012) 083702.

-
- [51] M. Şahin, K. Köksal, “The linear optical properties of a multi-shell spherical quantum dot of a parabolic confinement for cases with and without a hydrogenic impurity”, *Semicond. Sci. Technol.* **27** (2012) 125011.
 - [52] H. Taş, M. Şahin, “The inter-sublevel optical properties of a spherical quantum dot-quantum well with and without a donor impurity”, *J. Appl. Phys.* **112** (2012) 053717.
 - [53] A. R. Jafari, Y. Naimi, “Linear and nonlinear optical properties of multi-layered spherical nano-systems with donor impurity in the center”, *J. Comput. Electron.* **12** (2013) 36.
 - [54] M. J. Karimi, G. Rezaei, M. Nazari, “Linear and nonlinear optical properties of multilayered spherical quantum dots: Effects of geometrical size, hydrogenic impurity, hydrostatic pressure and temperature”, *J. Lumin.* **145** (2014) 55.
 - [55] A. Michels, J. De Boer, A. Bijl, “Remarks concerning molecular interaction and their influence on the polarizability”, *Physica* **4** (1937) 981.
 - [56] T. Guillot, “A comparison of the interiors of Jupiter and Saturn”, *Space Sci.* **47** (1999) 1183.
 - [57] B. Saha B, P. K. Mukherjee, G. H. F. Dierksen, “Energy levels and structural properties of compressed hydrogen atom under Debye screening”, *Astron. Astrophys.* **396** (2002) 337.
 - [58] B. Tabbert, H. Gunther, G. Zu Putnitz, “Optical investigation of impurities in superfluid ^4He ”, *J. Low Temp. Phys.* **109** (1997) 653.
 - [59] J. P. Connerade, V. K. Dolmatov, P. A. Lakshmi, S. T. Manson, “Electron structure of endohedrally confined atoms: atomic hydrogen in an attractive shell”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **32** (1999) L239.
 - [60] V. K. Dolmatov, “Photoionization of atoms encapsulated in endohedral ions $A@C_{60}^{\pm z}$ ”, *Ad. Quantum. Chem.* **58** (2009) 13.
 - [61] D. S. Chuu, C. M. Hsiao, W. N. Mei, “Hydrogenic impurity states in quantum dots and quantum wires”, *Phys. Rev. B* **46** (1992) 3898.
 - [62] N. Porras-Montenegro, S. T. Perez-Merchancano, “Hydrogenic impurities in GaAs-(Ga,Al)As quantum dots”, *Phys. Rev. B* **46** (1992) 9780.
 - [63] Y. P. Varshny, “Accurate wavefunctions for hydrogenic donors in GaAs-(Ga,Al)As quantum dots”, *Phys. Lett. A* **252** (1999) 248.

-
- [64] V. A. Fonoberov, A. A. Balandin, “Origin of ultraviolet photoluminescence in ZnO quantum dots: Confined excitons versus surface-bound impurity exciton complexes”, *Appl. Phys. Lett.* **85** (2004) 5971.
- [65] T. Feldtmann, L. Schneebeli, M. Kira, S. W. Koch, “Quantum theory of light emission from a semiconductor quantum dot”, *Phys. Rev. B* **73** (2006) 155319.
- [66] P. O. Fröman, S. Yngve, N. Fröman, “The energy levels and the corresponding normalized wave functions for a model of a compressed atom”, *J. Math. Phys.* **28** (1987) 1813.
- [67] M. N. Guimarães, F. V. Prudente, “A study of the confined hydrogen atom using the finite element method”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38** (2005) 2811.
- [68] K. D. Sen, A. K. Roy, “Studies on the 3D confined potentials using generalized pseudospectral approach”, *Phys. Lett. A* **357** (2006) 112.
- [69] D. Djajaputra, B. R. Cooper, “Hydrogen atom in a spherical well: linear approximation”, *Eur. J. Phys.* **21** (2000) 261.
- [70] B. L. Burrows, M. Cohen, “Exact solutions for spherically confined hydrogen-like atoms”, *Int. J. Quantum Chem.* **106** (2006) 478.
- [71] C. Laughlin, B. L. Burrows, M. Cohen, “A hydrogen-like atom confined within an impenetrable spherical box”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **35** (2002) 701.
- [72] D. Baye, K. D. Sen, “Confined hydrogen atom by the Lagrange-mesh method: Energies, mean radii, and dynamic polarizabilities”, *Phys. Rev. E* **78** (2008) 026701.
- [73] N. Aquino, “Accurate energy eigenvalues for enclosed hydrogen atom within spherical impenetrable boxes”, *Int. J. Quantum Chem.* **54** (1995) 107.
- [74] N. Aquino, G. Campoy, H. E. Montgomery, “Highly accurate solutions for the confined hydrogen atom”, *Int. J. Quantum Chem.* **107** (2007) 1548.
- [75] H. E. Montgomery, “Variational perturbation theory of the confined hydrogen atom”, *Int. J. Mol. Sci.* **2** (2001) 103.
- [76] R. Dutt, A. Mukherjee, Y. P. Varshni, “Dipole polarizability of hydrogen atom at high pressures”, *Phys. Lett. A* **280** (2001) 318.
- [77] B. L. Barrows, M. Cohen, “Exact solutions for perturbed confined hydrogen atoms: Polarizabilities and nuclear shielding factors”, *Phys. Rev. A* **72** (2005) 032508.

-
- [78] S. Cohen, S. I. Themelis, K. D. Sen, “Dynamic dipole polarizabilities of the ground and excited states of confined hydrogen atom computed by means of a mapped Fourier grid method”, *Int. J. Quantum Chem.* **108** (2008) 351.
 - [79] S. H. Patil, “Wavefunctions for the confined hydrogen atom based on coalescence and inflexion properties”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **35** (2002) 255.
 - [80] S. Goldman, C. Joslin, “Spectroscopic properties of an isotropically compressed hydrogen atom”, *J. Phys. Chem.* **96** (1992) 6021.
 - [81] L. Fortunato, A. Torrielli, “Theory of light emission in sonoluminescence based upon transitions in confined atoms”, *Eur. Phys. J. D* **33** (2005) 315.
 - [82] C. Laughlin, “On the dipole polarizability of a hydrogen-like atom confined in an impenetrable spherical box”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **37** (2004) 4085.
 - [83] A. Solrzano, N. Aquino, A. Flores-Riveros, “Compression effects on dipole transitions and state lifetimes for a hydrogen atom”, *Can. J. Phys.* **94** (2016) 894.
 - [84] R. Cabrera-Trujillo, S. A. Cruz, “Confinement approach to pressure effects on the dipole and generalized oscillator strength of atomic hydrogen”, *Phys. Rev. A* **87** (2013) 012502.
 - [85] Lj. Stevanović, “Oscillator strengths of the transitions in a spherically confined hydrogen atom”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** (2010) 165002.
 - [86] S. Lumb, S. Lumb, V. Nautiyal, “Photoexcitation and ionization of hydrogen atom confined in Debye environment” *Eur. Phys. J. D* **69** (2015) 176.
 - [87] S. Lumb, S. Lumb, V. Prasad, “Laser-induced excitation and ionization of confined hydrogen atom in an exponential-cosine-screened Coulomb potential”, *Phys. Rev. A* **90** (2014) 032505.
 - [88] S. Lumb, S. Lumb, D. Munjal, V. Prasad, “Intense field induced excitation and ionization of an atom confined in a dense quantum plasma”, *Phys. Scr.* **90** (2015) 095603.
 - [89] M. Scully, “Enhancement of the Index of Refraction via Quantum Coherence”, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 1855.
 - [90] S. E. Harris, J. E. Field, A. Imamoglu, “Nonlinear Optical Processes Using Electromagnetically Induced Transparency”, *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1107.

-
- [91] S. E. Harris, J. E. Field, A. Kasapi, “Dispersive properties of electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. A* **46** (1992) R29.
 - [92] M. M. Kash, V. A. Sautenkov, A. S. Zibrov, L. Hollberg, G. R. Welch, M. D. Lukin, Y. Rostovtsev, E. S. Fry, M. O. Scully, “Ultraslow Group Velocity and Enhanced Nonlinear Optical Effects in a Coherently Driven Hot Atomic Gas”, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 5229.
 - [93] M. S. Bigelow, N. L. Lepeshkin, R. W. Boyd, “Observation of Ultraslow Light Propagation in a Ruby Crystal at Room Temperature”, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 113903.
 - [94] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, C. H. Behroozi, “Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas”, *Nature* **397** (1999) 594.
 - [95] D. Budker, D. F. Kimball, S. M. Rochester, V. V. Yashchuk, “Nonlinear Magneto-optics and Reduced Group Velocity of Light in Atomic Vapor with Slow Ground State Relaxation”, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1767.
 - [96] D. Segal, A. Nitzan, P. Hanggi, “Thermal conductance through molecular wires”, *J. Chem. Phys.* **119** (2003) 6840.
 - [97] M. S. Atoyan, E. M. Kazaryan, H. A. Sarkisyan, “Intraband light absorption in parabolic quantum dot in the presence of electrical and magnetic fields”, *Phys. E* **31** (2006) 83.
 - [98] L. He, W. Xie, “Effects of an electric field on the confined hydrogen impurity states in a spherical parabolic quantum dot”, *Superlattices Microstruct.* **47** (2010) 266.
 - [99] U. Yesilgul, S. Şakiroğlu, E. Kasapoğlu, H. Sari, I. Sökmen, “The effects of temperature and hydrostatic pressure on the photoionization cross-section and binding energy of impurity in quantum-well wires”, *Superlattices Microstruct.* **48** (2010) 106.
 - [100] G. Rezaei, S. Shojaeian Kish, “Linear and nonlinear optical properties of a hydrogenic impurity confined in a two-dimensional quantum dot: Effects of hydrostatic pressure, external electric and magnetic fields”, *Superlatt. Microstruct.* **53** (2013) 99.
 - [101] V. Pavlović, Lj. Stevanović, “Group velocity of light in ladder-type spherical quantum dot with hydrogenic impurity”, *Facta Universitatis*, **14** (2016) 1.

-
- [102] M. Mirzaei, H. R. Askari, Z. Raki, “Group velocity of light in V and Λ -types cylindrical quantum dots with electromagnetically induced transparency”, *Superlatt. Microstruct.* **74** (2014) 61.
- [103] V. Pavlović, Lj. Stevanović, “Group velocity of light in a three level ladder-type spherical quantum dot with hydrogenic impurity”, *Superlatt. Microstruct.* **100** (2016) 500.
- [104] M. Scully, “Enhancement of the Index of Refraction via Quantum Coherence”, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 1855.
- [105] M. O. Scully, M. Fleischhauer, “High-Sensitivity Magnetometer Based on Index-Enhanced Media”, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 1360.
- [106] M. Fleischhauer, M. O. Scully, “Quantum sensitivity limits of an optical magnetometer based on atomic phase coherence”, *Phys. Rev. A* **49** (1994) 1973.
- [107] D. Vitali, M. Fortunato, P. Tombesi, “Complete Quantum Teleportation with a Kerr Nonlinearity”, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 445.
- [108] M. D. Lukin, “Colloquium: Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles”, *Rev. Mod. Phys.* **75** (2003) 457.
- [109] J. R. Boon, E. Zekou, D. McGloin, M. H. Dunn, “Comparison of wavelength dependence in cascade-, Λ -, and Vee-type schemes for electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. A* **59** (1999) 4675.
- [110] S. N. Sandhya, K. K. Sharma, “Atomic coherence effects in four-level systems: Doppler-free absorption within an electromagnetically-induced-transparency window”, *Phys. Rev. A* **55** (1997) 2155.
- [111] S. M. Sadeghi, J. Meyer, H. Rastegar, “Laser-induced transparency and dark-line effects caused by three-wave mixing in atomic systems”, *Phys. Rev. A* **56** (1997) 3097.
- [112] Y. Wu, L. Deng, “Ultraslow Optical Solitons in a Cold Four-State Medium”, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 143904.
- [113] D. Segal, A. Nitzan, P. Haanggi, “Thermal conductance through molecular wires”, *J. Chem. Phys.* **119** (2003) 6840.
- [114] M. S. Atoyan, E. M. Kazaryan, H. A. Sarkisyan, “Interband light absorption in parabolic quantum dot in the presence of electrical and magnetic fields”, *Phys. E* **31** (2006) 83.

-
- [115] D. Loss, D. P. DiVincenzo, “Quantum computation with quantum dots”, Phys. Rev. A **57** (1998) 120.
- [116] A. Imamoglu, D. D. Awschalom, G. Burkard, D. P. DiVincenzo, D. Loss, M. Sherwin, A. Small, “Quantum Information Processing Using Quantum Dot Spins and Cavity QED”, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 4204.
- [117] E. Biolatti, R. C. Iotti, P. Zanardi, F. Rossi, “Quantum Information Processing with Semiconductor Macroatoms”, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 5647.
- [118] H. Kamada, H. Gotoh, “Quantum computation with quantum dot excitons”, Semicond. Sci. Technol. **19** (2004) S392.
- [119] H. Matsueda, “Solid state coherent quantum dot system for quantum computing and quantum transmission”, Int. J. Circ. Theor. Appl. **31** (2003) 23.
- [120] S. E. Harris, L. V. Hau, “Nonlinear Optics at Low Light Levels”, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 4611.
- [121] M. D. Lukin, S. F. Yelin, M. Fleischhauer, “Entanglement of Atomic Ensembles by Trapping Correlated Photon States”, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4232.
- [122] M. D. Lukin, A. Imamoglu, “Controlling photons using electromagnetically induced transparency”, Nature (London) **273** (2001) 273.
- [123] U. Leonhardt, P. Piwnicki, “Optics of nonuniformly moving media”, Phys. Rev. A **60** (1999) 4301.
- [124] P. Kaer Nielsen, H. Thyrrestrup, J. Mørk, B. Tromborg, “Numerical investigation of electromagnetically induced transparency in a quantum dot structure”, Opt. Express **15** (2007) 6396.
- [125] P. Borri, W. Langbein, S. Schneider, U. Woggon, R. L. Sellin, D. Ouyang, D. Bimberg, “Stark Effect in Rapidly Varying Fields”, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 157401.
- [126] M. Bayer, A. Forchel, “Ultralong Dephasing Time in InGaAs Quantum Dots”, Phys. Rev. B **65** (2002) 041308.
- [127] K. Kowalski, V. Cao Long, K. Dinh Xuan, M. Głodz, B. Nguyen, J. Szonert, “Temperature dependence of the exciton homogeneous linewidth in $In_{0.60}Ga_{0.40}As/GaAs$ self-assembled quantum dots”, Comp. Meth. Sci. Technol. Special Issue (**2**) (2010) 131.

-
- [128] U. Fano, “Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts”, *Phys. Rev.* **124** (1961) 1866.
 - [129] R. B. Madden, K. Codling, “Two-electron excitation states in helium”, *Astrophys. J.* **141** (1965) 364.
 - [130] U. Fano, J. W. Cooper, “Line Profiles in the Far-uv Absorption Spectra of the Rare Gases”, *Phys. Rev.* **137** (1965) 1364.
 - [131] B. W. Shore, “Scattering Theory of Absorption-Line Profiles and Refractivity”, *Rev. Mod. Phys.* **39** (1967) 439.
 - [132] S. H. Autler, C. H. Townes, “Stark effect in rapidly varying fields”, *Phys. Rev.* **100** (1955) 703.
 - [133] V. G. Arkhipkin, Y. I. Heller, “Radiation amplification without population inversion at transitions to autoionizing states”, *Phys. Lett. A* **98A** (1983) 12.
 - [134] A. S. Zibrov, M. D. Lukin, D. E. Nikonov, L. Hollberg, M. O. Scully, V. L. Velichansky, H. G. Robinson, “Experimental Demonstration of Laser Oscillation without Population Inversion via Quantum Interference in Rb”, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 1499.
 - [135] G. G. Padmabandu, G. R. Welch, I. N. Shubin, E. S. Fry, D. E. Nikonov, M. D. Lukin, M. O. Scully, “Laser Oscillation without Population Inversion in a Sodium Atomic Beam”, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1995) 2053.
 - [136] R. W. Boyd, “Nonlinear Optics”, 3rd edn. Academic Press, New York (2007)
 - [137] R. M. Whitley, C. R. Stroud, “Double optical resonance”, *Phys. Rev. A* **14** (1976) 1498
 - [138] H. R. Gray, R. M. Whitley, C. R. Stroud, “Coherent trapping of atomic populations”, *Opt. Lett.* **3** (1978) 218.
 - [139] E. Arimondo, “Coherent population trapping in laser spectroscopy”, *Prog. Optics*, **35** (1996) 257.
 - [140] B. Lounis, C. Cohen-Tannoudji, “Coherent population trapping and Fano profiles”, *J. Phys. II, Paris*, **2** (1992) 579.
 - [141] S. E. Harris, “Lasers without Inversion: Interference of Lifetime-Broadened Resonances”, *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 1033.

-
- [142] A. Imamoglu, S. E. Harris, “Lasers without inversion: Interference of dressed lifetime-broadened states”, *Optics Lett.*, **14** (1989) 1344.
 - [143] J. L. Cohen, P. R. Berman, “Amplification without inversion: Understanding probability amplitudes, quantum interferences and Feynman rules in a strongly driven system”, *Phys. Rev. A* **55** (1997) 3900.
 - [144] C. Cohen-Tannoudji, B. Zambon, E. Arimondo, “Quantum-jump approach to dissipative processes: application to amplification without inversion”, *J. Opt. Soc. Am. B* **10** (1993) 2107.
 - [145] B. W. Shore, “Theory of Coherent Atomic Excitation”, New York: Wiley (1990).
 - [146] D. ter Haar, “Theory and application of the density matrix”, *Rep. Prog. Phys.* **24** (1961) 304.
 - [147] H. I. Yoo, J. H. Eberly, “Dynamical theory of an atom with two or three levels interacting with quantized cavity fields”, *Phys. Rep.*, **118** (1985) 239.
 - [148] J. E. Field, “Vacuum-Rabi-splitting-induced transparency”, *Phys. Rev. A* **47** (1993) 5064.
 - [149] A. V. Turukhin, V. S. Sudarshanam, M. S. Shahriar, J. A. Musser, B. S. Ham, P. R. Hemmer, “Observation of Ultraslow and Stored Light Pulses in a Solid”, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 023602.
 - [150] J. E. Field, K. H. Hahn, S. E. Harris, “Observation of Electromagnetically Induced Transparency in Collisionally Broadened Lead Vapor”, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 3062.
 - [151] J. Gea-Banacloche, Y.-q. Li, S.-z. Jin, M. Xiao, “Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: Theory and experiment”, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 576.
 - [152] Y.-q. Li, M. Xiao, “Electromagnetically induced transparency in a three-level Λ -type system in rubidium atoms”, *Phys. Rev. A* **51** (1995) R2703.
 - [153] Y.-q. Li, M. Xiao, “Observation of quantum interference between dressed states in an electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 4959.
 - [154] M. Xiao, Y.-q. Li, S.-z. Jin, J. Gea-Banacloche, “Measurement of Dispersive Properties of Electromagnetically Induced Transparency in Rubidium Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 666.

-
- [155] R. R. Moseley, S. Shepherd, D. J. Fulton, B. D. Sinclair, M. H. Dunn, “Spatial Consequences of Electromagnetically Induced Transparency: Observation of Electromagnetically Induced Focusing”, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 670.
 - [156] R. R. Moseley, S. Shepherd, D. J. Fulton, B. D. Sinclair, M. H. Dunn, “Electromagnetically-induced focusing”, *Phys. Rev. A* **53** (1996) 408.
 - [157] R. Arun, “Interference-induced splitting of resonances in spontaneous emission”, *Phys. Rev. Lett.* **77** (2008) 033820.
 - [158] B. P. Hou, S. J. Wang, W. L. Yu, W. L. Sun, “Effect of vacuum-induced coherence on single- and two-photon absorption in a four-level Y-type atomic system”, *Phys. Rev. A* **69** (2004) 053805.
 - [159] M. Abramowitz, I. A. Stegun, “Handbook of mathematical functions”, New York: Dover (1972).
 - [160] D. Baye, P.-H. Heenen, “Generalised meshes for quantum mechanical problems”, *J. Phys. A* **19** (1986) 2041.
 - [161] D. Baye, “Lagrange-mesh method for quantum-mechanical problems”, *Phys. Stat. Sol. B* **243** (2006) 1095.
 - [162] Z. Xiao, J. Zhu, F. He, “Magnetic field dependence of the binding energy of a hydrogenic impurity in a spherical quantum dot”, *J. Appl. Phys.* **79** (1996) 9181.
 - [163] G. V. B. de Souza, A. Bruno-Alfonso, “Finite-difference calculation of donor energy levels in a spherical quantum dot subject to a magnetic field”, *Phys. E* **66** (2015) 128.
 - [164] D. E. Aspnes, “*GaAs* conduction-band minima: Ordering and properties”, *Phys. Rev. B* **14** (1976) 5331.
 - [165] S. Adachi, “*GaAs*, *AlAs*, and *Al_xGa_{1-x}As*: Material parameters for use in research and device applications”, *J. Appl. Phys.* **58** (1985) R1.
 - [166] S. Liang, W. Xie, “Effects of the hydrostatic pressure and temperature on optical properties of a hydrogenic impurity in the disc-shaped quantum dot”, *Phys. B* **406** (2011) 2224.
 - [167] H. J. Ehrenreich, “Band Structure and Transport Properties of Some 3–5 Compounds”, *J. Appl. Phys.* **32** (1961) 2155.

-
- [168] B. Welber, M. Cardona, C. K. Kim, S. Rodriguez, “Dependence of the direct energy gap of *GaAs* on hydrostatic pressure”, Phys. Rev B **12** (1975) 5729.
- [169] B. Luo, H. Tang, H. Guo, “Dark states in electromagnetically induced transparency controlled by a microwave field”, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **42** (2009) 235505.

Biografija

Vladan Pavlović je rođen 6. novembra 1988. godine u Nišu. Osnovnu školu „Ivan Goran Kovačić“ u Niškoj Banji je završio 2003. godine, kao nosilac Vukove diplome, posebnih diploma za matematiku i fiziku, brojnih diploma sa takmičenja iz matematike i fizike i čak generacije. Gimnaziju „9. maj“ u Nišu, smer za učenike sa posebnim sklonostima ka fizici i prirodnim naukama, završio je, takođe, kao nosilac Vukove diplome.

Na takmičenjima iz fizike i matematike u srednjoj školi osvojio je tri prve, dve druge i tri treće nagrade na republičkim i saveznim takmičenjima. Osvajač je prve nagrade na prvoj Srpskoj fizičkoj olimpijadi, kao i pohvale na svetskoj olimpijadi iz fizike održanoj u Isfahanu u Iranu, 2007. godine.

Od 2003. do 2007. godine je bio polaznik Istraživačke Stanice Petnica na seminarima fizike i elektronike. Od 2008. do 2010. godine je bio asistent u Istraživačkoj Stanici Petnica, od 2011. do 2014. godine stručni saradnik, a od 2015. godine rukovodilac programa fizike. Takođe, bio je asistent na seminarima matematike, a na seminarima tehničkih nauka u Istraživačkoj Stanici Petnica stručni saradnik.

Prirodno-matematički fakultet u Nišu, Odsek za fiziku, upisao je 2007/2008. godine. Osnovne akademske studije je završio u oktobru 2010. godine sa prosečnom ocenom 10.00. Iste godine upisao je diplomatske akademske studije – master, na smeru Opšta fizika. Master studije je završio sa prosečnom ocenom 10.00. Master rad „Elektromagnetno indukovana transparentnost u konfiniranom atomu vodonika“ odbranio je oktobra 2012. godine sa ocenom 10. Na doktorskim akademskim studijama fizike u Nišu je položio sve ispite sa prosečnom ocenom 10.00.

Školske 2009/2010. i 2011/2012. godine je bio stipendista Fonda za mlade talente Republike Srbije u okviru Ministarstva omladine i sporta Republike Srbije (stipendija „Dositeja“), a školske 2010/2011. godine stipendista Republičke fondacije za razvoj naučnog i umetničkog podmlatka. 2009. godine je dobio nagradu „EFG“ banke, kao jedan od 100 najboljih studenata u Srbiji, u okviru projekta „Investiramo u evropske vrednosti“.

Od školske 2007/2008. do 2014/2015. godine je bio angažovan na izvođenju pripremne nastave za takmičenja za učenike odeljenja sa posebnim sposobnostima za fiziku u gimnaziji „Svetozar Marković“ u Nišu, delom u okviru projekta „Promocija i popularizacija fizike i prirodnih nauka u jugoistočnoj Srbiji“. U više navrata je bio pratilac ekipe učenika gimnazije Svetozar Marković u Nišu na republičkim takmičenjima iz fizike. Od 2007. godine učestvuje u organizaciji i realizaciji opštinskih i regionalnih takmičenja iz fizike za učenike srednjih škola Nišavskog okruga. Od 2015.

godine je član republičke komisije za takmičenja srednjih škola iz fizike. Jula 2016. godine je bio jedan od vođa olimpijskog tima Srbije na svetskoj olimpijadi iz fizike.

2008. godine je učestvovao na „Summer School in Cosmology“ u Trstu u okviru Federalnog programa koji postoji između Prirodno-matematičkog fakulteta i instituta za teorijsku fiziku Abdus Salam u Trstu (ICTP, Trieste, Italy). Deo studija je proveo na Univerzitetu „Ludwig-Maximilian“ u Minhenu, u Nemačkoj, na elitnim master studijama teorijske fizike. U toku master studija je bio na stručnoj praksi na Univerzitetu u Lidsu, u Engleskoj, u grupi za kvantnu informatiku, "Vrije" Univerzitetu u Briselu, u Belgiji, u grupi za fotoniku i u toku doktorskih studija na stručnom usavršavanju u Moskvi.

Služi se Engleskim jezikom (TOEFL i C1 sertifikati).

Učestvovao je u aktivnostima vezanim za upis i popularizaciju studija fizike na Departmanu za fiziku PMF-a i odeljelja za fiziku gimnazije Svetozar Marković. Više puta učesnik manifestacije "Nauk nije bauk". Angažovan na izvođenju pripremne nastave za upis na fakultet i na izvođenju priprme nastave za upis u odeljenje za fiziku u srednjoj školi. U više navrata član komisije za sprovođenje prijemnog ispita i komisije za rangiranje pri upisu na fakultet PMF-a u Nišu.

Od juna 2013. godine je angažovan kao istraživač na projektu ON171025 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja, a od novembra 2013. godine kao asistent na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu.

Kao asistent, bio je angažovan na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu na izvođenju računskih vežbi iz sledećih predmeta: Mehanika, Osnovi kvantne mehanike, Kvantna mehanika, Osnovi statističke fizike, Statistička fizika, Fizika za studente biologije, Metodika nastave fizike, Nuklearna fizika, Kvantna mehanika za studente matematike, Osnovi elektrodinamike, Elektrodinamika, Modelovanje i simulacija fizičkih sistema, Uvod u kvantnu optiku.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом

КОХЕРЕНТНИ ЕФЕКТИ У ИНТЕРАКЦИЈИ КОНФИНИРАНОГ АТОМА ВОДОНИКА СА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИМ ПОЉЕМ

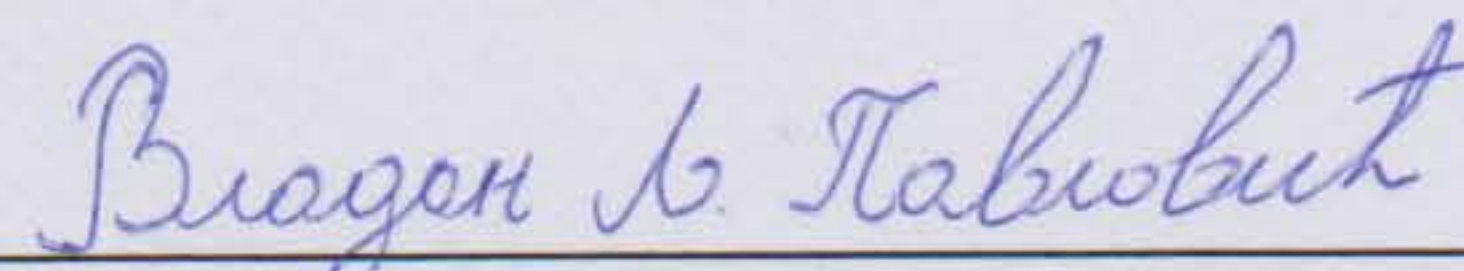
која је одбрањена на Природно-математичком факултету Универзитета у Нишу:

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да ову дисертацију, ни у целини, нити у деловима, нисам пријављивао/ла на другим факултетима, нити универзитетима;
- да нисам повредио/ла ауторска права, нити злоупотребио/ла интелектуалну својину других лица.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са ауторством и добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 15.3.2017.

Потпис аутора дисертације:



Владан Љ. Павловић

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНОГ И ЕЛЕКТРОНСКОГ ОБЛИКА
ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

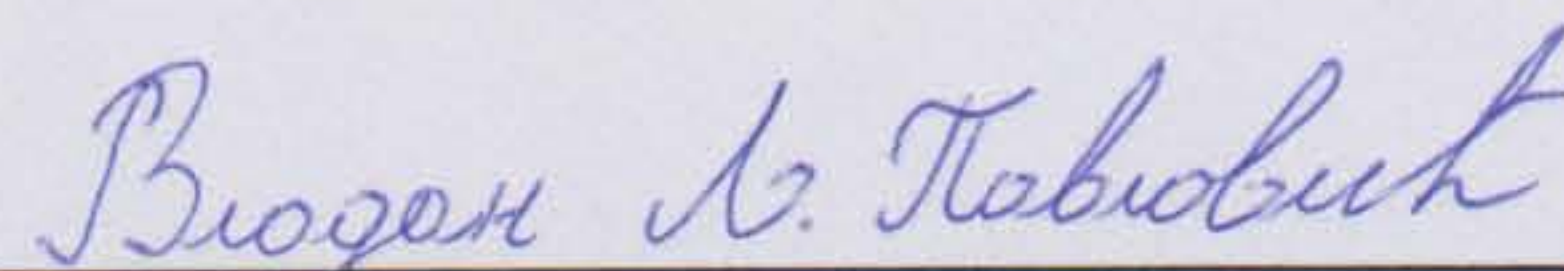
Наслов дисертације:

**КОХЕРЕНТНИ ЕФЕКТИ У ИНТЕРАКЦИЈИ КОНФИНИРАНОГ АТОМА
ВОДОНИКА СА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИМ ПОЉЕМ**

Изјављујем да је електронски облик моје докторске дисертације, коју сам предао/ла за уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**, истоветан штампаном облику.

У Нишу, 15.3.2017.

Потпис аутора дисертације:



Владан Љ. Павловић

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

КОХЕРЕНТНИ ЕФЕКТИ У ИНТЕРАКЦИЈИ КОНФИНИРАНОГ АТОМА ВОДОНИКА СА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИМ ПОЉЕМ

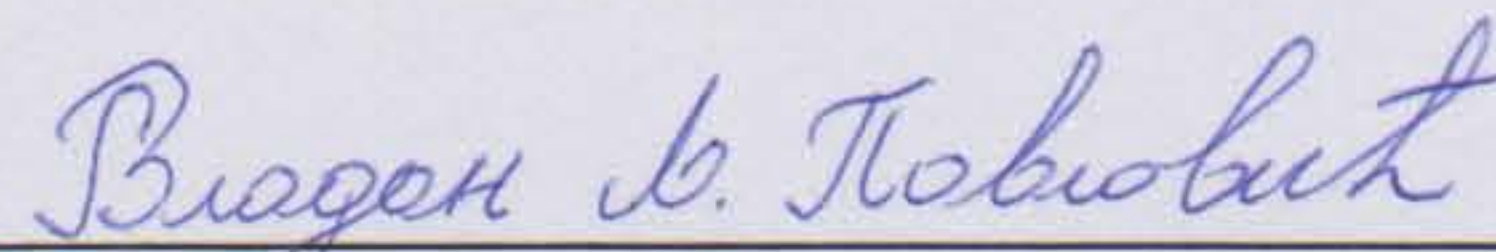
Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском облику, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прераде (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

У Нишу, 15.3.2017.

Потпис аутора дисертације:



Владан Љ. Павловић